تجميعات الوجيز
في معايير الرياضيات

بنك الأسئلة كاملًا مع تجميعات الاختبار الحقيقية

طبعة 1448

الرخصة المهنية لمعلمي الرياضيات

إعداد

فيصل بن عبد الله بن مطلق العمرو

ماجستير التربية في المناهج وطرق تدريس الرياضيات

جامعة القصيم

mathpath1.vercel.app

faisalalamr4676@gmail.com

المحتويات

فكرة الكتاب ٢

المعيار الأول: معرفة الأعداد والعمليات عليها ٣

المعيار الثاني: الإلمام بمبادئ الجبر والدوال الحقيقية ١٠٢

المعيار الثالث: الهندسة ٢٢٩

المعيار الرابع: القياس ٣٥٥

المعيار الخامس: الإحصاء والاحتمالات ٤٣٢

المعيار السادس: المنطق والاستدلال ٥١٦

المعيار السابع: التفاضل والتكامل وتطبيقاتهما ٥٣٤

المعيار الثامن: استراتيجيات التعليم والتعلّم ٦٠٣

المعيار التاسع: حل المسألة واستراتيجياتها ٦١٦

المعيار العاشر: التواصل الرياضي ٦٢٥

المعيار الحادي عشر: النمذجة والترابط ٦٣٤

المعيار الثاني عشر: الاستدلال والبرهان ٦٣٩

خاتمة الكتاب ٦٤٤

فكرة الكتاب

«تجميعات الوجيز» هو الكتاب الثاني في سلسلة «الوجيز في معايير الرياضيات». فإذا كان «الوجيز» مرجعًا مختصرًا يختار لكل موضوع مثالًا واحدًا يمثّله، فإن هذا الكتاب كتاب شامل يسلك الطريق المقابل: يضمّ **كل** أسئلة بنك «الوجيز» بلا استثناء ولا اختصار، وعددها **1451 سؤالًا**.

وُزّعت الأسئلة على المعايير الاثني عشر بترتيبها الأصلي، من المعيار الأول (الأعداد والعمليات) إلى المعيار الثاني عشر (الاستدلال والبرهان)، ورُتّبت داخل كل معيار حسب رقمها الأصلي في البنك تصاعديًا؛ فرقم السؤال المكتوب بجانبه (مثل س415) هو رقمه نفسه في موقع المشروع، ليسهل الرجوع إليه والتدرّب عليه هناك.

أمكن تحديد سنة التجميعة بثقة لـ**609 سؤالًا** منها (من 1442 إلى 1448هـ)، فذُيّل عنوان كل منها بسنته بين قوسين توثيقًا لمصدره، مثل (1448)، أو بسنواته جميعًا إن تكرّر في أكثر من تجميعة، مثل (1446، 1447). أما بقية الأسئلة فمصادرها مذكرات ومراجع موثوقة متنوعة، ولا يعني عدم تذييلها بسنة أنها أقل قيمة أو أنها ليست من أسئلة اختبارات حقيقية محتملة، بل فقط تعذّر نسبتها إلى سنة بعينها بثقة تامة. وتتوزّع الأسئلة المذيّلة بسنة على السنوات كالآتي: 1442: 60 سؤالًا، 1444: 96 سؤالًا، 1445: 23 سؤالًا، 1446: 147 سؤالًا، 1447: 203 سؤالًا، 1448: 120 سؤالًا، ويُعدّ السؤال المتكرر في أكثر من سنة مرة واحدة في المجموع. والطبعة الحالية طبعة 1448هـ، الموافقة تقريبًا لعام 2026م.

يأتي كل سؤال كاملًا: نصّه، وخياراته الأربعة، والإجابة الصحيحة، وتلميح يوجّه التفكير قبل الحل، ثم الحل **كاملًا بخطواته** كما هو في البنك لا مختصرًا. ولتيسير متابعة الحل، كُتبت أرقام خطواته بالأحمر ١. ، وكُتبت معادلاته بالأزرق $x + 2 = 5$، أما معادلات نص السؤال وخياراته والشرح الكلامي فبقيت بالأسود.

اقرأ السؤال وحاول حلّه قبل النظر في الإجابة، واستعن بالتلميح إن احتجت، ثم قارن طريقتك بخطوات الحل؛ وإن وجدت سؤالًا مذيّلًا بأكثر من سنة، فتكرّره في أكثر من تجميعة إشارة إلى حضوره المتواتر في الاختبار.

المعيار الأول: معرفة الأعداد والعمليات عليها

عدد الأسئلة: 253

س1 مجموعات الأعداد — التقاطع والقواسم والمضاعفات (1442)

السؤال: إذا كانت A مجموعة عناصر مضاعفات العدد 3، و B مجموعة قواسم العدد 81، فكم عدد عناصر $A \cap B$؟

الخيارات:

أ) 3

ب) 4

ج) 5

د) 6

الإجابة: (ب) 4

التلميح: اكتب قواسم 81 أولاً (وهي محدودة)، ثم احذف منها ما ليس من مضاعفات 3

الحل:

١. مضاعفات العدد 3: $A = \{3, 6, 9, 12, 15, \dots\}$

٢. قواسم العدد 81: $B = \{1, 3, 9, 27, 81\}$

٣. التقاطع هو العناصر المشتركة:

$$A \cap B = \{3, 9, 27, 81\}$$

٤. عدد العناصر $= 4$

س2 ترتيب العمليات الحسابية (1442)

السؤال: ما ناتج $10 + 6 \div 2 \times 3$؟

الخيارات:

أ) 19

ب) -19

ج) 11

د) -11

الإجابة: (أ) 19

التلميح: الضرب والقسمة في مرتبة واحدة، ويُنفَّذان بالترتيب من اليسار إلى اليمين قبل الجمع.

الحل:

١. نبدأ بالقسمة: $6 \div 2 = 3$

$$10 + 3 \times 3$$

٢. ثم الضرب: $3 \times 3 = 9$

$$10 + 9 = 19$$

س3 الأعداد المركبة — القسمة والمرافق — خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: ما قيمة $\dfrac{10}{2+i}$؟

الخيارات:

أ) $4 + 2i$

ب) $4 - 2i$

ج) $2 - i$

د) $2+i$

الإجابة: ب) $4-2i$

التلميح: للتخلص من i في المقام اضرب البسط والمقام في مرافق المقام $(2-i)$، وتذكّر أن $i^2=-1$

الحل:

١. نضرب في مرافق المقام بسطاً ومقاماً:

$$\frac{10}{2+i}\times\frac{2-i}{2-i}=\frac{10(2-i)}{4-i^2}$$

٢. بما أن $i^2=-1$ فإن المقام $=4+1=5$

$$=\frac{10(2-i)}{5}=2(2-i)=4-2i$$

س4 **الأعداد المركبة — قوى i والجذور** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أوجد قيمة المقدار

$$\frac{(\sqrt{-1})(\sqrt{-1})(\sqrt{-1})^2(\sqrt{-6})(\sqrt{2})}{\sqrt{3}}$$

الخيارات:

أ) -2

ب) 2

ج) $-2i$

د) $2i$

الإجابة: د) $2i$

التلميح: حوّل كل $\sqrt{-1}$ إلى i، واضرب الجذور معاً: $\sqrt{-6}\cdot\sqrt{2}=i\sqrt{12}$، ثم بسّط $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$

الحل:

١. $\sqrt{-1}=i$ ومنها $i^2=-1$، وكذلك $(\sqrt{-6})(\sqrt{2})=i\sqrt{12}$

٢. نبسّط الجذر:

$$\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{4\times3}}{\sqrt{3}}=\sqrt{4}=2$$

٣. نجمع قوى i:

$$\frac{i\cdot i\cdot i^2\cdot i\sqrt{12}}{\sqrt{3}}=\frac{i^4\cdot i\sqrt{12}}{\sqrt{3}}=i\sqrt{4}=2i$$

س6 **النسبة المئوية — مسائل الدرجات** (1442)

السؤال: حصل طالب على 95% في درجة الاختبار الفصلي، فإذا كانت درجة الاختبار الفصلي 60 درجة، ودرجة الاختبار النهائي 40 درجة، فكم درجة يجب أن يحصل عليها في الاختبار النهائي حتى يحصل على 90%؟

الخيارات:

أ) 31

ب) 32

ج) 33

د) 34

الإجابة: ج) 33

التلميح: المجموع الكلي 100 درجة، فـ 90% تعني 90 درجة. احسب ما ناله فعلياً من الفصلي ثم اطرح.

الحل:

١. المطلوب من مجموع 100 درجة هو 90 درجة

٢. ما حصل عليه في الفصلي:

$$\frac{95 \times 60}{100} = 57$$

٣. المطلوب في النهائي:

$$90 - 57 = 33$$

س7 النسبة المئوية (1442)

السؤال: زرع مزارع 560 نخلة وأثمر منها 420 نخلة، فما نسبة الشجر المثمر؟

الخيارات:

أ) 25%

ب) 50%

ج) 75%

د) 100%

الإجابة: (ج) 75%

التلميح: النسبة المئوية $= \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times 100$

الحل:

١. نطبق القانون:

$$\frac{420}{560} \times 100 = 75\%$$

س8 الأعداد الأولية والمضاعف المشترك الأصغر (1442)

السؤال: إذا كان $a < b < 5$ بحيث a, b عددان أوليان، فإن المضاعف المشترك الأصغر لـ $2b,\ 3a$ هو

الخيارات:

أ) 6

ب) 12

ج) 18

د) 36

الإجابة: (أ) 6

التلميح: الأعداد الأولية الأصغر من 5 هي 2 و 3 فقط؛ عوّض بقيمتيهما أولاً، فيتساوى العددان $2b,\ 3a$ أنفسهما.

الحل:

١. الأوليّان الأقل من 5 بحيث $a < b$ هما $a = 2,\ b = 3$

٢. نعوّض: $3a = 3(2) = 6$ و $2b = 2(3) = 6$

٣. العددان متساويان، فالمضاعف المشترك الأصغر لعدد مع نفسه هو العدد ذاته:

$$\text{lcm}(6, 6) = 6$$

س9 الفرق بين مربعين — التبسيط

السؤال: أوجد قيمة $\dfrac{(9999)^2 - 1}{10000}$

الخيارات:

أ) 10000

ب) 9999

ج) 9998

د) 9997

الإجابة: (ج) 9998

التلميح: البسط على صورة a^2-b^2 حيث $b=1$، فحلّله إلى $(a-1)(a+1)$
الحل:
١. البسط فرق بين مربعين:

$$(9999)^2-1=(9999-1)(9999+1)$$

٢. إذن:

$$\frac{9998\times 10000}{10000}=9998$$

س10 قوانين الأسس

السؤال: أوجد قيمة $\dfrac{2^{10}\times 5^{15}}{10^{10}}$
الخيارات:
أ) 5^{10}
ب) 5^5
ج) 2^{10}
د) 2^5
الإجابة: (ب) 5^5
التلميح: حلّل 10^{10} إلى $2^{10}\times 5^{10}$ ليحدث الاختصار.
الحل:
١. نكتب المقام بالعوامل الأولية:

$$10^{10}=(2\times 5)^{10}=2^{10}\times 5^{10}$$

٢. نختصر:

$$\frac{2^{10}\times 5^{15}}{2^{10}\times 5^{10}}=5^{15-10}=5^5$$

س11 الكسور — أثر تغيير المقام

السؤال: عند ضرب مقام الكسر $\dfrac{a}{b}$ في 2 فإن الناتج يساوي
الخيارات:
أ) ضعف $\dfrac{a}{b}$
ب) نصف $\dfrac{a}{b}$
ج) مربع $\dfrac{a}{b}$
د) يكافئ $\dfrac{a}{b}$
الإجابة: (ب) نصف $\dfrac{a}{b}$
التلميح: كبر المقام يعني صغر قيمة الكسر؛ جرّب بعدد بسيط مثل $\dfrac{1}{2}$
الحل:
١. عند مضاعفة المقام:

$$\frac{a}{2b}=\frac{1}{2}\times\frac{a}{b}$$

٢. أي أن الناتج نصف الكسر الأصلي

س12 الأعداد الزوجية والفردية

السؤال: إذا كان n عدداً فردياً، فأي مما يأتي يمثل عدداً زوجياً؟

الخيارات:

أ) $2n+3$

ب) n^2

ج) $3n+1$

د) $2n-1$

الإجابة: (ج) $3n+1$

التلميح: جرّب أبسط عدد فردي $n=1$ وعوّض في كل خيار.

الحل:

١. نفرض $n=1$ (عدد فردي) ونعوّض في الخيارات

٢. في الخيار (ج):

$$3\times 1+1=4$$

٣. والناتج عدد زوجي

س13 النسبة المئوية والتدريج المنتظم

السؤال: أجاب محمد على $\frac{3}{5}$ من الأسئلة وكانت 25% منها خاطئة، وترك 6 أسئلة. كم عدد الأسئلة؟

الخيارات:

أ) 12

ب) 15

ج) 16

د) 20

الإجابة: (ب) 15

التلميح: نسبة الخطأ معلومة زائدة لا تدخل الحساب؛ ركّز على أن الأسئلة المتروكة تمثل باقي النسبة.

الحل:

١. نسبة ما أجاب عنه:

$$\frac{3}{5}\times 100=60\%$$

٢. إذن المتروك يمثل 40% وهو 6 أسئلة

٣. بالتدريج المنتظم:

$$6\to 40\%,\quad 3\to 20\%,\quad 15\to 100\%$$

٤. عدد الأسئلة الكلي $=15$

س14 الجذور الصماء — التبسيط

السؤال: أوجد قيمة $\frac{(1+\sqrt{3})^2}{4}-\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

الخيارات:

أ) $\frac{1}{2}$

ب) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

ج) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

د) $\frac{1}{4}$

الإجابة: (أ) $\frac{1}{2}$

التلميح: فك المربع أولاً ثم وحّد المقامات على 4

الحل:

١. نفك المربع:

$$(1+\sqrt{3})^2 = 1+3+2\sqrt{3} = 4+2\sqrt{3}$$

٢. نوحّد المقامات:

$$\frac{4+2\sqrt{3}}{4} - \frac{2+2\sqrt{3}}{4} = \frac{4+2\sqrt{3}-2-2\sqrt{3}}{4}$$

٣. إذن:

$$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

س15 النسبة المئوية — الخصم

السؤال: اشترى رجل سلعة قبل الخصم بـ 40 ريالاً، وكان مقدار الخصم 15%. بكم اشتراها؟

الخيارات:

أ) 6 ريالات

ب) 34 ريالاً

ج) 46 ريالاً

د) 15 ريالاً

الإجابة: (ب) 34 ريالاً

التلميح: احسب قيمة الخصم أولاً ثم اطرحها من السعر، ولا تكتفِ بقيمة الخصم كإجابة.

الحل:

١. مقدار الخصم:

$$40 \times \frac{15}{100} = 6$$

٢. السعر بعد الخصم:

$$40 - 6 = 34$$

س16 خصائص التربيع للأعداد بين صفر وواحد

السؤال: أي عدد إذا تم تربيعه يصبح أقل من نفس العدد؟ (على خط الأعداد: $A=-2$، $B=0$، $C=\frac{1}{2}$، $D=1$)

الخيارات:

أ) A

ب) B

ج) C

د) D

الإجابة: (ج) C

التلميح: جرّب تربيع كل قيمة؛ الكسر الواقع بين 0 و 1 يتصرّف بشكل مختلف.

الحل:

١. نربّع كل قيمة:

$$(-2)^2 = 4, \quad (0)^2 = 0, \quad \left(\tfrac{1}{2}\right)^2 = \tfrac{1}{4}, \quad (1)^2 = 1$$

٢. القيمة الوحيدة التي صار مربعها أصغر منها هي $\frac{1}{2}$ لأن $\frac{1}{4} < \frac{1}{2}$

س17 المتتابعات والأنماط العددية

السؤال: أوجد قيمة المقدار $1-2+3-4+\cdots-62+63$

الخيارات:

أ) 32

ب) -32

ج) -1

د) 1

الإجابة: (أ) 32

التلميح: اجمع الحدود مثنى مثنى؛ كل زوج متتالٍ ناتجه -1، ثم انتبه للحد الأخير الفردي.

الحل:

١. ناتج كل قيمتين متتاليتين $=-1$

٢. الحدود من 1 إلى 62 تكوّن 31 زوجاً:

$$(-1)\times 31=-31$$

٣. نضيف الحد الأخير 63:

$$-31+63=32$$

س18 الجذور والأسس الكسرية

السؤال: أوجد قيمة $\sqrt[5]{\sqrt[3]{\sqrt{4^{15}}}}$

الخيارات:

أ) 2

ب) $\sqrt[3]{2}$

ج) $\sqrt{2}$

د) $2\sqrt{2}$

الإجابة: (أ) 2

التلميح: اكتب $4=2^2$ ثم حوّل كل جذر إلى أس كسري واضرب الأسس.

الحل:

١. نكتب الأساس بقوة 2:

$$4^{15}=(2^2)^{15}=2^{30}$$

٢. نحوّل الجذور إلى أسس كسرية:

$$\left(\left((2^{30})^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{5}}=2^{30\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}}$$

٣. إذن:

$$2^{\frac{30}{30}}=2^1=2$$

س19 المضاعف المشترك الأصغر — تطبيقات

السؤال: يستلم أحدهم جائزته كل 12 يوماً، وآخر يستلمها كل 15 يوماً، فبعد كم يوم يستلمان جائزتيهما معاً؟

الخيارات:

أ) 3 أيام

ب) 27 يوماً

ج) 60 يوماً

د) 180 يوماً

الإجابة: (ج) 60 يوماً

التلميح: كلمة "معاً لأول مرة" تعني المضاعف المشترك الأصغر لا حاصل الضرب.

الحل:

١. نحلّل العددين:

$$12 = 2^2 \times 3, \qquad 15 = 3 \times 5$$

٢. نأخذ العوامل المشتركة بأكبر أس وغير المشتركة:

$$\text{LCM} = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

س20 مقارنة الكسور وترتيبها

السؤال: عند ترتيب الكسور $\frac{3}{7}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{9}$ تصاعدياً فإن الكسر الأول هو

الخيارات:

أ) $\frac{3}{7}$

ب) $\frac{5}{9}$

ج) $\frac{2}{5}$

د) $\frac{7}{10}$

الإجابة: (ج) $\frac{2}{5}$

التلميح: يكفي مقارنة أصغر مرشّحَين بالضرب التبادلي، فالكسر الأول تصاعدياً هو الأصغر.

الحل:

١. المرشّحان الأصغران هما $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{7}$

٢. بالضرب التبادلي:

$$3 \times 5 = 15, \qquad 2 \times 7 = 14,$$

٣. بما أن $14 < 15$ فإن $\frac{2}{5} < \frac{3}{7}$، والكسر الأصغر هو $\frac{2}{5}$

س21 الكسور المتكافئة

السؤال: الكسر المكافئ لـ $\frac{6}{8}$ ومجموع حدّيه 84 هو

الخيارات:

أ) $\frac{30}{40}$

ب) $\frac{32}{52}$

ج) $\frac{36}{48}$

د) $\frac{38}{46}$

الإجابة: (ج) $\frac{36}{48}$

التلميح: مجموع حدّي $\frac{6}{8}$ هو 14، فما المضاعف الذي يجعل المجموع 84؟

الحل:

١. مجموع حدّي الكسر الأصلي $6 + 8 = 14$ =، و $84 \div 14 = 6$

٢. نضرب البسط والمقام في 6:

$$\frac{6}{8} \times \frac{6}{6} = \frac{36}{48}$$

٣. والتحقق: $36 + 48 = 84$

س22 النسبة المئوية — الربح

السؤال: إذا كانت تكلفة حقيبة 90 ريالاً، وباعها تاجر بقيمة 120 ريالاً، فكم النسبة المئوية التقريبية للربح؟

الخيارات:

أ) 25%

ب) 33%

ج) 66%

د) 75%

الإجابة: (ب) 33%

التلميح: نسبة الربح تُنسب إلى التكلفة لا إلى سعر البيع.

الحل:

١. الربح:

$$120 - 90 = 30$$

٢. نسبة الربح:

$$\frac{30}{90} = \frac{1}{3} \approx 33\%$$

س23 النسبة والتناسب

السؤال: عدد طلاب الصف الأول في مدرسة متوسطة 60 طالباً، فإذا كانوا يمثلون $\frac{2}{7}$ من عدد طلاب المدرسة، فما عدد الطلاب الكلي؟

الخيارات:

أ) 360

ب) 300

ج) 210

د) 180

الإجابة: (ج) 210

التلميح: كوّن تناسباً: $\frac{60}{x} = \frac{2}{7}$ ثم اضرب طرفين في وسطين.

الحل:

١. نكوّن التناسب:

$$\frac{2}{7} = \frac{60}{x}$$

٢. بالضرب التبادلي:

$$x = \frac{60 \times 7}{2} = 210$$

س24 إنطاق المقام في الجذور

السؤال: أوجد قيمة $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

الخيارات:

أ) $5 + \sqrt{24}$

ب) $5 + \sqrt{6}$

ج) $5 - \sqrt{24}$

د) $5 - \sqrt{6}$

الإجابة: (أ) $5 + \sqrt{24}$

التلميح: اضرب في مرافق المقام $(\sqrt{3}+\sqrt{2})$، وانتبه أن $2\sqrt{6}=\sqrt{24}$
الحل:
١. نضرب في المرافق:

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{3-2}$$

٢. نفك المربع:

$$=3+2\sqrt{6}+2=5+2\sqrt{6}$$

٣. وبإدخال المعامل تحت الجذر:

$$5+2\sqrt{6}=5+\sqrt{24}$$

س25 القواسم والتحليل إلى عوامل

السؤال: إذا كان a,b عددين صحيحين موجبين بحيث $ab=105$ و $a<b$، فإن أصغر قيمة للفرق $b-a$ هي
الخيارات:
أ) 4
ب) 8
ج) 16
د) 32
الإجابة: (ب) 8
التلميح: اكتب كل أزواج القواسم لـ 105، أقرب زوج إلى الجذر التربيعي يعطي أصغر فرق.
الحل:
١. أزواج قواسم 105:

$$105=3\times35,\quad 105=5\times21,\quad 105=7\times15$$

٢. أصغر فرق يتحقق عند $a=7,\ b=15$

$$b-a=15-7=8$$

س26 العد والأعداد الزوجية

السؤال: كم عدد الأعداد الصحيحة الموجبة المكونة من ثلاث خانات ومجموع خاناتها عدد زوجي؟
الخيارات:
أ) 325
ب) 350
ج) 450
د) 600
الإجابة: (ج) 450
التلميح: احسب كل الأعداد ذات الثلاث خانات أولاً، ثم لاحظ أن مجموع الخانات يكون زوجياً في نصفها تماماً.
الحل:
١. خانة المئات: 9 احتمالات (من 1 إلى 9)
٢. خانة العشرات: 10 احتمالات
٣. خانة الآحاد: 10 احتمالات
٤. بضرب الاحتمالات:

$$9\times10\times10=900$$

٥. نصفها مجموع خاناته زوجي:

$$\frac{900}{2}=450$$

س27 قابلية القسمة

السؤال: ما مجموع خانات أكبر عدد صحيح موجب يتكون من ثلاث خانات ويقبل القسمة على 3 و 4؟

الخيارات:

أ) 24
ب) 25
ج) 26
د) 27

الإجابة: (أ) 24

التلميح: ابدأ من 999 وانزل بخطوات، مع التحقق من قاعدتي القسمة على 3 (مجموع الأرقام) وعلى 4 (آخر رقمين).

الحل:

١. أكبر عدد من ثلاث خانات هو 999، وهو يقبل القسمة على 3 ولا يقبل على 4

٢. نطرح 3 فيصبح 996: مجموع أرقامه 24 يقبل القسمة على 3، والعدد 96 يقبل القسمة على 4

٣. مجموع خاناته:

$$9 + 9 + 6 = 24$$

س28 المضاعف المشترك الأصغر

السؤال: المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 12, 36, 48 هو

الخيارات:

أ) 144
ب) 432
ج) 576
د) 1728

الإجابة: (أ) 144

التلميح: حلّل كل عدد إلى عوامل أولية، ثم خذ كل عامل بأكبر أس ظهر به.

الحل:

١. التحليل إلى عوامل أولية:

$$12 = 2^2 \times 3, \qquad 36 = 2^2 \times 3^2, \qquad 48 = 2^4 \times 3$$

٢. نأخذ كل عامل بأكبر أس:

$$2^4 \times 3^2 = 16 \times 9 = 144$$

س29 ترتيب العمليات الحسابية

السؤال: أوجد ناتج $2 \times 7 \div 14 + 28$

الخيارات:

أ) 3
ب) 12
ج) 29
د) 32

الإجابة: (د) 32

التلميح: نفّذ القسمة والضرب من اليسار إلى اليمين قبل الجمع.

الحل:

١. القسمة أولاً:

$$14 \div 7 = 2$$

٢. ثم الضرب:

$$2 \times 2 = 4$$

٣. ثم الجمع:

$$28 + 4 = 32$$

س30 قوى العدد التخيلي i — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أوجد قيمة i^{566}

الخيارات:

أ) 1

ب) -1

ج) i

د) $-i$

الإجابة: (ب) -1

التلميح: الأس زوجي، فاكتبه على صورة $(i^2)^{283}$ واستخدم $i^2 = -1$

الحل:

١. نكتب الأس على صورة قوة لـ i^2:

$$i^{566} = (i^2)^{283}$$

٢. بما أن $i^2 = -1$:

$$= (-1)^{283} = -1$$

٣. لأن 283 عدد فردي

س31 أحاد قوى الأعداد (الأنماط الدورية)

السؤال: ما رقم آحاد العدد 3^{2013}؟

الخيارات:

أ) 3

ب) 9

ج) 27

د) 64

الإجابة: (أ) 3

التلميح: آحاد قوى 3 تتكرر في دورة طولها 4 وهي $3, 9, 7, 1$؛ اقسم الأس على 4 وانظر للباقي.

الحل:

١. نقسم الأس على طول الدورة:

$$2013 \div 4 = 503 \text{ والباقي } 1$$

٢. إذن الآحاد كآحاد 3^1:

$$3^1 = 3$$

س32 الكسور والنسبة المئوية

السؤال: اشترى طفل 12 حلوى، أكل ثلثها وأعطى أخاه 5 قطع، فما نسبة المتبقي؟

الخيارات:

أ) 10%

ب) 20%

ج) 25%

د) 50%

الإجابة: (ج) 25%

التلميح: تتبّع الكمية خطوة بخطوة، ثم انسب المتبقي إلى العدد الأصلي 12

الحل:

١. أكل الثلث:

$$\frac{12}{3} = 4 \quad \Rightarrow \quad 12 - 4 = 8$$

٢. أعطى أخاه 5:

$$8 - 5 = 3$$

٣. نسبة المتبقي:

$$\frac{3}{12} \times 100 = \frac{1}{4} \times 100 = 25\%$$

س33 قسمة الجذور

السؤال: أوجد ناتج $\frac{\sqrt{6}}{4} \div \frac{\sqrt{3}}{12}$

الخيارات:

أ) $2\sqrt{3}$

ب) $3\sqrt{2}$

ج) $\sqrt{2}$

د) $\sqrt{3}$

الإجابة: (ب) $3\sqrt{2}$

التلميح: حوّل القسمة إلى ضرب في المقلوب، ثم حلّل $\sqrt{6} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$ ليحدث الاختصار.

الحل:

١. نقلب المقسوم عليه:

$$\frac{\sqrt{6}}{4} \times \frac{12}{\sqrt{3}}$$

٢. نحلّل ونختصر:

$$= \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \times 3 = 3\sqrt{2}$$

س34 التوزيع بنسبة معطاة

السؤال: إذا وُزّع العدد 66 بنسبة 6 : 4 : 2، فكم أصغر عدد؟

الخيارات:

أ) 22

ب) 11

ج) 33

د) 12

الإجابة: (ب) 11

التلميح: اجمع أجزاء النسبة أولاً لتعرف قيمة الجزء الواحد، ثم اضربها في أصغر جزء.

الحل:

١. مجموع أجزاء النسبة:

$$2 + 4 + 6 = 12$$

٢. قيمة الجزء الواحد:

$$\frac{66}{12} = 5.5$$

٣. أصغر عدد يقابل الجزء 2:

$$2 \times 5.5 = 11$$

س35 باقي القسمة — الاستبعاد من الخيارات

السؤال: حلوى تم توزيعها على 4 أطفال والباقي 2، وإذا وُزّعت على 5 فالباقي 3، وإذا وُزّعت على 7 فالباقي 5. كم عدد الحلوى؟
الخيارات:
أ) 42
ب) 98
ج) 138
د) 140
الإجابة: (ج) 138
التلميح: جرّب الخيارات واستبعد كل عدد يقبل القسمة تماماً على 4 أو 5 أو 7
الحل:
١. العددان 42 و 98 يقبلان القسمة على 7 بدون باقٍ، فيُستبعدان
٢. العدد 140 يقبل القسمة على 7 و 5 و 4 بدون باقٍ، فيُستبعد
٣. يتبقى 138، ونتحقق:

$$138 \div 7 = 19 \text{ والباقي } 5, \quad 138 \div 5 = 27 \text{ والباقي } 3, \quad 138 \div 4 = 34 \text{ والباقي } 2,$$

س36 النسب بين متغيرات

السؤال: إذا كان $\frac{n}{2m} = \frac{n+m}{3m}$، فما قيمة $\frac{n}{m}$؟
الخيارات:
أ) 1
ب) 2
ج) 3
د) 4
الإجابة: (ب) 2
التلميح: اضرب طرفين في وسطين وبسّط m، ثم اعزل $\frac{n}{m}$
الحل:
١. بالضرب التبادلي:

$$2m(n+m) = 3mn$$

٢. بالقسمة على m والتبسيط:

$$2n + 2m = 3n \;\Rightarrow\; 2m = n$$

٣. إذن:

$$\frac{n}{m} = 2$$

س37 الكسور من كمية

السؤال: معلم راتبه 12400، اشترى أدوات مكتبية بـ $\frac{3}{8}$ من راتبه، فكم يتبقى منه؟

الخيارات:

أ) 4650

ب) 6450

ج) 7750

د) 9420

الإجابة: (ج) 7750

التلميح: ما تحسبه أولاً هو المصروف لا المتبقي، فلا تتوقف عند القيمة الأولى.

الحل:

١. قيمة المشتريات:

$$12400 \times \frac{3}{8} = \frac{37200}{8} = 4650$$

٢. المتبقي:

$$12400 - 4650 = 7750$$

س38 الأسس الكسرية وتبسيط المقادير الجذرية

السؤال: بسّط المقدار $\dfrac{x^{\frac{3}{2}} - x}{2\sqrt{x}\,(\sqrt{x} - 1)}$

الخيارات:

أ) $\dfrac{\sqrt{x}}{2}$

ب) $\dfrac{\sqrt{x}}{2x}$

ج) $\dfrac{2}{\sqrt{x}}$

د) $\sqrt{x}$

الإجابة: (أ) $\dfrac{\sqrt{x}}{2}$

التلميح: اكتب $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$، ثم أخرج x عاملاً مشتركاً من البسط ليظهر العامل $(x^{\frac{1}{2}} - 1)$

الحل:

١. نكتب البسط بعامل مشترك:

$$x^{\frac{3}{2}} - x = x\left(x^{\frac{1}{2}} - 1\right)$$

٢. والمقام:

$$2x^{\frac{1}{2}}\left(x^{\frac{1}{2}} - 1\right)$$

٣. نختصر العامل المشترك:

$$\frac{x}{2x^{\frac{1}{2}}} = \frac{x^{1-\frac{1}{2}}}{2} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{2} = \frac{\sqrt{x}}{2}$$

س39 مقياس العدد المركب — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان مقياس العدد المركب $3 + ai$ هو 5، فما قيمة a؟

الخيارات:

أ) 0

ب) 1

ج) 3

د) 4

الإجابة: (د) 4

التلميح: مقياس العدد $a+bi$ هو $\sqrt{a^2+b^2}$؛ ربّع الطرفين للتخلص من الجذر.

الحل:

١. نطبق قانون المقياس:

$$\sqrt{3^2+a^2}=5$$

٢. بتربيع الطرفين:

$$9+a^2=25$$

٣. إذن:

$$a^2=16 \Rightarrow a=4$$

س40 العد وتكرار الأرقام

السؤال: كم مرة يتكرر الرقم 3 بين الأعداد $1,2,3,\ldots,99$؟

الخيارات:

أ) 9

ب) 10

ج) 19

د) 20

الإجابة: (د) 20

التلميح: عُدّ ظهوره في خانة الآحاد وحده، ثم في خانة العشرات وحده، وانتبه للعدد 33 الذي يظهر فيه مرتين.

الحل:

١. في خانة الآحاد: $3,13,23,33,43,53,63,73,83,93$ أي 10 مرات

٢. في خانة العشرات: $30,31,32,34,35,36,37,38,39$ أي 9 مرات، إضافة إلى 33 التي عُدّت مرة أخرى

٣. المجموع:

$$11+9=20$$

س41 الأعداد الزوجية والمؤلفة

السؤال: إذا كان $7k+1$ عدداً زوجياً حيث $k\in N$، فإن $(7k+1)^2$ عدد

الخيارات:

أ) زوجي مؤلف

ب) فردي مؤلف

ج) زوجي أولي

د) فردي أولي

الإجابة: (أ) زوجي مؤلف

التلميح: العدد المؤلف هو غير الأولي؛ ومربع أي عدد زوجي أكبر من 2 يبقى زوجياً وله أكثر من قاسمين.

الحل:

١. نفرض $k=1$ فيكون:

$$7\times 1+1=8$$

٢. ونربّع:

$$8^2=64$$

٣. العدد 64 زوجي وغير أولي، أي زوجي مؤلف

س42 تحويل الكسر العشري الدوري إلى نسبي

السؤال: لدينا كسر عشري لا نهائي هو $0.1212121\ldots$، فالتمثيل النسبي لهذا العدد هو

الخيارات:

أ) $\frac{12}{100}$

ب) $\frac{12}{101}$

ج) $\frac{12}{110}$

د) $\frac{4}{33}$

الإجابة: (د) $\frac{4}{33}$

التلميح: استخدم قاعدة الكسر الدوري: البسط هو العدد كاملاً ناقص غير الدوري، والمقام هو القيمة المكانية ناقص واحد.

الحل:

١. القاعدة:

$$\text{العدد} = \frac{\text{العدد كاملاً} - \text{العدد غير الدوري}}{\text{القيمة المكانية للدوري} - 1}$$

٢. بالتطبيق:

$$0.\overline{12} = \frac{12 - 0}{100 - 1} = \frac{12}{99}$$

٣. بالاختصار على 3:

$$= \frac{4}{33}$$

س43 ترتيب العمليات الحسابية

السؤال: أوجد ناتج $5 - 2(3^2 - 4) + 15 \div 3$

الخيارات:

أ) 0

ب) 1

ج) 3

د) 5

الإجابة: (أ) 0

التلميح: الأولوية: الأقواس ثم الأسس ثم الضرب والقسمة ثم الجمع والطرح.

الحل:

١. داخل القوس:

$$3^2 - 4 = 9 - 4 = 5$$

٢. الضرب والقسمة:

$$5 - 2(5) + 15 \div 3 = 5 - 10 + 5$$

٣. الجمع والطرح:

$$= 0$$

س44 مقارنة الكسور

السؤال: أي مما يلي أكبر من $\frac{1}{5}$؟

الخيارات:

أ) 0.2

ب) $\frac{3}{15}$
ج) $\frac{2}{7}$
د) $\frac{4}{21}$

الإجابة: (ج) $\frac{2}{7}$

التلميح: ثلاثة من الخيارات قريبة جداً من $\frac{1}{5}$ أو تساويها؛ حوّلها جميعاً إلى الصورة نفسها أو اطرح.

الحل:

١. نلاحظ التساوي في خيارين:

$$0.2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}, \qquad \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

٢. نجرّب الطرح:

$$\frac{2}{7} - \frac{1}{5} = \frac{2 \times 5 - 1 \times 7}{35} = \frac{3}{35}$$

٣. الناتج موجب، إذن $\frac{2}{7} > \frac{1}{5}$

س45 السرعة والمسافة والزمن

السؤال: سيارة تسير بسرعة 53 متر/دقيقة وأخرى بسرعة 75 متر/دقيقة، فإذا انطلقتا معاً وفي نفس الاتجاه فكم تكون المسافة بينهما بعد 15 دقيقة؟

الخيارات:

أ) 220
ب) 230
ج) 320
د) 330

الإجابة: (د) 330

التلميح: في الاتجاه نفسه نستخدم فرق السرعتين (السرعة النسبية) لا مجموعهما.

الحل:

١. السرعة النسبية:

$$75 - 53 = 22$$

٢. المسافة بينهما:

$$22 \times 15 = 330$$

س46 خصائص الأعداد الأولية

السؤال: خارج قسمة أي عددين أوليين مختلفين يساوي

الخيارات:

أ) عدد أولي
ب) عدد فردي
ج) عدد زوجي
د) عدد كسري

الإجابة: (د) عدد كسري

التلميح: العدد الأولي لا يقبل القسمة إلا على 1 وعلى نفسه، فهل يمكن أن يقسم عدداً أولياً آخر؟

الحل:

١. العدد الأولي له قاسمان مختلفان فقط هما 1 ونفس العدد

٢. إذن أولي على أولي مختلف لا يعطي عدداً صحيحاً، مثال:

$$\frac{2}{3}$$

٣. والناتج عدد كسري

س47 باقي القسمة

السؤال: إذا كان باقي قسمة n على 7 يساوي 3، فإن باقي قسمة $8n$ على 7 يساوي

الخيارات:

أ) 2
ب) 3
ج) 4
د) 5

الإجابة: (ب) 3

التلميح: لاحظ أن $8 \equiv 1 \pmod 7$، أو جرّب قيمة مناسبة لـ n مثل 10

الحل:

١. نفرض $n = 10$ لأن:

$$10 \div 7 = 1 \text{ والباقي } 3$$

٢. نحسب $8n$:

$$8 \times 10 = 80$$

٣. ثم نقسم:

$$80 \div 7 = 11 \text{ والباقي } 3$$

س48 قواعد قابلية القسمة

السؤال: العدد الذي يقبل القسمة على 3, 4, 9 هو

الخيارات:

أ) 2345
ب) 7542
ج) 4536
د) 7580

الإجابة: (ج) 4536

التلميح: القسمة على 3 و 9 تُختبر بمجموع الأرقام، والقسمة على 4 تُختبر بالعدد المكوّن من آخر رقمين.

الحل:

١. الخيار (أ): مجموع أرقامه 14 لا يقبل القسمة على 3
٢. الخيار (ب): يقبل على 3 لكن 42 لا يقبل القسمة على 4
٣. الخيار (ج): مجموع أرقامه 18 يقبل القسمة على 3 و 9، والعدد 36 يقبل القسمة على 4
٤. إذن 4536 يقبل القسمة على 3, 4, 9

س49 المضاعف المشترك الأصغر — تطبيقات

السؤال: قط يستطيع أن يصعد الدرج ستة ستة بدون باقٍ، وثمانية ثمانية بدون باقٍ، وعشرة عشرة بدون باقٍ، فما أقل عدد من السلالم يحتويه الدرج؟

الخيارات:

أ) 30
ب) 60
ج) 120

د) 240

الإجابة: ج) 120

التلميح: المطلوب أصغر عدد يقبل القسمة على $6, 8, 10$ جميعاً، وليس أي عدد يقبلها.

الحل:

١. العددان 30 و 60 لا يقبلان القسمة على 8

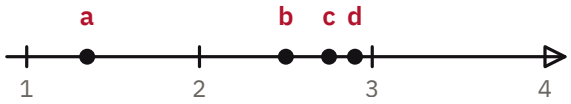
٢. العددان 120 و 240 يقبلان القسمة على $6, 8, 10$

٣. المطلوب الأقل، إذن:

$$\text{LCM}(6, 8, 10) = 120$$

س50 تقدير الجذور على خط الأعداد

السؤال: أي نقطة على خط الأعداد هي الأفضل تمثيلاً للعدد $\sqrt{8}$؟ (النقاط مرتبة بين 1 و 4 على الترتيب: a قبل 2، ثم b ثم c بين 2 و 3، ثم d قرب 3)



الخيارات:

أ) a

ب) b

ج) c

د) d

الإجابة: ج) c

التلميح: احصر 8 بين أقرب مربعين كاملين، ثم انظر إلى أيهما أقرب.

الحل:

١. نحصر العدد:

$$4 < 8 < 9$$

٢. بأخذ الجذر:

$$2 < \sqrt{8} < 3$$

٣. بما أن 8 أقرب إلى 9، فإن $\sqrt{8}$ أقرب إلى 3 منه إلى 2، وهي النقطة c

---

س51 القاسم المشترك الأكبر — تطبيقات هندسية

السؤال: مزرعة مستطيلة الشكل أبعادها 360 متراً و 240 متراً، إذا أردنا تقسيمها إلى مربعات متطابقة، فأوجد أطول ضلع للمربع الواحد

الخيارات:

أ) 60 متراً

ب) 80 متراً

ج) 100 متر

د) 120 متراً

الإجابة: د) 120 متراً

التلميح: "أطول ضلع مربع يقسم البعدين تماماً" يعني القاسم المشترك الأكبر للبُعدين.

الحل:

١. نحلّل العددين:

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5, \qquad 240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

٢. نأخذ العوامل المشتركة بأصغر أس:

$$\text{GCD} = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$$

س52 النسبة الثابتة والتعويض

السؤال: إذا كان $\dfrac{3x-4}{y+15}$ عدداً ثابتاً، وقيمة $x=2$ عندما $y=3$، فما قيمة x عندما $y=12$؟

الخيارات:

أ) $\dfrac{5}{3}$

ب) $\dfrac{7}{3}$

ج) $\dfrac{8}{3}$

د) $\dfrac{10}{3}$

الإجابة: (ب) $\dfrac{7}{3}$

التلميح: احسب قيمة الثابت من المعطيات الأولى، ثم استخدمها في الحالة الثانية.

الحل:

١. نوجد الثابت بالتعويض المباشر:

$$\frac{3(2)-4}{3+15} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$$

٢. نعوّض $y=12$:

$$\frac{3x-4}{27} = \frac{1}{9}$$

٣. بالضرب التبادلي:

$$27x - 36 = 27 \;\Rightarrow\; 27x = 63$$

٤. إذن:

$$x = \frac{63}{27} = \frac{7}{3}$$

س53 النسبة بين ثلاثة أعداد

السؤال: إذا كان x, y, z ثلاثة أعداد طبيعية النسبة بينها $3:4:5$ وكان $y - x = 5$، فما قيمة z؟

الخيارات:

أ) 15

ب) 20

ج) 25

د) 30

الإجابة: (ج) 25

التلميح: الفرق بين جزأي النسبة $4-3=1$، فما قيمة الجزء الواحد؟

الحل:

١. الفرق بين جزأي النسبة:

$$4 - 3 = 1$$

٠٢. قيمة الجزء الواحد:

$$\frac{5}{1} = 5$$

٠٣. إذن:

$$z = 5 \times 5 = 25$$

س54 النسبة المئوية

السؤال: قرأ خالد 70% من صفحات كتاب السيرة النبوية وتبقّى له 42 صفحة، فكم عدد صفحات الكتاب كاملاً؟

الخيارات:

أ) 60
ب) 70
ج) 100
د) 140

الإجابة: (د) 140

التلميح: الصفحات المتبقية تمثل النسبة المكمّلة أي 30%

الحل:

٠١. المتبقي يمثل:

$$100\% - 70\% = 30\%$$

٠٢. بالتناسب:

$$\frac{x}{100} = \frac{42}{30}$$

٠٣. إذن:

$$x = \frac{4200}{30} = 140$$

س55 التناسب العكسي

السؤال: إذا كان خالد يعمل 5 ساعات يومياً لينجز عمله في 3 أيام، فكم ساعة يعملها في اليوم لينجز عمله في يومين؟

الخيارات:

أ) 1.5
ب) 3.5
ج) 5.5
د) 7.5

الإجابة: (د) 7.5

التلميح: كلما قلّت الأيام زادت الساعات، فالعلاقة تناسب عكسي: احسب مجموع ساعات العمل الكلي.

الحل:

٠١. إجمالي ساعات العمل ثابت:

$$5 \times 3 = 15$$

٠٢. بالتوزيع على يومين:

$$\frac{15}{2} = 7.5$$

س56 المساحة والنسبة المئوية

السؤال: أرض مستطيلة الشكل أبعادها 40 سم و 30 سم، تم زراعة 25% أرزاً و 10% قمحاً، احسب المساحة المتبقية بالسنتيمتر المربع

الخيارات:

أ) 620
ب) 720
ج) 780
د) 870

الإجابة: (ج) 780

التلميح: احسب النسبة المتبقية أولاً ثم طبّقها على المساحة الكلية.

الحل:

١. المساحة الكلية:

$$40 \times 30 = 1200$$

٢. النسبة المتبقية:

$$100\% - 25\% - 10\% = 65\%$$

٣. المساحة المتبقية:

$$\frac{65 \times 1200}{100} = 780$$

س57 الضرب التبادلي الثلاثي (العمل والزمن)

السؤال: يصنع ثلاثة نجارين ثلاث طاولات في ثلاثة أيام، فكم طاولة يصنعها تسعة نجارين في تسعة أيام؟

الخيارات:

أ) 9
ب) 18
ج) 27
د) 81

الإجابة: (ج) 27

التلميح: عدد الطاولات يتناسب طردياً مع عدد النجارين ومع عدد الأيام معاً.

الحل:

١. نرتّب المعطيات: (نجارون، طاولات، أيام) $(3, 3, 3) =$ و $(9, x, 9)$

٢. نستخدم الضرب التبادلي الثلاثي:

$$3 \times x \times 3 = 9 \times 3 \times 9$$

٣. إذن:

$$9x = 243 \;\Rightarrow\; x = 27$$

س58 قوانين الأسس

السؤال: ضعف العدد 2^8 هو

الخيارات:

أ) 2^7
ب) 2^9
ج) 2^{10}
د) 2^{12}

الإجابة: (ب) 2^9

التلميح: الضعف يعني الضرب في $2^1 = 2$، وعند ضرب قوى الأساس نفسه تُجمع الأسس.

الحل:

٠١ نضرب في 2:

$$2^8 \times 2^1 = 2^{8+1}$$

٠٢ إذن:

$$= 2^9$$

س59 القيمة المطلقة

السؤال: إذا كان $x + y = A$ و x عدد موجب، فإن $|A - y| + |y - A|$ يساوي

الخيارات:

أ) 0

ب) 2

ج) $2x$

د) $-2x$

الإجابة: (ج) $2x$

التلميح: عوّض $y = A - x$، وتذكّر أن $|-x| = |x|$

الحل:

٠١ من المعطى:

$$x + y = A \;\Rightarrow\; y = A - x$$

٠٢ بالتعويض:

$$|A - (A - x)| + |(A - x) - A| = |x| + |-x|$$

٠٣ وبما أن x موجب:

$$= x + x = 2x$$

س60 الجذور المركّبة

السؤال: عند تبسيط المقدار $\sqrt[3]{\sqrt{64}} + \sqrt[4]{16}$ يكون الناتج

الخيارات:

أ) 1

ب) 2

ج) 4

د) 8

الإجابة: (ج) 4

التلميح: ابدأ بالجذر الداخلي $\sqrt{64}$ ثم خذ الجذر التكعيبي للناتج.

الحل:

٠١ الجذر الداخلي:

$$\sqrt{64} = 8$$

٠٢ الجذر التكعيبي:

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

٠٣ والجذر الرابع:

$$\sqrt[4]{16} = 2$$

٠٤ المجموع:

$$2 + 2 = 4$$

س61 إنطاق المقام وتبسيط الجذور

السؤال: قيمة المقدار $2\sqrt{20} - \frac{5}{\sqrt{5}}$ تساوي

الخيارات:

أ) $-5\sqrt{5}$

ب) $-3\sqrt{5}$

ج) $2\sqrt{5}$

د) $5\sqrt{5}$

الإجابة: (ب) $-3\sqrt{5}$

التلميح: انطق المقام بالضرب في $\sqrt{5}$، وبسّط $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ ليصبح الحدان متشابهين.

الحل:

١. إنطاق المقام:

$$\frac{5}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5}$$

٢. تبسيط الحد الثاني:

$$2\sqrt{20} = 2\sqrt{4 \times 5} = 4\sqrt{5}$$

٣. الطرح:

$$\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = -3\sqrt{5}$$

س62 الفرق بين مربعين مع الأسس

السؤال: قيمة المقدار $(\sqrt{2}+1)^5(\sqrt{2}-1)^5$ تساوي

الخيارات:

أ) -1

ب) $\frac{-2}{3}$

ج) $-\frac{1}{2}$

د) 1

الإجابة: (د) 1

التلميح: الأسّان متساويان، فاجمع القاعدتين داخل قوس واحد قبل الرفع للأس.

الحل:

١. نوحّد الأس:

$$(\sqrt{2}+1)^5(\sqrt{2}-1)^5 = \Big[(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)\Big]^5$$

٢. القوس فرق بين مربعين:

$$= (2-1)^5 = 1^5 = 1$$

س63 معادلات القيمة المطلقة

السؤال: إذا كان $|x| = 8$ فإن $|x+2|$ يساوي

الخيارات:

أ) $-6,\ 10$

ب) 10

ج) $-8,\ 8$

د) $6,\ 10$

الإجابة: (د) $6,\ 10$

التلميح: للقيمة المطلقة حلّان لـ x، وناتج القيمة المطلقة لا يكون سالباً أبداً.
الحل:
١. من المعادلة:

$$|x| = 8 \;\Rightarrow\; x = 8 \text{ أو } x = -8$$

٢. عند $x = 8$:

$$|8 + 2| = |10| = 10$$

٣. عند $x = -8$:

$$|-8 + 2| = |-6| = 6$$

س64 قسمة الجذور

السؤال: قيمة المقدار $\dfrac{\sqrt{2}}{3} \div \dfrac{8}{\sqrt{7}}$
الخيارات:
أ) $\dfrac{8\sqrt{14}}{21}$
ب) $\dfrac{\sqrt{14}}{24}$
ج) $\dfrac{14}{28}$
د) $\dfrac{\sqrt{24}}{38}$
الإجابة: (ب) $\dfrac{\sqrt{14}}{24}$
التلميح: اقلب المقسوم عليه واضرب، ثم ادمج الجذرين في جذر واحد.
الحل:
١. نحوّل القسمة إلى ضرب:

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \times \frac{\sqrt{7}}{8}$$

٢. ندمج الجذور:

$$= \frac{\sqrt{2 \times 7}}{3 \times 8} = \frac{\sqrt{14}}{24}$$

س65 الأعداد المؤلفة والأولية

السؤال: لأي قيم n الآتية يكون العدد $n^2 + 2n + 5$ مؤلفاً؟
الخيارات:
أ) 6
ب) 5
ج) 4
د) 2
الإجابة: (ب) 5
التلميح: العدد المؤلف له أكثر من قاسمين، عوّض بكل خيار واختبر أولية الناتج.
الحل:
١. بالتعويض:

$$n = 6 \;\Rightarrow\; 36 + 12 + 5 = 53$$

$$n = 5 \;\Rightarrow\; 25 + 10 + 5 = 40$$

$$n = 4 \Rightarrow 16 + 8 + 5 = 29$$

$$n = 2 \Rightarrow 4 + 4 + 5 = 13$$

٢. جميع النواتج أولية ما عدا 40، إذن $n = 5$

س66 ترتيب العمليات الحسابية

السؤال: أوجد ناتج $4 + 8 \div 2 \times 4$

الخيارات:

أ) 3

ب) 6

ج) 20

د) 24

الإجابة: (ج) 20

التلميح: لا تضرب 4×2 أولاً، فالقسمة تسبقها من جهة اليسار.

الحل:

١. القسمة أولاً:

$$8 \div 2 = 4$$

٢. ثم الضرب:

$$4 \times 4 = 16$$

٣. ثم الجمع:

$$4 + 16 = 20$$

س67 النسبة المئوية — التخفيض

السؤال: جهاز كهربائي سعره 250 ريالاً، إذا تم تخفيض سعره 24%، فكم ريالاً قيمته بعد التخفيض؟

الخيارات:

أ) 225

ب) 190

ج) 84

د) 60

الإجابة: (ب) 190

التلميح: قيمة التخفيض ليست هي السعر الجديد، اطرحها من السعر الأصلي.

الحل:

١. قيمة التخفيض:

$$250 \times \frac{24}{100} = 60$$

٢. السعر بعد التخفيض:

$$250 - 60 = 190$$

س68 ضرب عدد مركب في مرافقه — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أوجد ناتج $(7 + i)(7 - i)$

الخيارات:

أ) 48

ب) $49 - i$

ج) $49 - 14i$

د) 50

الإجابة: (د) 50

التلميح: المقدار فرق بين مربعين، وتذكّر أن $-i^2 = +1$

الحل:

١. فرق بين مربعين:

$$(7+i)(7-i) = 7^2 - i^2$$

٢. بما أن $i^2 = -1$:

$$= 49 - (-1) = 49 + 1 = 50$$

س69 ترتيب الأعداد الحقيقية

السؤال: الترتيب التصاعدي للمجموعة $\{2, \sqrt{2}, \pi, e, 3\}$ هو

الخيارات:

أ) $\{\sqrt{2}, 2, e, 3, \pi\}$

ب) $\{e, \sqrt{2}, 2, 3, \pi\}$

ج) $\{e, \sqrt{2}, 2, \pi, 3\}$

د) $\{\sqrt{2}, e, 2, \pi, 3\}$

الإجابة: (أ) $\{\sqrt{2}, 2, e, 3, \pi\}$

التلميح: استبدل الرموز بقيمها التقريبية: $\sqrt{2} \approx 1.4$، $e \approx 2.7$، $\pi \approx 3.14$

الحل:

١. القيم التقريبية:

$$\sqrt{2} \approx 1.4, \qquad e \approx 2.7, \qquad \pi \approx 3.14$$

٢. الترتيب التصاعدي:

$$\{\sqrt{2}, 2, e, 3, \pi\}$$

س70 جذور المربعات الكاملة

السؤال: إذا كانت $x > 0$ فإن العددين المتساويين في المجموعة $\left(\sqrt{x^2+1},\ \sqrt{x^2+1},\ \sqrt{(x-1)^2},\ \sqrt{(x+1)^2}\right)$ هما

الخيارات:

أ) $\sqrt{x^2+1}$, $\sqrt{x^2+1}$

ب) $\sqrt{x^2+1}$, $\sqrt{(x-1)^2}$

ج) $\sqrt{x^2+1}$, $\sqrt{(x+1)^2}$

د) $\sqrt{(x-1)^2}$, $\sqrt{(x+1)^2}$

الإجابة: (ج) $\sqrt{x^2+1}$, $\sqrt{(x+1)^2}$

التلميح: انتبه لموضع الجذر: $\sqrt{x^2+1}$ تختلف عن $\sqrt{x^2+1}$؛ وبسّط كل مقدار على حدة مع $x > 0$

الحل:

١. نبسّط:

$$\sqrt{x^2+1} = x+1$$

٢. وكذلك:

$$\sqrt{(x+1)^2} = x+1$$

٣. بينما:

$$\sqrt{(x-1)^2} = x-1$$

٤. إذن المتساويان هما $\sqrt{x^2}+1$ و $\sqrt{(x+1)^2}$

س71 مجموعات الأعداد — الصحيحة السالبة

السؤال: إذا كان $x=-4$ و $y=2$، فأي مما يأتي ينتمي إلى مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة Z^-؟

الخيارات:

أ) $3y+x^2$

ب) $3x-y^2$

ج) $2y^2-x$

د) $2x^2-y$

الإجابة: (ب) $3x-y^2$

التلميح: عوّض في كل خيار وانتبه لإشارة المربع: x^2 موجب دائمًا.

الحل:

١. بالتعويض في الخيار (ب):

$$3(-4)-(2)^2=-12-4=-16$$

٢. والناتج عدد صحيح سالب

س72 العلاقة بين القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر

السؤال: إذا كان القاسم المشترك الأكبر للعددين x و 14 يساوي 7، والمضاعف المشترك الأصغر لهما 42، فإن x تساوي

الخيارات:

أ) 7

ب) 14

ج) 21

د) 42

الإجابة: (ج) 21

التلميح: استخدم القاعدة: حاصل ضرب العددين = القاسم المشترك الأكبر × المضاعف المشترك الأصغر.

الحل:

١. نطبق القاعدة:

$$14\times x=7\times 42$$

٢. إذن:

$$x=\frac{294}{14}=21$$

س73 المضاعف المشترك الأصغر — تطبيقات

السؤال: يحضر أحمد كل 4 أيام، وخالد كل 5 أيام، وعادل كل 6 أيام، فإذا حضر هؤلاء الطلاب للمرة الأولى في اليوم الأول، فبعد كم يوم سيلتقون؟

الخيارات:

أ) 30

ب) 40

ج) 50

د) 60

الإجابة: (د) 60

التلميح: خذ العوامل المشتركة بأكبر أس وغير المشتركة.

الحل:

١. التحليل إلى عوامل أولية:

$$4 = 2^2, \qquad 5 = 5, \qquad 6 = 2 \times 3$$

٢. المضاعف المشترك الأصغر:

$$2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

س74 المعدل والتناسب بمتغير

السؤال: مصنع للطاولات لديه 6 خطوط إنتاج، كل منها ينتج 30 طاولة في الساعة، فخلال كم ساعة يتم إنتاج y طاولة؟

الخيارات:

أ) $\dfrac{180}{y}$

ب) $\dfrac{y}{180}$

ج) $\dfrac{6y}{30}$

د) $\dfrac{30}{6y}$

الإجابة: (ب) $\dfrac{y}{180}$

التلميح: احسب إنتاج المصنع كاملاً في الساعة الواحدة أولاً، ثم كوّن التناسب.

الحل:

١. إنتاج المصنع في الساعة:

$$6 \times 30 = 180$$

٢. بالتناسب:

$$\frac{180}{1} = \frac{y}{x}$$

٣. إذن:

$$x = \frac{y}{180}$$

س75 الكسور المركّبة

السؤال: أوجد قيمة $\dfrac{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{\frac{2}{3}}$

الخيارات:

أ) 1

ب) $\dfrac{5}{8}$

ج) $\dfrac{15}{4}$

د) $\dfrac{15}{8}$

الإجابة: (د) $\dfrac{15}{8}$

التلميح: اجمع البسط أولاً، ثم حوّل القسمة إلى ضرب في مقلوب المقام.

الحل:

١. جمع البسط:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2+3}{4} = \frac{5}{4}$$

٢. القسمة على $\frac{2}{3}$:

$$\frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}$$

س76 التناسب الطردي — نسبة التخفيض الثابتة

السؤال: إذا تم تخفيض أسعار الكتب في مكتبة بنفس النسبة، فخُفّضت قيمة الكتاب الذي سعره 20 ريالاً إلى 15 ريالاً، فكم ريالاً السعر الأصلي لكتاب قيمته بعد التخفيض 60 ريالاً؟

الخيارات:

أ) 100

ب) 90

ج) 80

د) 75

الإجابة: (ج) 80

التلميح: النسبة ثابتة، فكوّن تناسباً بين (السعر الأصلي) و(السعر بعد التخفيض).

الحل:

١. نكوّن التناسب:

$$\frac{20}{15} = \frac{x}{60}$$

٢. بالضرب التبادلي:

$$x = \frac{20 \times 60}{15} = 80$$

س77 قوانين الأسس — الاختصار

السؤال: أوجد قيمة $\dfrac{2^{60} \times 64^2 - 4^8 \times 8^2}{2^{60} \times 2^6 - 4^8}$

الخيارات:

أ) 8

ب) 8^2

ج) 8^3

د) 8^4

الإجابة: (ب) 8^2

التلميح: لاحظ أن $64^2 = 8^4$، فأخرج 8^2 عاملاً مشتركاً من البسط ليصبح ما بداخل القوس مطابقاً للمقام.

الحل:

١. نكتب $64^2 = (8^2)^2 = 8^4$، ثم نخرج 8^2 عاملاً مشتركاً:

$$\frac{8^2\left(2^{60} \times 8^2 - 4^8\right)}{2^{60} \times 2^6 - 4^8}$$

٢. وبما أن $8^2 = 2^6$ فإن ما داخل القوس يساوي المقام تماماً

٣. إذن الناتج:

$$= 8^2$$

س78 المعادلات الأسية والأعداد الصحيحة

السؤال: إذا كان $2a = 3$ و $4b = 9$، فأي الآتي عدد صحيح؟

الخيارات:

أ) $a + 2b$

ب) $3a + b$

ج) $a + 3b$

د) $2a + b$

الإجابة: (أ) $a + 2b$

التلميح: أوجد a و b ككسور ثم اختبر الخيارات، أو اجمع المعادلتين مباشرة.

الحل:

١. من المعطى:

$$a = \frac{3}{2}, \qquad b = \frac{9}{4}$$

٢. بجمع المعادلتين:

$$2a + 4b = 3 + 9 = 12$$

٣. بالقسمة على 2:

$$a + 2b = 6$$

س79 جمع الجذور المتشابهة

السؤال: أوجد ناتج $\sqrt{84} + \sqrt{4} \times \sqrt{21}$

الخيارات:

أ) $8\sqrt{21}$

ب) $4\sqrt{21}$

ج) $2\sqrt{21}$

د) $\sqrt{21}$

الإجابة: (ب) $4\sqrt{21}$

التلميح: بسّط $\sqrt{84}$ بإخراج المربع الكامل ليصبح الحدان متشابهين.

الحل:

١. تبسيط الجذر:

$$\sqrt{84} = \sqrt{4 \times 21} = 2\sqrt{21}$$

٢. الحد الثاني:

$$\sqrt{4} \times \sqrt{21} = 2\sqrt{21}$$

٣. الجمع:

$$2\sqrt{21} + 2\sqrt{21} = 4\sqrt{21}$$

س80 السرعة والمسافة والزمن — اللحاق

السؤال: عند الساعة الثامنة انطلقت سيارة من المدينة A بسرعة 80 km/h، وبعدها بساعة تبعتها على نفس الطريق سيارة سرعتها 120 km/h. متى تلحق السيارة الثانية بالأولى؟

الخيارات:

أ) 10:00

ب) 10:30

ج) 11:00

د) 11:30

الإجابة: (ج) 11:00

التلميح: اعمل جدولاً بالمسافة المقطوعة لكل سيارة كل ساعة حتى تتساوى المسافتان.

الحل:

١. الساعة 8: انطلقت A ولم تنطلق B

٢. الساعة 9: $A = 80$ km وانطلقت B

٣. الساعة 10: $A = 160$ km و $B = 120$ km

٤. الساعة 11: $A = 240$ km و $B = 240$ km، فتكون قد لحقت بها

س81 سلاسل النسب

السؤال: إذا كانت نسبة a إلى b تساوي نسبة 2 إلى 3، وكانت نسبة $2b$ إلى $3c$ تساوي نسبة 6 إلى 5، فما قيمة $\frac{5a}{4c}$؟

الخيارات:

أ) $\frac{3}{2}$

ب) $\frac{2}{3}$

ج) $\frac{5}{6}$

د) $\frac{6}{5}$

الإجابة: (أ) $\frac{3}{2}$

التلميح: استخرج علاقة a بـ c أولاً من المعطيين، ثم عوّض في المطلوب.

الحل:

١. من النسبة الأولى:

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2b = 3a$$

٢. نعوّض في الثانية:

$$\frac{2b}{3c} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{3a}{3c} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{6}{5}$$

٣. إذن:

$$\frac{5a}{4c} = \frac{5 \times 6}{4 \times 5} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2}$$

س82 الفرق بين مربعين

السؤال: أوجد ناتج $3123^2 - 3124^2$

الخيارات:

أ) 6247

ب) 4672

ج) -4672

د) -6247

الإجابة: (د) -6247

التلميح: لا تحسب المربعين؛ استخدم $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ وانتبه للإشارة.

الحل:

١. نحلّل:

$$3123^2 - 3124^2 = (3123 - 3124)(3123 + 3124)$$

٢. إذن:

$$= (-1)(6247) = -6247$$

س83 المتتابعات الحسابية

السؤال: يتكون فصل دراسي من 18 صفاً، إذا كان عدد مقاعد الصف الأخير 64 مقعداً، وعدد مقاعد كل صف يقل عن الذي خلفه بثلاثة مقاعد، فكم عدد المقاعد في الصف الأول؟

الخيارات:

أ) 19
ب) 16
ج) 13
د) 10

الإجابة: (ج) 13

التلميح: استخدم قانون الحد النوني $a_n = a_1 + (n-1)d$ مع $n = 18$ و $d = 3$

الحل:

١. نطبق القانون:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

٢. بالتعويض:

$$64 = a_1 + (18-1) \times 3 = a_1 + 51$$

٣. إذن:

$$a_1 = 64 - 51 = 13$$

س84 الأسس الكسرية السالبة

السؤال: أوجد قيمة $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$

الخيارات:

أ) $\frac{2}{3}$
ب) $\frac{3}{2}$
ج) $\frac{4}{9}$
د) $\frac{9}{4}$

الإجابة: (د) $\frac{9}{4}$

التلميح: الأس السالب يعني قلب الكسر، والمقام 3 في الأس يعني الجذر التكعيبي.

الحل:

١. نقلب الكسر لتصبح الإشارة موجبة:

$$\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$$

٢. نأخذ الجذر التكعيبي:

$$= \left(\sqrt[3]{\frac{27}{8}}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

٣. إذن:

$$= \frac{9}{4}$$

س85 إشارة المربع والجذور

السؤال: أوجد قيمة $\left(-\sqrt{4}\right)^2$

الخيارات:

أ) -4

ب) -2

ج) 4

د) 2

الإجابة: (ج) 4

التلميح: الأس خارج القوس يشمل الإشارة السالبة، وسالب في سالب يساوي موجباً.

الحل:

١. نفك المربع:

$$\left(-\sqrt{4}\right)^2 = \left(-\sqrt{4}\right)\left(-\sqrt{4}\right)$$

٢. إذن:

$$= +4$$

س86 العامل المشترك في المقادير الأسية

السؤال: المقدار $9 \times 3^3 + 2 \times 3^3$ يساوي

الخيارات:

أ) 3^4

ب) 3^2

ج) 11×3^3

د) 2×3^3

الإجابة: (ج) 11×3^3

التلميح: الحدّان يشتركان في العامل 3^3، فأخرجه خارج القوس.

الحل:

١. بأخذ 3^3 عاملاً مشتركاً:

$$9 \times 3^3 + 2 \times 3^3 = 3^3(9 + 2)$$

٢. إذن:

$$= 11 \times 3^3$$

س87 العامل المشترك والاختصار

السؤال: أوجد قيمة $\dfrac{6^{10} + 6^{10} + 6^{10}}{6^{10}}$

الخيارات:

أ) 3×6^{10}

ب) 6^{20}

ج) 6^3

د) 3

الإجابة: (د) 3

التلميح: البسط ثلاثة حدود متطابقة، أخرج 6^{10} عاملاً مشتركاً واختصر مع المقام.

الحل:

١. بأخذ العامل المشترك:

$$\frac{6^{10}(1 + 1 + 1)}{6^{10}}$$

٢. بالاختصار:

$$= 1 + 1 + 1 = 3$$

س88 الكسر العشري الدوري

السؤال: قيمة المقدار $1.\overline{33}$ تساوي

الخيارات:

أ) $\frac{1}{3}$

ب) $\frac{4}{3}$

ج) $\frac{3}{4}$

د) $\frac{2}{3}$

الإجابة: (ب) $\frac{4}{3}$

التلميح: طبّق قاعدة الكسر الدوري: (العدد كاملاً بلا فاصلة) − (غير الدوري)، على (القيمة المكانية للدوري -1).

الحل:

١. نطبق القاعدة:

$$1.\overline{33} = \frac{133 - 1}{100 - 1} = \frac{132}{99}$$

٢. بالاختصار على 33:

$$= \frac{4}{3}$$

س89 ترتيب الأعداد الحقيقية

السؤال: ما ترتيب العدد π ضمن الترتيب التصاعدي للأعداد $\frac{16}{5}$, 3.13131, $2\sqrt{5}$, π؟

الخيارات:

أ) الأول

ب) الثاني

ج) الثالث

د) الرابع

الإجابة: (ب) الثاني

التلميح: حوّل الجميع إلى صورة عشرية تقريبية ثم رتّب.

الحل:

١. القيم التقريبية:

$$\frac{16}{5} = 3.2, \qquad 2\sqrt{5} \approx 4.47, \qquad \pi \approx 3.14$$

٢. الترتيب التصاعدي:

$$3.13131,\ 3.14,\ 3.2,\ 4.47$$

٣. إذن π في الترتيب الثاني

س90 حصر الجذور بين عددين

السؤال: العدد $\frac{\sqrt{33}}{2}$ يقع بين

الخيارات:

أ) $1,\ 2$

ب) $2,\ 3$
ج) $3,\ 4$
د) $4,\ 5$

الإجابة: (ب) $2,\ 3$

التلميح: احصر 33 بين مربعين كاملين، ثم اقسم طرفي المتباينة على 2

الحل:

١. الحصر:

$$25 < 33 < 36$$

٢. بأخذ الجذر التربيعي:

$$5 < \sqrt{33} < 6$$

٣. بالقسمة على 2:

$$2.5 < \frac{\sqrt{33}}{2} < 3$$

س91 الأسس السالبة

السؤال: قيمة $\left(\frac{16}{9}\right)^{-1}$ تساوي

الخيارات:

أ) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$
ب) $\left(\frac{4}{3}\right)^2$
ج) $\frac{4}{3}$
د) $\frac{16}{3}$

الإجابة: (أ) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$

التلميح: الأس -1 يعني المقلوب، ثم حاول كتابة الناتج كمربع كامل.

الحل:

١. نقلب الكسر:

$$\left(\frac{16}{9}\right)^{-1} = \frac{9}{16}$$

٢. نكتبه كمربع:

$$= \frac{3^2}{4^2} = \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

س92 تصنيف مجموعات الأعداد

السؤال: العدد $\frac{2}{3}$ ينتمي إلى مجموعة الأعداد

الخيارات:

أ) الطبيعية
ب) الكلية
ج) الصحيحة
د) النسبية

الإجابة: (د) النسبية

التلميح: العدد النسبي هو ما يمكن كتابته على صورة $\frac{a}{b}$ حيث $b \neq 0$ و a, b صحيحان.
الحل:
١. العدد $\frac{2}{3}$ ليس طبيعياً ولا كلياً ولا صحيحاً لأنه ليس عدداً صحيحاً
٢. وهو مكتوب على صورة نسبة بين عددين صحيحين، إذن هو عدد نسبي

س93 مقارنة الكسور المتتالية

السؤال: أي الأعداد الآتية هو الأكبر؟
الخيارات:
أ) $\frac{7}{8}$
ب) $\frac{8}{9}$
ج) $\frac{9}{10}$
د) $\frac{10}{11}$

الإجابة: (د) $\frac{10}{11}$
التلميح: الفرق بين البسط والمقام في جميعها يساوي 1؛ فكلما كبر الحدّان اقترب الكسر من الواحد.
الحل:
١. جميع الكسور الفرق بين بسطها ومقامها $= 1$ وهي متتالية
٢. صاحب البسط والمقام الأكبر هو الكسر الأكبر
٣. إذن الأكبر هو $\frac{10}{11}$

س94 القاسم المشترك الأكبر

السؤال: القاسم المشترك الأكبر للعددين 777 و 333 هو
الخيارات:
أ) 11
ب) 21
ج) 121
د) 111

الإجابة: (د) 111
التلميح: حلّل العددين إلى عوامل أولية وخذ المشترك بأصغر أس، أو استخدم الطرح المتكرر.
الحل:
١. التحليل إلى عوامل أولية:

$$333 = 3^2 \times 37, \qquad 777 = 3 \times 7 \times 37$$

٢. العوامل المشتركة بأصغر أس:

$$3 \times 37 = 111$$

٣. طريقة أخرى (الطرح):

$$777 - 333 = 444, \qquad 444 - 333 = 111$$

س95 قراءة التمثيلات البيانية (العلاقة العكسية)

السؤال: في علم الاقتصاد، أي الرسومات الآتية تمثّل العلاقة بين العرض والطلب؟ (المحور الرأسي: العرض، والمحور الأفقي: الطلب)
الخيارات:
أ) منحنى يصعد ثم يهبط (على شكل قوس مقلوب)

ب) منحنى يهبط ثم يصعد (على شكل حرف U)
ج) منحنى متزايد من اليسار إلى اليمين
د) منحنى متناقص من اليسار إلى اليمين

الإجابة: (د) منحنى متناقص من اليسار إلى اليمين

التلميح: العلاقة عكسية: كلما زاد أحد المتغيرين قلّ الآخر، فما شكل المنحنى المعبّر عن ذلك؟

الحل:

١. في علم الاقتصاد كلما زاد العرض قلّ الطلب

٢. العلاقة العكسية يمثّلها منحنى متناقص، وهو الرسم في الفقرة (د)

س96 التناسب الطردي — الظلال

السؤال: رجل طوله 2 m وطول ظله $\frac{1}{2}$ m، يقف بجانب جدار طول ظله 4 m، فكم يكون طول الجدار؟

الخيارات:

أ) 8
ب) 10
ج) 12
د) 16

الإجابة: (د) 16

التلميح: نسبة الطول إلى الظل ثابتة، فكوّن تناسباً بين الحالتين.

الحل:

١. نكوّن التناسب:

$$\frac{\text{طول الجدار}}{\text{طول ظل الجدار}} = \frac{\text{طول الرجل}}{\text{طول ظله}}$$

٢. بالتعويض:

$$\frac{2}{\frac{1}{2}} = \frac{x}{4}$$

٣. إذن:

$$x = \frac{2 \times 4}{\frac{1}{2}} = 16$$

س97 تبسيط المقادير المركّبة — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أوجد قيمة $\dfrac{2i - i}{i}$

الخيارات:

أ) 1
ب) -1
ج) 0
د) 2

الإجابة: (أ) 1

التلميح: وزّع المقام على حدّي البسط ثم اختصر i

الحل:

١. بتوزيع البسط على المقام:

$$\frac{2i}{i} - \frac{i}{i}$$

٢. بالاختصار:

$$= 2 - 1 = 1$$

س98 الأسس السالبة والكسرية

السؤال: أوجد قيمة $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}}$

الخيارات:

أ) $\frac{1}{9}$

ب) $\frac{1}{4}$

ج) 4

د) 6

الإجابة: (د) 6

التلميح: الأس $\frac{1}{2}$ يعني الجذر التربيعي، والأس السالب يعني قلب الكسر.

الحل:

١. نطبق قاعدة الأس السالب:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{1}\right)^{2} = 9$$

٢. ونطبق قاعدة الأس الكسري:

$$\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

٣. بالضرب:

$$9 \times \frac{2}{3} = 6$$

س99 المضاعف المشترك الأصغر

السؤال: العدد الذي يقبل القسمة على $3,\ 4,\ 9$ هو

الخيارات:

أ) 24

ب) 34

ج) 36

د) 32

الإجابة: (ج) 36

التلميح: المطلوب عدد يقبل القسمة على الثلاثة معاً، وأصغرها هو المضاعف المشترك الأصغر.

الحل:

١. التحليل إلى عوامل أولية:

$$3 = 3, \qquad 4 = 2^2, \qquad 9 = 3^2$$

٢. المضاعف المشترك الأصغر:

$$3^2 \times 2^2 = 9 \times 4 = 36$$

س100 العامل المشترك داخل الجذر

السؤال: أوجد قيمة $\sqrt{2^4 + 2^6}$

الخيارات:

أ) $2\sqrt{5}$

ب) $4\sqrt{5}$

ج) $8\sqrt{5}$
د) $\sqrt{5}$

الإجابة: (ب) $4\sqrt{5}$

التلميح: لا تجمع الأسس؛ أخرج 2^4 عاملاً مشتركاً داخل الجذر أولاً.

الحل:

١. بأخذ العامل المشترك:

$$\sqrt{2^4(1+2^2)} = \sqrt{16 \times 5}$$

٢. إذن:

$$= 4\sqrt{5}$$

س101 ضرب الأعداد المركبة في الصورة القطبية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان العدد المركب $z_1 = (3, 20°)$ و $z_2 = (4, 40°)$، فأوجد $z_1 z_2$

الخيارات:

أ) $6 + 6\sqrt{3}\,i$
ب) $\sqrt{3} + 6i$
ج) $6 - 6\sqrt{3}\,i$
د) $\sqrt{3} - 6i$

الإجابة: (أ) $6 + 6\sqrt{3}\,i$

التلميح: في الصورة القطبية تُضرب المقاييس وتُجمع الزوايا.

الحل:

١. نطبق قاعدة الضرب القطبي:

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 \left[\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)\right]$$

٢. بالتعويض:

$$= 3 \times 4 \left[\cos 60° + i \sin 60°\right]$$

٣. بالتعويض عن قيم الدوال:

$$= 12 \left[\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i\right] = 6 + 6\sqrt{3}\,i$$

س102 السرعة والزمن — متوسط الرحلة

السؤال: طريق طوله 120 كلم قطعت سيارة نصفه بسرعة 120 كلم/ساعة، والنصف الآخر بسرعة 90 كلم/ساعة. احسب الزمن المستغرق بالدقائق

الخيارات:

أ) 50
ب) 60
ج) 70
د) 80

الإجابة: (ج) 70

التلميح: احسب زمن كل نصف على حدة بالساعات، ثم اجمع واضرب في 60

الحل:

١. نصف الطريق $= 60$ كلم، والزمن $= \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$

٢. الزمن الأول والثاني:

$$\frac{60}{120} = \frac{1}{2}, \qquad \frac{60}{90} = \frac{2}{3}$$

٣. المجموع بالساعات ثم التحويل للدقائق:

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)\times 60=\frac{7}{6}\times 60=70$$

س103 النسبة المئوية (1444)

السؤال: نسبة النجاح في مقرر دراسي 0.69، إذا كان عدد المختبرين 200 طالب، فكم عدد الراسبين؟

الخيارات:

أ) 138
ب) 76
ج) 62
د) 42

الإجابة: (ج) 62

التلميح: المطلوب الراسبون لا الناجحون، فاحسب النسبة المكمّلة أولاً.

الحل:

١. نسبة الراسبين:

$$100\%-69\%=31\%$$

٢. عدد الراسبين:

$$200\times\frac{31}{100}=62$$

س104 قواعد قابلية القسمة

السؤال: أي الأعداد الآتية يقبل القسمة على 6؟

الخيارات:

أ) 9999
ب) 9998
ج) 9997
د) 9996

الإجابة: (د) 9996

التلميح: يقبل العدد القسمة على 6 إذا قبل القسمة على 2 و 3 معاً.

الحل:

١. الخيار (أ) فردي فلا يقبل القسمة على 2

٢. الخيار (ب) زوجي لكن مجموع أرقامه لا يقبل القسمة على 3

٣. الخيار (ج) فردي ولا يقبل على 3

٤. الخيار (د) زوجي ومجموع أرقامه 33 يقبل القسمة على 3، إذن يقبل القسمة على 6

س105 الجذور المتداخلة والأسس (1444)

السؤال: إذا كانت $x=\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}$، فأوجد $\frac{x^4}{\sqrt{3}}$

الخيارات:

أ) $\sqrt{3}$
ب) 9
ج) 3
د) 27

الإجابة: (د) 27

التلميح: ربّع الطرفين مرتين للتخلص من الجذور بدل حساب x نفسها.

الحل:

٠١ بتربيع الطرفين:

$$x^2 = 3\sqrt{3\sqrt{3}}$$

٠٢ بتربيع الطرفين مرة أخرى:

$$x^4 = 9 \times 3\sqrt{3} = 27\sqrt{3}$$

٠٣ إذن:

$$\frac{x^4}{\sqrt{3}} = \frac{27\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 27$$

س106 أنظمة المعادلات — الجمع والتعويض (1444)

السؤال: إذا كانت $a + b = 5$ و $2b + 2c = 8$ و $c + d = 4$، فإن $a + d$ تساوي

الخيارات:

أ) 5

ب) 6

ج) 7

د) 8

الإجابة: (أ) 5

التلميح: اجمع المعادلتين الأولى والثالثة، ثم استفد من قيمة $b + c$ المستخرجة من الثانية.

الحل:

٠١ من المعادلة الثانية:

$$2b + 2c = 8 \;\Rightarrow\; b + c = 4$$

٠٢ بجمع الأولى والثالثة:

$$a + b + c + d = 5 + 4 = 9$$

٠٣ بالتعويض:

$$a + 4 + d = 9 \;\Rightarrow\; a + d = 5$$

س107 التخفيض المتتالي

السؤال: سلعة تم تخفيض سعرها 10% ثم 20%، كم إجمالي التخفيض؟

الخيارات:

أ) 32%

ب) 30%

ج) 29%

د) 28%

الإجابة: (د) 28%

التلميح: التخفيضان لا يُجمعان مباشرة، استخدم قاعدة: مجموع النسبتين ناقص حاصل ضربهما مقسوماً على 100

الحل:

٠١ نطبق قاعدة النقص المتتالي:

$$10\% + 20\% - \frac{10 \times 20}{100}\%$$

٠٢ إذن:

$$30\% - 2\% = 28\%$$

س108 النسبة المئوية المركّبة (1444)

السؤال: مدرسة عدد طلابها 2000 طالب، دخل الاختبار 75%، ولم يجتز الاختبار 25% منهم. ما عدد الطلاب الناجحين؟

الخيارات:

أ) 375
ب) 1115
ج) 1125
د) 1150

الإجابة: (ج) 1125

التلميح: نسبة عدم الاجتياز تُحسب من عدد المختبرين لا من إجمالي الطلاب.

الحل:

١. عدد المختبرين:

$$2000 \times \frac{75}{100} = 1500$$

٢. عدد غير المجتازين:

$$1500 \times \frac{25}{100} = 375$$

٣. عدد الناجحين:

$$1500 - 375 = 1125$$

س109 ترتيب العمليات الحسابية

السؤال: أوجد ناتج $6 + 9 \div 3$

الخيارات:

أ) 5
ب) 7
ج) 8
د) 9

الإجابة: (د) 9

التلميح: القسمة تسبق الجمع في الأولوية.

الحل:

١. القسمة أولاً:

$$9 \div 3 = 3$$

٢. ثم الجمع:

$$6 + 3 = 9$$

س110 المعادلات والنسبة المئوية

السؤال: إذا جُمع 24 مع 24% من عدد ما k أصبح الناتج 48، فإن قيمة k تساوي

الخيارات:

أ) 24
ب) 48
ج) 96
د) 100

الإجابة: (د) 100

التلميح: كوّن معادلة ثم اعزل k بالضرب في مقلوب المعامل.

الحل:

٠١. نكوّن المعادلة:

$$24 + \frac{24}{100}k = 48$$

٠٢. بالطرح:

$$\frac{24}{100}k = 24$$

٠٣. بالضرب في المقلوب:

$$k = 24 \times \frac{100}{24} = 100$$

س111 المضاعف المشترك الأصغر — تطبيقات

السؤال: عدّاءان يجريان حول مضمار دائري، الأول يكمل دورة كاملة في 12 دقيقة، والثاني في 20 دقيقة. بعد كم دقيقة يلتقيان أول مرة عند نقطة البداية؟

الخيارات:

أ) 24
ب) 60
ج) 72
د) 120

الإجابة: (ب) 60

التلميح: "أول مرة يلتقيان" تعني المضاعف المشترك الأصغر.

الحل:

٠١. التحليل إلى عوامل أولية:

$$12 = 2^2 \times 3, \qquad 20 = 2^2 \times 5$$

٠٢. نأخذ المشتركة بأكبر أس وغير المشتركة:

$$\text{LCM} = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

س112 الانغلاق في مجموعات الأعداد

السؤال: مجموعة أعداد ناتج جمع عددين منها ينتمي لنفس المجموعة هي

الخيارات:

أ) الفردية
ب) الأولية
ج) الزوجية
د) المؤلفة

الإجابة: (ج) الزوجية

التلميح: اختبر كل خيار بمثال مضاد: مثلاً $3 + 5 = 8$ وهو ليس فردياً.

الحل:

٠١. مجموع عددين فرديين عدد زوجي، فالمجموعة الفردية غير مغلقة

٠٢. مجموع عددين أوليين مثل $2 + 3 = 5$ قد يكون أولياً وقد لا يكون

٠٣. مجموع أي عددين زوجيين عدد زوجي دائماً، إذن المجموعة الزوجية هي المغلقة تحت الجمع

س113 النسب والمقلوب

السؤال: إذا كان $\frac{a}{b} = 5$، فما قيمة $\frac{10b}{a}$؟

الخيارات:

أ) 5

ب) 3

ج) 2

د) 1

الإجابة: (ج) 2

التلميح: من المعطى نستنتج $\frac{b}{a} = \frac{1}{5}$

الحل:

٠١ من المعطى:

$$\frac{a}{b} = 5 \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{5}$$

٠٢ إذن:

$$\frac{10b}{a} = 10 \times \frac{1}{5} = 2$$

س114 قوى العدد التخيلي – خاص بالمستوى الثاني (1444)

السؤال: أوجد قيمة i^{50}

الخيارات:

أ) 1

ب) -1

ج) i

د) $-i$

الإجابة: (ب) -1

التلميح: الأس زوجي، فاكتبه على صورة قوة لـ i^2

الحل:

٠١ نكتب:

$$i^{50} = (i^2)^{25}$$

٠٢ بالتعويض:

$$= (-1)^{25} = -1$$

س115 تبسيط الجذور والتحويل إلى عشري (1444)

السؤال: ما قيمة $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{50}}$؟

الخيارات:

أ) 0.40

ب) 0.20

ج) 0.15

د) 0.10

الإجابة: (أ) 0.40

التلميح: بسّط $\sqrt{50}$ بإخراج المربع الكامل، ثم اختصر $\sqrt{2}$

الحل:

٠١ تبسيط المقام:

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

٢. بالاختصار:

$$\frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = \frac{2}{5}$$

٣. بالتحويل إلى عشري:

$$= 0.40$$

س116 التطابقات (الحساب النمطي) (1444)

السؤال: إذا كان $3x \equiv 7 \pmod{11}$، فما قيمة x؟

الخيارات:

أ) 18

ب) 9

ج) 6

د) 3

الإجابة: (ج) 6

التلميح: التطابق يعني أن 11 تقسم $3x - 7$؛ جرّب أصغر مضاعف مناسب لـ 11

الحل:

١. معنى التطابق: 11 تقسم $3x - 7$

٢. نجرّب أصغر مضاعف:

$$3x - 7 = 11$$

٣. إذن:

$$3x = 18 \;\Rightarrow\; x = 6$$

س117 خصائص الضرب والصفر

السؤال: إذا كان $axc = 1$ و $abc = 0$ و $bax = 0$، فأي المتغيرات التالية لا بد أن يساوي صفراً؟

الخيارات:

أ) a

ب) c

ج) b

د) x

الإجابة: (ج) b

التلميح: من المعادلة التي ناتجها 1 نستنتج أن كل عواملها لا تساوي صفراً.

الحل:

١. من $axc = 1$ نستنتج:

$$a \neq 0, \qquad x \neq 0, \qquad c \neq 0$$

٢. ومن $bax = 0$ وبما أن $a \neq 0$ و $x \neq 0$:

$$b = 0$$

س118 القاسم المشترك الأكبر بالعوامل الأولية

السؤال: القاسم المشترك الأكبر للعددين $2^3 \times 3^2 \times 11^{13}$ و $27^3 \times 8^4 \times 5$

الخيارات:

أ) 24

ب) 36

ج) 48
د) 72

الإجابة: (د) 72

التلميح: وحّد الأساسات أولاً: $27 = 3^3$ و $8 = 2^3$، ثم خذ المشترك بأصغر أس.

الحل:

١. نوحّد الأساسات:

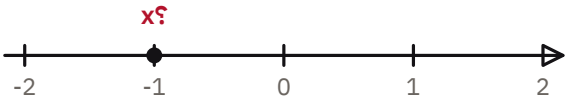
$$27^3 \times 8^4 \times 5 = 3^9 \times 2^{12} \times 5$$

٢. العوامل المشتركة بأصغر أس:

$$2^3 \times 3^2 = 8 \times 9 = 72$$

س119 ترتيب القوى على خط الأعداد

السؤال: ما قيمة x التي تجعل القيم صحيحة على خط الأعداد بالترتيب $x < x^3 < x^2$؟



الخيارات:

أ) $\frac{-2}{5}$
ب) $\frac{2}{5}$
ج) $\frac{3}{2}$
د) $\frac{-3}{2}$

الإجابة: (أ) $\frac{-2}{5}$

التلميح: على خط الأعداد تكبر القيم كلما اتجهنا يميناً، جرّب كسراً سالباً بين -1 و 0

الحل:

١. بالتجريب عند $x = \frac{-2}{5}$:

$$x^3 = \frac{-8}{125}, \qquad x^2 = \frac{4}{25}$$

٢. نقارن:

$$\frac{-2}{5} < \frac{-8}{125} < \frac{4}{25}$$

٣. وهو الترتيب المطلوب

س120 المصطلحات الرياضية (البرهان والتعميم) (1444)

السؤال: "عند جمع عددين فرديين فإن الناتج عدد زوجي" هذه العبارة تُسمّى

الخيارات:

أ) برهان

ب) نظرية
ج) تعميم
د) خوارزمية
الإجابة: (ج) تعميم
التلميح: العبارة استنتاج لحكم عام من ملاحظة أمثلة متكررة دون إثبات منطقي مكتوب.
الحل:
١. البرهان هو سلسلة خطوات منطقية تُثبت الصحة
٢. الخوارزمية سلسلة إجراءات منظمة للتنفيذ
٣. أما استخلاص حكم عام من حالات متكررة فيُسمّى تعميماً

س121 الأعداد الصحيحة المتتالية (1444)

السؤال: ثلاثة أعداد صحيحة متتالية عند جمعهم يصبح الناتج
الخيارات:
أ) 16
ب) 29
ج) 57
د) 62
الإجابة: (ج) 57
التلميح: مجموع ثلاثة أعداد متتالية $(n-1)+n+(n+1)=3n$ =، أي يقبل القسمة على 3 دائماً.
الحل:
١. مجموع ثلاثة أعداد متتالية يساوي $3n$، إذن يقبل القسمة على 3
٢. من الخيارات، العدد الوحيد الذي يقبل القسمة على 3 هو 57

س122 تحويل العملات (1444)

السؤال: سافر ثامر إلى ألمانيا وجلس بها أسبوعين وصرف 11000 يورو، (اليورو $4.22 =$ ريال). إن تكلفة الرحلة بالريال تساوي
الخيارات:
أ) 46662
ب) 46660
ج) 46420
د) 46220
الإجابة: (ج) 46420
التلميح: مدة الأسبوعين معطى زائد، اضرب المبلغ في سعر الصرف مباشرة.
الحل:
١. بالضرب:

$$4.22 \times 11000 = 46420$$

س123 الضريبة والنسبة المئوية العكسية (1444)

السؤال: إذا كانت الضريبة 15%، وكانت ضريبة محمد على مشترياته 111 ريالاً، فإن قيمة مشترياته مع الضريبة تساوي
الخيارات:
أ) 861
ب) 851
ج) 760
د) 740
الإجابة: (ب) 851

التلميح: أوجد قيمة المشتريات قبل الضريبة أولاً، ثم أضف مبلغ الضريبة إليها.
الحل:
١. نكوّن المعادلة:

$$\frac{15}{100}x = 111$$

٢. إذن قيمة المشتريات:

$$x = \frac{111 \times 100}{15} = 740$$

٣. القيمة مع الضريبة:

$$740 + 111 = 851$$

س124 الأعداد الأولية والقواسم

السؤال: عددان حاصل ضربهما يساوي 13، فإن مجموعهما
الخيارات:
أ) 13
ب) 14
ج) 15
د) 16
الإجابة: (ب) 14
التلميح: العدد 13 أولي، فما الزوج الوحيد من الأعداد الصحيحة الموجبة الذي حاصل ضربه 13؟
الحل:
١. العدد 13 أولي وقواسمه 1 و 13 فقط
٢. إذن:

$$1 \times 13 = 13$$

٣. ومجموعهما:

$$1 + 13 = 14$$

س125 العمليات على الأعداد العشرية (1444)

السؤال: أوجد ناتج $(8.4 - 2.4) \div 3$
الخيارات:
أ) 3.2
ب) 2.2
ج) 3
د) 2
الإجابة: (د) 2
التلميح: ابدأ بما داخل القوس ثم اقسم.
الحل:
١. داخل القوس:

$$8.4 - 2.4 = 6$$

٢. ثم القسمة:

$$6 \div 3 = 2$$

س126 الأعداد غير النسبية

السؤال: أي مما يلي عدد غير نسبي؟

الخيارات:

أ) $\frac{2}{3}$

ب) $\frac{4}{9}$

ج) $\frac{4}{\sqrt{2}}$

د) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$

الإجابة: (ج) $\frac{4}{\sqrt{2}}$

التلميح: بسّط كل خيار أولاً؛ فبعض الجذور تختصر لتعطي عدداً صحيحاً.

الحل:

١. الخياران (أ) و (ب) كسور بين عددين صحيحين، أي نسبية

٢. الخيار (د) يُختصر:

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2$$

وهو عدد نسبي

٣. الخيار (ج) يبقى محتوياً على $\sqrt{2}$ وهو غير نسبي

س127 جمع الجذور المتشابهة

السؤال: أوجد قيمة $\sqrt{27} + 2\sqrt{3}$

الخيارات:

أ) $5\sqrt{3}$

ب) $4\sqrt{3}$

ج) $3\sqrt{3}$

د) $\sqrt{3}$

الإجابة: (أ) $5\sqrt{3}$

التلميح: بسّط $\sqrt{27}$ بإخراج أكبر مربع كامل ليصبح الجذران متشابهين.

الحل:

١. تبسيط الجذر:

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$$

٢. الجمع:

$$3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

س128 التعويض في العبارات الجبرية (1444)

السؤال: إذا كان $y = 2 + \frac{1}{2}(x + 10)$ حيث $x = 3$، فإن قيمة y

الخيارات:

أ) 7

ب) 8

ج) $\frac{17}{2}$

د) $\frac{13}{2}$

الإجابة: (ج) $\frac{17}{2}$

التلميح: عوّض داخل القوس أولاً ثم اضرب في $\frac{1}{2}$ قبل الجمع.

الحل:

١. بالتعويض:

$$y = 2 + \frac{1}{2}(3 + 10) = 2 + \frac{13}{2}$$

٢. بتوحيد المقامات:

$$y = \frac{4}{2} + \frac{13}{2} = \frac{17}{2}$$

س129 تبسيط العبارات النسبية

السؤال: إذا كان $a = \frac{c}{b^2}$، فأوجد $\frac{c + b^2}{c}$

الخيارات:

أ) $c + \frac{b^2}{c}$

ب) $\frac{b^2}{c}$

ج) $1 + \frac{1}{a}$

د) $1 + a$

الإجابة: (ج) $1 + \frac{1}{a}$

التلميح: فكّك الكسر إلى حدّين، واستفد من أن $\frac{b^2}{c}$ هو مقلوب a

الحل:

١. من المعطى:

$$a = \frac{c}{b^2} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{b^2}{c}$$

٢. بتفكيك الكسر:

$$\frac{c + b^2}{c} = \frac{c}{c} + \frac{b^2}{c} = 1 + \frac{1}{a}$$

س130 الصيغة العلمية وقوانين الأسس

السؤال: إذا كانت $\frac{0.063 \times 10^m}{0.0007 \times 10^n} = 9 \times 10^5$، فما قيمة $m - n$؟

الخيارات:

أ) 4

ب) 5

ج) 6

د) 7

الإجابة: (أ) 4

التلميح: حوّل الأعداد العشرية إلى صيغة علمية، ثم ساوِ الأسس بعد تبسيط المعاملات.

الحل:

١. نكتب الأعداد بالصيغة العلمية:

$$\frac{63 \times 10^{-3} \times 10^m}{7 \times 10^{-4} \times 10^n} = 9 \times 10^{1+m-n}$$

٢. بمساواة الأسس:

$$1 + m - n = 5$$

٣. إذن:

$$m - n = 4$$

س131 التناسب والوحدات (1444)

السؤال: وعاء يتسع لـ 1.5 لتر، فإذا ملأت 6 أكواب لتراً واحداً، فكم كوباً يملأ هذا الوعاء؟

الخيارات:

أ) 12
ب) 9
ج) 6
د) 3

الإجابة: (ب) 9

التلميح: اللتر الواحد يقابل 6 أكواب، فكم كوباً يقابل النصف لتر؟

الحل:

١. اللتر الواحد يملؤه 6 أكواب، إذن 0.5 لتر يملؤه 3 أكواب

٢. إذن 1.5 لتر يملؤه:

$$6 + 3 = 9$$

س132 ترتيب العمليات مع الأسس والأقواس

السؤال: ما قيمة العبارة العددية $12 + \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 \div 1 + 4$؟

الخيارات:

أ) 20
ب) 22
ج) 30
د) 32

الإجابة: (أ) 20

التلميح: ابدأ بالقوس ثم الأس، وتذكّر أن القسمة على $\frac{1}{4}$ تعني الضرب في 4

الحل:

١. داخل القوس ثم الأس:

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

٢. القسمة:

$$1 \div \frac{1}{4} = 4$$

٣. الجمع:

$$4 + 4 + 12 = 20$$

س133 النسبة والتناسب

السؤال: إذا كانت نسبة قبول الطلاب إلى الطالبات في إحدى الجامعات هي 3 : 2، وكان عدد الطالبات 4500، فكم عدد الطلاب المقبولين؟

الخيارات:

أ) 3000
ب) 3500
ج) 4500
د) 5000

الإجابة: (أ) 3000

التلميح: الجزء 3 يقابل 4500، فاحسب قيمة الجزء الواحد ثم اضربها في 2

الحل:

١. نكوّن التناسب:

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{4500}$$

٢. بالضرب التبادلي:

$$x = \frac{2 \times 4500}{3} = 3000$$

س134 الكسور المتكافئة والمعادلات

السؤال: إذا كان الكسران $\frac{x+1}{15}$ و $\frac{12}{18}$ متكافئين، فما قيمة x؟

الخيارات:

أ) 9
ب) 10
ج) 11
د) 12

الإجابة: (أ) 9

التلميح: بسّط $\frac{12}{18}$ أولاً لتسهيل الضرب التبادلي.

الحل:

١. نبسّط الكسر:

$$\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

٢. نساوي ونضرب طرفين في وسطين:

$$\frac{2}{3} = \frac{x+1}{15} \;\Rightarrow\; 3(x+1) = 30$$

٣. إذن:

$$3x = 27 \;\Rightarrow\; x = 9$$

س135 الكسور من كمية

السؤال: استهلكت سيارة ثلاثة أرباع خزان الوقود، فإذا كان المتبقي 200 لتر، فكم سعة خزان الوقود باللترات؟

الخيارات:

أ) 400
ب) 600
ج) 800
د) 1000

الإجابة: (ج) 800

التلميح: المتبقي يمثل الربع، فما الذي يعطيك الكل؟

الحل:
١. المتبقي 200 لتر يمثل ربع الخزان
٢. إذن سعة الخزان:

$$200 \times 4 = 800$$

س136 الأعداد الأولية

السؤال: أي الأعداد التالية أولي؟
الخيارات:
أ) 121
ب) 141
ج) 171
د) 181
الإجابة: (د) 181
التلميح: اختبر القسمة على الأعداد الأولية الصغيرة، وتذكّر أن $11^2 = 121$ ومجموع أرقام 141 و 171 يقبل القسمة على 3
الحل:
١. العدد $121 = 11 \times 11$ فليس أولياً
٢. العددان 141 و 171 مجموع أرقامهما يقبل القسمة على 3، فليسا أوليين
٣. العدد 181 له قاسمان فقط هما 1 و 181، إذن هو الأولي

س137 الصيغة العلمية

السؤال: أوجد قيمة المقدار $\dfrac{2.4 \times 10^{2}}{3.2 \times 10^{-1}}$
الخيارات:
أ) 7.5
ب) 75
ج) 750
د) 7500
الإجابة: (ج) 750
التلميح: اقسم المعاملات، واطرح أسس العشرة: $2 - (-1) = 3$
الحل:
١. نقسم المعاملات:

$$\frac{2.4}{3.2} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$$

٢. نطرح الأسس:

$$10^{2-(-1)} = 10^{3}$$

٣. بالضرب:

$$\frac{3}{4} \times 1000 = 750$$

س138 التناسب بمتغير

السؤال: الزمن الذي يحتاجه مصور لالتقاط 3 صور هو $\dfrac{1}{k}$، فكم الزمن الذي يحتاجه لالتقاط 18 صورة؟
الخيارات:
أ) $\dfrac{54}{k}$

ب) $\dfrac{18}{k}$
ج) $\dfrac{6}{k}$
د) $\dfrac{3}{k}$

الإجابة: (ج) $\dfrac{6}{k}$

التلميح: العدد 18 هو ستة أضعاف 3، فالزمن يتضاعف بالنسبة نفسها.

الحل:

١. نكوّن التناسب:

$$3 \to \frac{1}{k}, \qquad 18 \to x$$

٢. إذن:

$$x = \frac{18}{3k} = \frac{6}{k}$$

س139 النسبة المئوية العكسية — السعر قبل الخصم

السؤال: يقدّم متجر خصماً 25%، فإذا اشترى محمد سلعة بـ 90 ريالاً، فكم ريالاً كان سعرها قبل الخصم؟

الخيارات:

أ) 100
ب) 110
ج) 115
د) 120

الإجابة: (د) 120

التلميح: المبلغ المدفوع يمثل 75% من السعر الأصلي لا 100%

الحل:

١. نفرض x السعر قبل الخصم، فيكون:

$$x \to 100\%, \qquad 90 \to 75\%$$

٢. بالتناسب:

$$x = \frac{90 \times 100}{75} = 120$$

س140 المساحة والنسبة المئوية مع توحيد الوحدات

السؤال: مزرعة مستطيلة طولها 1.2 كيلومتر وعرضها 800 متر، زُرع منها ما مساحته 360000 متر مربع، ما نسبة المساحة المزروعة؟

الخيارات:

أ) 25%
ب) 30%
ج) 37.5%
د) 62.5%

الإجابة: (ج) 37.5%

التلميح: وحّد الوحدات أولاً: 1.2 كم $= 1200$ متر.

الحل:

١. المساحة الإجمالية:

$$1200 \times 800 = 960000 \text{ m}^2$$

٢. النسبة:

$$\frac{360000}{960000} \times 100 = 37.5\%$$

س141 الدوال المتكررة (العلاقات الاستدلالية)

السؤال: إذا كان $f(1) = 2$ و $f(n) = f(n-1) - 4$، فأوجد $f(3)$

الخيارات:

أ) 2
ب) 3
ج) -4
د) -6

الإجابة: (د) -6

التلميح: احسب $f(2)$ أولاً من $f(1)$، ثم استعمل الناتج لحساب $f(3)$

الحل:

١. نحسب $f(2)$:

$$f(2) = f(1) - 4 = 2 - 4 = -2$$

٢. ثم $f(3)$:

$$f(3) = f(2) - 4 = -2 - 4 = -6$$

س142 الأعداد الأولية والتحليل (1446)

السؤال: إذا كان r, s عددين أوليين بحيث $\frac{s^3}{20} = \frac{10}{r^2}$، فإن $(r - s)$ يساوي

الخيارات:

أ) 2
ب) 3
ج) -2
د) -3

الإجابة: (ب) 3

التلميح: اضرب طرفين في وسطين، ثم حلّل الناتج إلى عوامل أولية وطابق الأسس.

الحل:

١. بالضرب التبادلي:

$$r^2 \times s^3 = 10 \times 20 = 200$$

٢. بالتحليل إلى عوامل أولية:

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

٣. بمطابقة الأسس:

$$r = 5, \qquad s = 2$$

٤. إذن:

$$r - s = 5 - 2 = 3$$

س143 العامل المشترك في المقادير الأسية (1446)

السؤال: بسّط المقدار $\frac{6^{100} - 6^{99}}{5 \times 6^{99}} + 1$

الخيارات:

أ) 1

ب) 2
ج) 5
د) 6

الإجابة: (ب) 2

التلميح: أخرج 6^{99} عاملاً مشتركاً من البسط ليختصر مع المقام.

الحل:

١. بأخذ العامل المشترك:

$$\frac{6^{99}(6-1)}{5\times 6^{99}}+1$$

٢. بالاختصار:

$$=\frac{5}{5}+1$$

٣. إذن:

$$=1+1=2$$

س144 مقارنة الكسور (1446)

السؤال: أي الأعداد التالية أكبر من $\frac{1}{2}$؟

الخيارات:

أ) $\frac{3}{7}$
ب) $\frac{2}{5}$
ج) $\frac{4}{7}$
د) $\frac{1}{5}$

الإجابة: (ج) $\frac{4}{7}$

التلميح: الكسر يكون أكبر من النصف إذا كان بسطه أكبر من نصف مقامه.

الحل:

١. نقارن البسط بنصف المقام في كل خيار

٢. في الخيار (ج): نصف المقام $3.5 =$ والبسط $4 =$

٣. وبما أن $4 > 3.5$ فإن $\frac{4}{7} > \frac{1}{2}$

س145 التوزيع بنسبة (1446)

السؤال: إذا كانت النسب بين القنوات الثقافية والدينية والرياضية على النحو $5 : 2 : 3$ وكان عدد القنوات 30 قناة، فما عدد القنوات الدينية؟

الخيارات:

أ) 10
ب) 9
ج) 6
د) 3

الإجابة: (ج) 6

التلميح: انتبه لترتيب النسب، المطلوب الجزء الثاني وهو 2

الحل:

١. مجموع أجزاء النسبة:

$$3+2+5=10$$

٢. قيمة الجزء الواحد:

$$\frac{30}{10} = 3$$

٣. القنوات الدينية:

$$3 \times 2 = 6$$

س146 **تبسيط الأعداد المركبة** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أوجد قيمة المقدار $\dfrac{(1+i)^2}{(1-i)^2}$

الخيارات:

أ) 1

ب) -1

ج) i

د) $-i$

الإجابة: (ب) -1

التلميح: فك المربعين مستخدماً $i^2 = -1$؛ سيختصر الحدّان الحقيقيان.

الحل:

١. نفك البسط والمقام:

$$(1+i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 2i$$

$$(1-i)^2 = 1 - 2i + i^2 = -2i$$

٢. بالقسمة:

$$\frac{2i}{-2i} = -1$$

س147 **الأس صفر والأس السالب** (1446، 1447)

السؤال: أوجد قيمة العبارة $-5x^0 + (-5x)^0 - 3^2 + \left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2}$

الخيارات:

أ) 10

ب) 2

ج) -4

د) -6

الإجابة: (ج) -4

التلميح: انتبه لموضع الأس صفر: في $-5x^0$ يشمل x فقط، وفي $(-5x)^0$ يشمل القوس كله.

الحل:

١. نبسّط كل حد:

$$-5x^0 = -5 \times 1 = -5$$

$$(-5x)^0 = 1$$

$$3^2 = 9, \qquad \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$$

٢. بالجمع:

$$-5 + 1 - 9 + 9 = -4$$

س148 التناسب مع تحويل الوحدات (1446)

السؤال: متسابق يقطع 200 m كل 18 ثانية، فكم يستغرق بالدقائق ليقطع 4 km؟

الخيارات:

أ) 5

ب) 5.5

ج) 6

د) 6.5

الإجابة: (ج) 6

التلميح: حوّل الكيلومترات إلى أمتار أولاً، وحوّل الناتج النهائي من ثوانٍ إلى دقائق.

الحل:

١. تحويل الوحدات:

$$4\ \text{km} = 4000\ \text{m}$$

٢. بالتناسب:

$$x = \frac{18 \times 4000}{200} = 360\ \text{s}$$

٣. التحويل إلى دقائق:

$$\frac{360}{60} = 6$$

س149 العلاقة بين القاسم والمضاعف (1446)

السؤال: عددان حاصل ضربهما 250، والمضاعف المشترك الأصغر لهما 50، أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين

الخيارات:

أ) 5

ب) 10

ج) 25

د) 50

الإجابة: (أ) 5

التلميح: حاصل ضرب العددين = المضاعف المشترك الأصغر × القاسم المشترك الأكبر.

الحل:

١. نطبق القاعدة: الناتج يساوي المقسوم عليه مضروبًا في القاسم:

$$250 = 50 \times x$$

٢. إذن القاسم:

$$x = \frac{250}{50} = 5$$

س150 الجذور والقيمة المطلقة

السؤال: إذا كانت $x \in R$ فإن $\sqrt[4]{x^6}$ تساوي

الخيارات:

أ) $x^{\frac{3}{2}}$

ب) $x^2\sqrt{x}$

ج) $|x|\sqrt{x}$

د) $|x|\sqrt{|x|}$

الإجابة: (د) $|x|\sqrt{|x|}$

التلميح: الجذر ذو الدليل الزوجي يستلزم قيمة مطلقة لأن x قد يكون سالباً.

الحل:

١. نفكّك الأس:

$$\sqrt[4]{x^6} = \sqrt[4]{x^4 \cdot x^2} = \sqrt[4]{x^4} \cdot \sqrt[4]{x^2}$$

٢. بما أن الدليل زوجي نستخدم القيمة المطلقة:

$$= |x| \cdot \sqrt{|x|}$$

س151 **نظرية ديموافر** — خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: أوجد قيمة $\left(\sqrt{3}+i\right)^{-4}$

الخيارات:

أ) $\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

ب) $\frac{1}{16}\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

ج) $\frac{1}{2}\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

د) $\frac{1}{16}\left(\cos\frac{2\pi}{3}-i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

الإجابة: (د) $\frac{1}{16}\left(\cos\frac{2\pi}{3}-i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

التلميح: حوّل إلى الصورة القطبية أولاً: أوجد r و θ، ثم ارفع للأس -4 بنظرية ديموافر.

الحل:

١. نوجد المقياس:

$$r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{4} = 2$$

٢. نوجد السعة:

$$\theta = \tan^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$$

٣. نطبق نظرية ديموافر:

$$2^{-4}\left[\cos\left(-4\times\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(-4\times\frac{\pi}{6}\right)\right]$$

٤. إذن:

$$= \frac{1}{16}\left(\cos\frac{-2\pi}{3}+i\sin\frac{-2\pi}{3}\right) = \frac{1}{16}\left(\cos\frac{2\pi}{3}-i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$$

س152 **باقي القسمة — الحساب الدوري للوقت** (1446)

السؤال: إذا كانت الساعة الآن 6 صباحاً، فكم تكون الساعة بعد 1000 ساعة؟

الخيارات:

أ) 4 مساءً

ب) 6 مساءً

ج) 7 مساءً

د) 10 مساءً

الإجابة: (د) 10 مساءً

التلميح: اليوم دورة من 24 ساعة، فاقسم على 24 وخذ الباقي فقط.

الحل:

١. نقسم على طول الدورة:

$$1000 \div 24 = 41 \text{ والباقي } 16$$

٢. نضيف الباقي للوقت الحالي:

$$6 \text{ صباحاً} + 16 \text{ ساعة} = 10 \text{ مساءً}$$

س153 الربح والخسارة المتتاليان

السؤال: اشترى محمد أسهماً بـ 400 ريال، وربح في الأسبوع الأول 20%، ثم خسر في الأسبوع الثاني 20%. كم أصبح معه؟
الخيارات:
أ) 480
ب) 400
ج) 384
د) 380
الإجابة: (ج) 384
التلميح: الخسارة تُحسب من المبلغ الجديد بعد الربح لا من المبلغ الأصلي.
الحل:
١. مقدار الربح:

$$400 \times \frac{20}{100} = 80 \Rightarrow 400 + 80 = 480$$

٢. مقدار الخسارة من المبلغ الجديد:

$$480 \times \frac{20}{100} = 96$$

٣. المتبقي:

$$480 - 96 = 384$$

س154 المضاعف المشترك الأصغر بالعوامل الأولية

السؤال: أوجد المضاعف المشترك الأصغر للعددين $2^2 \cdot 3^2$ و $2^3 \cdot 3^3$
الخيارات:
أ) 32
ب) 36
ج) 108
د) 216
الإجابة: (د) 216
التلميح: خذ كل عامل بأكبر أس ظهر به.
الحل:
١. نأخذ العوامل بأكبر أس:

$$\text{LCM} = 2^3 \times 3^3$$

٢. إذن:

$$= 8 \times 27 = 216$$

س155 ترتيب العمليات الحسابية (1446)

السؤال: أوجد ناتج $8 + 6 \div 2 - 1$
الخيارات:
أ) 6
ب) 10
ج) 12

د) 14

الإجابة: (ب) 10

التلميح: القسمة أولاً، ثم الجمع والطرح من اليسار إلى اليمين.

الحل:

١. القسمة:

$$6 \div 2 = 3$$

٢. الجمع والطرح:

$$8 + 3 - 1 = 10$$

س156 مقارنة الكسور (1446)

السؤال: أي الكسور التالية هو الأكبر؟

الخيارات:

أ) $\frac{5}{7}$

ب) $\frac{5}{6}$

ج) $\frac{3}{4}$

د) $\frac{3}{5}$

الإجابة: (ب) $\frac{5}{6}$

التلميح: كلما قلّ الفرق بين البسط والمقام اقترب الكسر من الواحد؛ قارن المرشحَين الأقوى بالضرب التبادلي.

الحل:

١. أقل فرق بين البسط والمقام في $\frac{5}{6}$ و $\frac{3}{4}$

٢. بالضرب التبادلي:

$$5 \times 4 = 20, \qquad 3 \times 6 = 18$$

٣. وبما أن $20 > 18$ فإن $\frac{5}{6} > \frac{3}{4}$، فهو الأكبر

س157 القاسم والمضاعف مع الأس السالب (1446)

السؤال: إذا كان a هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 24 و 36، و b المضاعف المشترك الأصغر للعددين 4 و 6، فأوجد ab^{-1}

الخيارات:

أ) $\frac{1}{6}$

ب) $\frac{1}{12}$

ج) 1

د) 144

الإجابة: (ج) 1

التلميح: الأس -1 يعني الضرب في المقلوب، أي القسمة؛ احسب a و b ثم اقسم.

الحل:

١. القاسم المشترك الأكبر:

$$24 = 2^3 \times 3, \quad 36 = 2^2 \times 3^2 \;\Rightarrow\; a = 2^2 \times 3 = 12$$

٢. المضاعف المشترك الأصغر:

$$4 = 2^2, \quad 6 = 2 \times 3 \;\Rightarrow\; b = 2^2 \times 3 = 12$$

٣. إذن:

$$ab^{-1} = \frac{12}{12} = 1$$

س158 ترتيب العمليات الحسابية (1446)

السؤال: أوجد قيمة العبارة $15 - \frac{6}{3} + 5 \times 2$

الخيارات:

أ) 13

ب) 23

ج) $\frac{3}{8}$

د) -23

الإجابة: (ب) 23

التلميح: نفّذ القسمة والضرب أولاً ثم الطرح والجمع.

الحل:

١. القسمة والضرب:

$$\frac{6}{3} = 2, \qquad 5 \times 2 = 10$$

٢. الطرح والجمع:

$$15 - 2 + 10 = 23$$

س159 القاسم المشترك الأكبر بالعوامل الأولية (1446)

السؤال: أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين $2^{3} \cdot 3^{7} \cdot 5$ و $2^{5} \cdot 3^{2} \cdot 4^{2}$

الخيارات:

أ) $2^{3} \cdot 3^{2}$

ب) $2^{3} \cdot 3^{2} \cdot 5$

ج) $2^{4} \cdot 3^{7}$

د) $2^{4} \cdot 3^{7} \cdot 5$

الإجابة: (أ) $2^{3} \cdot 3^{2}$

التلميح: العامل 5 غير مشترك فيُستبعد، وخذ العوامل المشتركة بأصغر أس.

الحل:

١. القاسم المشترك الأكبر هو العوامل المشتركة بأصغر أس

٢. العامل 5 غير موجود في العدد الثاني، إذن يُستبعد

٣. إذن:

$$\text{GCD} = 2^{3} \cdot 3^{2}$$

س160 الجذور والتقدير (1446، 1447)

السؤال: إذا علمت أن $\sqrt{2} + \sqrt{8} \approx 4.24$، فما قيمة $\sqrt{18} - \sqrt[3]{-8}$؟

الخيارات:

أ) 4.4

ب) 4.2

ج) 6.24

د) 6.42

الإجابة: (ج) 6.24

التلميح: بسّط $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ولاحظ أنها تساوي $\sqrt{2} + \sqrt{8}$، والجذر التكعيبي لعدد سالب يكون سالباً.
الحل:
١. نبسّط:

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2} = \sqrt{2} + \sqrt{8} \approx 4.24$$

٢. والجذر التكعيبي:

$$\sqrt[3]{-8} = -2$$

٣. إذن:

$$4.24 - (-2) = 6.24$$

س161 قسمة الأعداد المركبة – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: أوجد قيمة $\dfrac{i-2}{i+1}$
الخيارات:
أ) i
ب) $-i$
ج) $-\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}i$
د) $-\dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{2}i$
الإجابة: (ج) $-\dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}i$
التلميح: اضرب البسط والمقام في مرافق المقام $(i-1)$، وتذكّر أن $i^2 = -1$
الحل:
١. نضرب في مرافق المقام:

$$\frac{i-2}{i+1} \cdot \frac{i-1}{i-1} = \frac{i^2 - i - 2i + 2}{i^2 - 1}$$

٢. بالتعويض عن $i^2 = -1$:

$$= \frac{-1 - 3i + 2}{-2} = \frac{1 - 3i}{-2}$$

٣. بالتوزيع:

$$= -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$$

س162 الجذر التكعيبي للأعداد العشرية

السؤال: أوجد الجذر التكعيبي للعدد 0.000125
الخيارات:
أ) 0.5
ب) 0.05
ج) 0.005
د) 0.0005
الإجابة: (ب) 0.05
التلميح: حوّل العدد العشري إلى كسر اعتيادي مقامه قوة للعدد 10، ثم خذ الجذر للبسط والمقام.
الحل:
١. نحوّل إلى كسر:

$$0.000125 = \frac{125}{1000000}$$

٢. نأخذ الجذر التكعيبي للبسط والمقام:

$$\sqrt[3]{\frac{125}{1000000}} = \frac{5}{100}$$

٣. إذن:

$$= 0.05$$

س163 نظرية ديموافر مع الأسس الكسرية – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: أوجد قيمة $\left(\left(\left(i^{\frac{1}{5}}\right)^6\right)^6\right)$

الخيارات:

أ) i

ب) $-i$

ج) $\cos\frac{18\pi}{5} + i\sin\frac{18\pi}{5}$

د) $\cos\frac{18\pi}{5} - i\sin\frac{18\pi}{5}$

الإجابة: (ج) $\cos\frac{18\pi}{5} + i\sin\frac{18\pi}{5}$

التلميح: اضرب الأسس أولاً لتحصل على $i^{\frac{36}{5}}$، ثم حوّل i إلى الصورة القطبية وطبّق ديموافر.

الحل:

١. بضرب الأسس:

$$\left(\left(\left(i^{\frac{1}{5}}\right)^6\right)^6\right) = i^{\frac{36}{5}} = (0+i)^{\frac{36}{5}}$$

٢. الصورة القطبية للعدد i:

$$r = \sqrt{0+1} = 1, \qquad \theta = \frac{\pi}{2}$$

٣. بتطبيق نظرية ديموافر:

$$\cos\left(\frac{36}{5}\cdot\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{36}{5}\cdot\frac{\pi}{2}\right)$$

٤. إذن:

$$= \cos\frac{18\pi}{5} + i\sin\frac{18\pi}{5}$$

س164 التخفيض المتتالي

السؤال: سلعة سعرها 500 ريال، تم تخفيض سعرها في اليوم الأول بنسبة 30%، وفي اليوم التالي تم تخفيضها بنسبة 10%. كم سعر السلعة الجديد؟

الخيارات:

أ) 345

ب) 330

ج) 315

د) 300

الإجابة: (ج) 315

التلميح: التخفيض الثاني يُحسب من السعر بعد التخفيض الأول لا من السعر الأصلي.

الحل:

١. التخفيض الأول:

$$500 \times \frac{30}{100} = 150 \;\Rightarrow\; 500 - 150 = 350$$

٢. التخفيض الثاني من السعر الجديد:

$$350 \times \frac{10}{100} = 35$$

٣. السعر الجديد:

$$350 - 35 = 315$$

س165 العامل المشترك وقابلية القسمة

السؤال: المقدار $4^{202} + 4^{201} + 4^{200}$ يقبل القسمة على

الخيارات:

أ) 11
ب) 9
ج) 7
د) 5

الإجابة: (ج) 7

التلميح: أخرج أصغر قوة 4^{200} عاملاً مشتركاً، وانظر إلى العدد الناتج داخل القوس.

الحل:

١. بأخذ العامل المشترك:

$$4^{202} + 4^{201} + 4^{200} = 4^{200}\left(4^2 + 4 + 1\right)$$

٢. نحسب ما داخل القوس:

$$= 4^{200}(21)$$

٣. وبما أن 21 تقبل القسمة على 7، فالمقدار يقبل القسمة على 7

س166 القسمة على الأعداد العشرية (1448)

السؤال: أوجد قيمة $\dfrac{8}{0.01 - 0.002}$

الخيارات:

أ) 1000
ب) 10000
ج) 8000
د) 80000

الإجابة: (أ) 1000

التلميح: أجرِ عملية الطرح في المقام أولاً قبل القسمة.

الحل:

١. الطرح في المقام:

$$0.01 - 0.002 = 0.008$$

٢. القسمة:

$$\frac{8}{0.008} = \frac{8 \times 1000}{8} = 1000$$

س167 قابلية القسمة على 3

السؤال: لكي يكون العدد $23974x32$ قابلاً للقسمة على 3، ما الرقم الذي يجب أن نضعه مكان x؟

الخيارات:

أ) 1
ب) 2

ج) 3
د) 4

الإجابة: (ج) 3

التلميح: يقبل العدد القسمة على 3 إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على 3

الحل:

١. نجمع الأرقام المعلومة:

$$2+3+9+7+4+x+3+2=30+x$$

٢. بما أن 30 يقبل القسمة على 3، فإن x يجب أن يقبل القسمة على 3

٣. بوضع $x=3$ يصبح المجموع 33 وهو يقبل القسمة على 3

س1013 الأعداد غير النسبية

السؤال: كل الأعداد الآتية غير نسبية ما عدا

الخيارات:

أ) $\sqrt{11}$
ب) $\frac{\pi}{2}$
ج) $-3\sqrt{2}+\sqrt{18}$
د) $2\sqrt{2}$

الإجابة: (ج) $-3\sqrt{2}+\sqrt{18}$

التلميح: بسّط كل عبارة أولاً؛ فبعضها قد يختصر إلى عدد نسبي رغم ظهوره بصورة جذر.

الحل:

١. بسّط $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

٢. إذن $-3\sqrt{2}+\sqrt{18}=-3\sqrt{2}+3\sqrt{2}=0$

٣. والعدد 0 عدد نسبي، بينما بقية الخيارات جذور صمّاء أو مضاعفات لـ π فهي غير نسبية

س1014 القاسم المشترك الأكبر

السؤال: القاسم المشترك الأكبر للعددين 360 ,336 هو

الخيارات:

أ) 24
ب) 48
ج) 720
د) 5040

الإجابة: (أ) 24

التلميح: حلّل كل عدد إلى عوامله الأولية، ثم خذ حاصل ضرب العوامل المشتركة بأقل قوة.

الحل:

١. حلّل العددين:

$$336=2^4\times3\times7, \qquad 360=2^3\times3^2\times5,$$

٢. القاسم المشترك الأكبر يأخذ أقل أس مشترك لكل عامل أولي:

$$2^3\times3=8\times3=24$$

س1015 القاسم المشترك الأكبر — تحليل العدد

السؤال: إذا كان القاسم المشترك الأكبر للعددين $540,\ n$ يساوي 36، فأيّ مما يأتي يمكن أن يكون تحليلاً للعدد n؟

الخيارات:

أ) 2×3^3

ب) $2^2 \times 3^3$

ج) $2^3 \times 3^2 \times 11$

د) $2^4 \times 3^3 \times 5$

الإجابة: (ج) $2^3 \times 3^2 \times 11$

التلميح: حلّل 540 إلى عوامله الأولية أولاً، ثم اختبر كل خيار: يجب أن يعطي القاسم المشترك مع 540 بالضبط 36

الحل:

١. حلّل 540:

$$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

٢. القاسم المشترك الأكبر المطلوب هو $36 = 2^2 \times 3^2$

٣. اختبر الخيار $2^3 \times 3^2 \times 11$: القاسم المشترك مع 540 هو $2^{\min(3,2)} \times 3^{\min(2,3)} = 2^2 \times 3^2 = 36$ ✓، ولا يشارك 540 العامل 11

٤. بقية الخيارات تعطي قواسم مشتركة مختلفة عن 36 (فمثلاً 2×3^3 يعطي قاسماً مشتركاً يساوي $2 \times 3^3 = 54$)

س1016 العلاقة بين القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر

السؤال: حاصل ضرب القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر للعددين $25,\ 10$ هو

الخيارات:

أ) 5

ب) 25

ج) 50

د) 250

الإجابة: (د) 250

التلميح: حاصل ضرب القاسم المشترك الأكبر في المضاعف المشترك الأصغر لعددين يساوي حاصل ضرب العددين نفسيهما.

الحل:

١.

$$\mathrm{GCD}(10,25) \times \mathrm{LCM}(10,25) = 10 \times 25 = 250$$

٢. وللتحقق: $\mathrm{GCD}(10,25) = 5$، و $\mathrm{LCM}(10,25) = 50$، وحاصل ضربهما $5 \times 50 = 250$

س1018 الأعداد غير النسبية

السؤال: العدد غير النسبي من الأعداد التالية هو

الخيارات:

أ) $\dfrac{1}{3}$

ب) $\dfrac{1}{4}$

ج) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$

د) $\dfrac{2}{\sqrt{2}}$

الإجابة: (د) $\dfrac{2}{\sqrt{2}}$

التلميح: بسّط كل مقدار جذري أولاً؛ فبعضها يختصر إلى عدد نسبي.

الحل:

٠١. بسّط $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$ (عدد نسبي)

٠٢. بسّط $\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ (عدد غير نسبي)

٠٣. أما بقية الخيارات فكسور اعتيادية نسبية، فالإجابة $\frac{2}{\sqrt{2}}$

س1019 أنماط آحاد القوى

السؤال: آحاد العدد 7^{38} هو

الخيارات:

أ) 1

ب) 3

ج) 7

د) 9

الإجابة: (د) 9

التلميح: آحاد قوى العدد 7 تتكرر بدورة طولها 4: $7, 9, 3, 1, \ldots$

الحل:

٠١. أوجد باقي قسمة الأس على 4: باقي قسمة 38 على 4 يساوي 2

٠٢. إذن آحاد 7^{38} يطابق آحاد $7^2 = 49$

٠٣. فآحاد العدد هو 9

س1020 أنماط آحاد القوى

السؤال: آحاد العدد 4^{23} هو

الخيارات:

أ) 2

ب) 4

ج) 5

د) 6

الإجابة: (ب) 4

التلميح: آحاد قوى العدد 4 تتناوب بين 4 (للأس الفردي) و 6 (للأس الزوجي).

الحل:

٠١. الأس 23 عدد فردي

٠٢. فآحاد 4^{23} يطابق آحاد $4^1 = 4$

٠٣. إذن آحاد العدد هو 4

س1021 أنماط آحاد القوى

السؤال: آحاد العدد $9^{32} + 9^{33}$ هو

الخيارات:

أ) 0

ب) 1

ج) 3

د) 4

الإجابة: (أ) 0

التلميح: آحاد قوى العدد 9 تتناوب بين 1 (للأس الزوجي) و 9 (للأس الفردي).

الحل:

٠١. 32 عدد زوجي فآحاد 9^{32} هو 1

٠٢. 33 عدد فردي فآحاد 9^{33} هو 9

٣. مجموع الآحاد: $1 + 9 = 10$، فآحاد الناتج هو 0

س1022 الكسور المركّبة

السؤال: قيمة المقدار $\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}$ تساوي

الخيارات:

أ) $\frac{1}{3}$

ب) 3

ج) $\frac{1}{6}$

د) 6

الإجابة: (ب) 3

التلميح: بسّط البسط والمقام كلاً على حدة أولاً بجمع/طرح الكسرين، ثم اقسم الناتجين.

الحل:

١. البسط: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

٢. المقام: $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

٣. القسمة: $\frac{3/4}{1/4} = 3$

س1023 ضرب الأعداد العشرية

السؤال: $0.03 \times 0.4 = \cdots$

الخيارات:

أ) 0.0012

ب) 0.012

ج) 0.12

د) 1.2

الإجابة: (ب) 0.012

التلميح: اضرب الأعداد كأعداد صحيحة أولاً، ثم حدّد موضع الفاصلة العشرية بعدّ إجمالي المنازل العشرية في العددين.

الحل:

١. $3 \times 4 = 12$

٢. عدد المنازل العشرية الكلي في العددين $0.03,\ 0.4$ يساوي $2 + 1 = 3$

٣. إذن $0.03 \times 0.4 = 0.012$

س1024 مقياس الرسم

السؤال: إذا كان مقياس الرسم على الخريطة $1 : 5000$ وكانت المسافة بين المدينتين 60 cm على الخريطة، فكم المسافة الحقيقية بالكيلومتر؟

الخيارات:

أ) 3

ب) 6

ج) 9

د) 12

الإجابة: (أ) 3

التلميح: اضرب الطول على الخريطة في مقياس الرسم لتحصل على الطول الحقيقي بالسنتيمتر، ثم حوّله إلى كيلومترات.

الحل:

١. الطول الحقيقي بالسنتيمتر: $60 \times 5000 = 300{,}000$ cm

٢. التحويل إلى كيلومترات: $300{,}000\text{ cm} = 3000\text{ m} = 3\text{ km}$

س1025 ضرب الأعداد العشرية

السؤال: $0.018 \times 2 = \cdots$

الخيارات:

أ) $\frac{3}{25}$

ب) $\frac{9}{25}$

ج) $\frac{9}{250}$

د) $\frac{27}{250}$

الإجابة: (ج) $\frac{9}{250}$

التلميح: أجرِ الضرب أولاً كعدد عشري، ثم حوّل الناتج إلى كسر مختزل.

الحل:

١. $0.018 \times 2 = 0.036$

٢. بكتابته كسراً: $0.036 = \frac{36}{1000} = \frac{9}{250}$

س1026 الكسور المتتالية

السؤال: الكسر الذي يقع بين $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{2}$ هو

الخيارات:

أ) $\frac{18}{36}$

ب) $\frac{18}{72}$

ج) $\frac{12}{36}$

د) $\frac{30}{72}$

الإجابة: (د) $\frac{30}{72}$

التلميح: وحّد المقامات إلى 72، ثم اختر الكسر الذي يقع بسطه بين بسطَي الكسرين الأصليين بالمقام نفسه.

الحل:

١. $\frac{1}{2} = \frac{36}{72}$ و $\frac{1}{3} = \frac{24}{72}$

٢. الكسر $\frac{30}{72}$ يحقق $24 < 30 < 36$، فهو يقع بينهما فعلاً

٣. أما $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$، فهو يساوي أحد طرفَي المقارنة نفسه

٤. و $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$، فهو يساوي الطرف الآخر نفسه

٥. و $\frac{18}{72} = \frac{1}{4}$ أصغر من كليهما

س1027 قسمة الجذور

السؤال: قيمة المقدار $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{18}}$؟

الخيارات:

أ) 3

ب) 2

ج) 20

د) 18

الإجابة: (ب) 2

التلميح: استعمل خاصية $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ لتبسيط المقدار تحت جذر واحد.

الحل:

١. $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{72}{18}} = \sqrt{4} = 2$

س1028 جمع الجذور المتشابهة

السؤال: قيمة المقدار $\sqrt{3} + \sqrt{27}$ تساوي

الخيارات:

أ) $4\sqrt{3}$

ب) $3\sqrt{3}$

ج) $2\sqrt{3}$

د) $\sqrt{3}$

الإجابة: (أ) $4\sqrt{3}$

التلميح: بسّط $\sqrt{27}$ إلى صورة مضاعف لـ $\sqrt{3}$ أولاً، ثم اجمع الحدود المتشابهة.

الحل:

١. $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$

٢. $3\sqrt{3} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

س1029 الأعداد المركبة — قوى i والجذور — خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: أوجد قيمة المقدار

$$\frac{(\sqrt{-1})(\sqrt{-1})^2\left(\sqrt{(-1)^2}\right)(\sqrt{-6})(\sqrt{2})}{\sqrt{3}}$$

الخيارات:

أ) -2

ب) 2

ج) $-2i$

د) $2i$

الإجابة: (ب) 2

التلميح: فرّق بين $(\sqrt{-1})^2$ الذي يساوي $i^2 = -1$، وبين $\sqrt{(-1)^2}$ الذي يساوي $\sqrt{1} = 1$؛ فالتربيع في الحالة الثانية يقع داخل الجذر لا خارجه.

الحل:

١. حوّل كل جذر لعدد سالب إلى الوحدة التخيلية: $\sqrt{-1} = i$، و $\sqrt{-6} = i\sqrt{6}$

٢. احسب الحد الثالث بعناية: $\sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1$ (وليس i^2)

٣. اضرب أول حدّين: $(i)(i)^2 = i \times (-1) = -i$

٤. اضرب الناتج فيما تبقى:

$$(-i)(1)(i\sqrt{6})(\sqrt{2}) = (-i \times i)\sqrt{12} = (1) \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

٥. اقسم على $\sqrt{3}$: $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2$

س1030 الصورة القطبية لمعادلة الدائرة — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: الصورة القطبية للمعادلة $x^2+y^2=16$ هي

الخيارات:

أ) $r=4$

ب) $r=16$

ج) $\theta=4$

د) $\theta=16$

الإجابة: (أ) $r=4$

التلميح: معادلة $x^2+y^2=r^2$ في الإحداثيات الديكارتية تمثّل دائرة نصف قطرها r مركزها نقطة الأصل، وفي الإحداثيات القطبية تكتب ببساطة $r=$ (نصف القطر) لأنه ثابت مهما تغيّرت الزاوية.

الحل:

١. قارن $x^2+y^2=16$ بالصورة العامة $x^2+y^2=r^2$

٢. إذن $r^2=16 \Rightarrow r=4$

٣. والصورة القطبية لدائرة مركزها نقطة الأصل هي $r=4$ (ثابتة لكل θ)

س1056 الأسس الكسرية وتبسيط المقادير الجذرية (1447)

السؤال: ما هو التبسيط النهائي للمقدار

$$\left(\frac{\sqrt[4]{x^2y}}{\sqrt[3]{x^3y}}\right)^6$$

الخيارات:

أ) $\dfrac{1}{x^3y^2}$

ب) $\dfrac{1}{x^3\sqrt{y}}$

ج) $x^3\sqrt{y}$

د) $\dfrac{\sqrt{y}}{x^3}$

الإجابة: (ب) $\dfrac{1}{x^3\sqrt{y}}$

التلميح: حوّل الجذور إلى أسس كسرية أولاً، ثم اقسم الأسس داخل القوسين قبل رفع القوة الخارجية.

الحل:

١. نحوّل كل جذر إلى أس كسري: $\sqrt[4]{x^2y}=x^{1/2}y^{1/4}$ و $\sqrt[3]{x^3y}=xy^{1/3}$

٢. نقسم داخل القوسين:

$$\frac{x^{1/2}y^{1/4}}{xy^{1/3}}=x^{1/2-1}y^{1/4-1/3}=x^{-1/2}y^{-1/12}$$

٣. نرفع للقوة 6:

$$\left(x^{-1/2}y^{-1/12}\right)^6=x^{-3}y^{-1/2}=\frac{1}{x^3\sqrt{y}}$$

س1057 النسبة المئوية — الخصم (1447)

السؤال: موظف يتقاضى راتباً قدره 15,000 ريال، إذا خُصم من راتبه ثلاثة أثمان $\left(\dfrac{3}{8}\right)$ الراتب، فكم يتبقى معه؟

الخيارات:

أ) 5,625 ريال

ب) 9,375 ريال

ج) 8,450 ريال

د) 11,250 ريال

الإجابة: (ب) 9,375 ريال

التلميح: الباقي هو خمسة أثمان الراتب، أي $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

الحل:

١. الباقي بعد الخصم يمثّل $\frac{5}{8}$ من الراتب:

$$15{,}000 \times \frac{5}{8} = 9{,}375$$

س1058 **تبسيط العبارات النسبية** (1447)

السؤال: أوجد ناتج تبسيط التعبير التالي في أبسط صورة:

$$\frac{4x-12}{(x-3)^2} \div \frac{x^2+6x+9}{x^2-9}$$

الخيارات:

أ) $\frac{4}{x-3}$

ب) $\frac{4}{x+3}$

ج) $\frac{x-3}{4}$

د) $\frac{1}{x+3}$

الإجابة: (ب) $\frac{4}{x+3}$

التلميح: حلّل كل حد أولاً ($4x-12 = 4(x-3)$، و $x^2+6x+9 = (x+3)^2$، و $x^2-9 = (x-3)(x+3)$)، ثم اقلب واضرب.

الحل:

١. نحلّل كل حد:

$$\frac{4(x-3)}{(x-3)^2} \div \frac{(x+3)^2}{(x-3)(x+3)}$$

٢. نقلب الكسر الثاني ونضرب:

$$\frac{4(x-3)}{(x-3)^2} \times \frac{(x-3)(x+3)}{(x+3)^2}$$

٣. نختصر $(x-3)$ و $(x+3)$ المشتركين:

$$= \frac{4}{x+3}$$

س1059 **قوى العدد التخيلي i** – خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: ما هي أبسط صورة للمقدار:

$$i^{12} + i^{13} + i^{14} - i^{15}$$

الخيارات:

أ) 0

ب) 2

ج) $2i$

د) $1+i$

الإجابة: (ج) $2i$

التلميح: اختصر كل قوة بباقي قسمتها على 4، تذكّر أن $i^4 = 1$

الحل:

١. نختصر كل قوة: $i^{12} = (i^4)^3 = 1$، و $i^{13} = i^{12} \times i = i$، و $i^{14} = i^{12} \times i^2 = -1$، و $i^{15} = i^{12} \times i^3 = -i$

٢. نعوّض:

$$1 + i + (-1) - (-i) = 1 + i - 1 + i = 2i$$

س1060 العلاقة بين القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر (1447)

السؤال: أوجد مجموع "القاسم المشترك الأكبر" (ق.م.أ) و"المضاعف المشترك الأصغر" (م.م.أ) للعددين 15 و 30

الخيارات:

أ) 30

ب) 45

ج) 15

د) 60

الإجابة: (ب) 45

التلميح: بما أن 15 يقسم 30 تماماً، فالقاسم المشترك الأكبر هو العدد الأصغر نفسه، والمضاعف المشترك الأصغر هو العدد الأكبر نفسه.

الحل:

١. بما أن $30 = 2 \times 15$، فإن 15 يقسم 30 تماماً

٢. إذن ق.م.أ $= 15$، وم.م.أ $= 30$

٣. المجموع: $15 + 30 = 45$

س1061 السرعة والمسافة والزمن (1446، 1447)

السؤال: مسافر يقطع مسافة 600 كم في 5 ساعات. إذا زاد سرعته بمقدار 30 كم/ساعة، فكم ساعة يحتاج لقطع مسافة 375 كم؟

الخيارات:

أ) ساعتان ونصف (2.5)

ب) ثلاث ساعات (3)

ج) ثلاث ساعات ونصف (3.5)

د) أربع ساعات (4)

الإجابة: (أ) ساعتان ونصف (2.5)

التلميح: أوجد السرعة الأصلية أولاً من المعطيات، ثم أضف الزيادة، ثم اقسم المسافة الجديدة على السرعة الجديدة.

الحل:

١. السرعة الأصلية:

$$\frac{600}{5} = 120 \text{ كم/ساعة}$$

٢. السرعة الجديدة:

$$120 + 30 = 150 \text{ كم/ساعة}$$

٣. الزمن اللازم:

$$\frac{375}{150} = 2.5 \text{ ساعة}$$

س1062 مقياس الرسم (1447)

السؤال: إذا كان مقياس الرسم على إحدى الخرائط هو 7 سم لكل 2000 كم، فكم تبلغ المسافة الحقيقية بالكيلومترات إذا كان البعد على الخريطة يساوي 31.5 سم؟

الخيارات:

أ) 4500 كم
ب) 7000 كم
ج) 9000 كم
د) 14000 كم

الإجابة: (ج) 9000 كم

التلميح: كوّن نسبة تناسب بين طول الخريطة والمسافة الحقيقية.

الحل:

١. نكوّن التناسب:

$$\frac{7}{2000} = \frac{31.5}{x}$$

٢. بالضرب التبادلي:

$$x = 2000 \times \frac{31.5}{7} = 2000 \times 4.5 = 9000$$

س1099 الدوال المتكررة (العلاقات الاستدلالية) (1446)

السؤال: إذا كانت $f(1) = -4$ و $f(n) = f(n-1) - 2$ لكل $n \geq 2$، فإن $f(3)$ تساوي

الخيارات:

أ) 8
ب) -8
ج) 2
د) -2

الإجابة: (ب) -8

التلميح: احسب $f(2)$ أولاً من $f(1)$، ثم استعمل الناتج لحساب $f(3)$

الحل:

١. نحسب $f(2)$:

$$f(2) = f(1) - 2 = -4 - 2 = -6$$

٢. ثم $f(3)$:

$$f(3) = f(2) - 2 = -6 - 2 = -8$$

س1100 قوى العدد التخيلي i — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: قيمة المقدار $i + i^3 + i^7 + i^9$ تساوي

الخيارات:

أ) 1
ب) 0
ج) i
د) $-i$

الإجابة: (ب) 0

التلميح: قوى i تتكرر كل أربع قوى؛ اقسم كل أس على 4 واستخدم الباقي.

الحل:

١. $i^9 = i^8 \cdot i = i$

٢. $i^7 = i^4 \cdot i^3 = -i$ و $i^3 = -i$

٣. المجموع:

$$i + (-i) + (-i) + i = 0$$

س1101 التخفيض المتتالي (1447)

السؤال: لدى زياد مبلغ 500 ريال، خُصم منه 5% ثم خُصم من المتبقي 10%. فكم تبقّى لديه؟
الخيارات:
أ) 400
ب) 427
ج) 427.5
د) 475
الإجابة: (ج) 427.5
التلميح: الخصم الثاني يُحسب من المبلغ المتبقي بعد الخصم الأول، لا من المبلغ الأصلي.
الحل:
١. بعد الخصم الأول:

$$500 \times 0.95 = 475$$

٢. بعد الخصم الثاني:

$$475 \times 0.90 = 427.5$$

٣. المتبقي 427.5 ريال

س1102 العلاقة بين القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر (1447)

السؤال: العددان 15 و n مضاعفهما المشترك الأصغر 30 وقاسمهما المشترك الأكبر 5، فإن قيمة n تساوي
الخيارات:
أ) 5
ب) 10
ج) 15
د) 30
الإجابة: (ب) 10
التلميح: حاصل ضرب عددين يساوي حاصل ضرب قاسمهما المشترك الأكبر في مضاعفهما المشترك الأصغر.
الحل:
١. $15 \times n = 5 \times 30$
٢. $15n = 150 \Rightarrow n = 10$
٣. تحقق: $\gcd(15,10) = 5$ و $\operatorname{lcm}(15,10) = 30$

س1103 قواعد قابلية القسمة (1447)

السؤال: العدد 7548 يقبل القسمة على
الخيارات:
أ) 5
ب) 7
ج) 12
د) 9
الإجابة: (ج) 12
التلميح: القسمة على 12 تتطلب القسمة على 3 وعلى 4 معًا.
الحل:
١. مجموع الأرقام $7+5+4+8 = 24$ يقبل القسمة على 3 (ولا يقبلها على 9)
٢. آخر رقمين 48 يقبلان القسمة على 4
٣. إذن العدد يقبل القسمة على $3 \times 4 = 12$ ($7548 = 12 \times 629$)، ولا يقبل القسمة على 5 (آحاده 8) ولا على 7 ($7548 = 7 \times 1078 + 2$)

س1104 مقياس الرسم (1447)

السؤال: استخدم معلم مقياس رسم 70 : 3، إذا كان الطول الحقيقي 210 cm، فكم الطول على الرسم بالسنتيمتر؟

الخيارات:

أ) 3

ب) 9

ج) 21

د) 27

الإجابة: (ب) 9

التلميح: مقياس الرسم = الطول على الرسم ÷ الطول الحقيقي؛ كوّن تناسبًا.

الحل:

١.

$$\frac{x}{210} = \frac{3}{70}$$

٢.

$$x = \frac{3 \times 210}{70} = 3 \times 3 = 9 \text{ cm}$$

س1173 المضاعف المشترك الأصغر (1448)

السؤال: أوجد المضاعف المشترك الأصغر للعددين $2^2 \times 3^3$, $2^2 \times 3^2$

الخيارات:

أ) 36

ب) 72

ج) 108

د) 144

الإجابة: (ج) 108

التلميح: م.م.أ يأخذ كل عامل أولي مشترك بأعلى أس ظهر به بين العددين، لا أقله.

الحل:

١. العامل 2 أعلى أس له بين العددين هو 2 (موجود في كليهما).

٢. العامل 3 أعلى أس له بين العددين هو 3 (في العدد الأول).

٣. إذن م.م.أ $= 2^2 \times 3^3 = 4 \times 27 = 108$

س1174 النسبة المئوية (الربح والخسارة) (1448)

السؤال: اشترى شخص سيارة بمبلغ 60000 ريال، ثم باعها بخسارة مقدارها 15%. كم سعر بيع السيارة؟

الخيارات:

أ) 6000 ريال

ب) 9000 ريال

ج) 51000 ريال

د) 69000 ريال

الإجابة: (ج) 51000 ريال

التلميح: احسب مقدار الخسارة أولاً كنسبة من سعر الشراء، ثم اطرحها من سعر الشراء.

الحل:

١. مقدار الخسارة $= 60000 \times 0.15 = 9000$ ريال.

٢. سعر البيع $= 60000 - 9000 = 51000$ ريال.

س1175 النسبة المئوية المتتالية (1448)

السؤال: تلفزيون قيمته 200 ريال، زاد سعره 30%، وبعد شهرين صار عليه خصم مقداره 30%. كم سعره بعد الخصم؟

الخيارات:

أ) 180 ريال
ب) 182 ريال
ج) 186 ريال
د) 200 ريال

الإجابة: (ب) 182 ريال

التلميح: الزيادة والخصم بالنسبة نفسها لا يعيدان السعر إلى أصله، لأن الخصم يُحسب على سعر أكبر من الأصلي.

الحل:

١. السعر بعد الزيادة $200 \times 1.3 = 260$ ريال.
٢. السعر بعد الخصم $260 \times 0.7 = 182$ ريال.

س1182 النسبة المئوية (الضريبة) (1448)

السؤال: سعر تذكرة طائرة 1200 ريال قبل الضريبة، إذا كانت الضريبة 15%، فما قيمة تذكرتين بعد الضريبة؟

الخيارات:

أ) 2400 ريال
ب) 2650 ريال
ج) 2760 ريال
د) 2850 ريال

الإجابة: (ج) 2760 ريال

التلميح: أضف الضريبة لسعر التذكرة الواحدة أولاً، ثم اضرب الناتج في عدد التذاكر.

الحل:

١. سعر التذكرة بعد الضريبة $1200 \times 1.15 = 1380$ ريال.
٢. قيمة تذكرتين $1380 \times 2 = 2760$ ريال.

س1185 ترتيب العمليات على الأعداد العشرية (1448)

السؤال: $0.002 - 0.01 \div 8 = \cdots$

الخيارات:

أ) -0.001
ب) 0.00075
ج) 0.004
د) 0.0125

الإجابة: (ب) 0.00075

التلميح: تذكّر ترتيب العمليات: القسمة تُنفَّذ قبل الطرح.

الحل:

١. $0.01 \div 8 = 0.00125$
٢. $0.002 - 0.00125 = 0.00075$

س1186 النسبة المئوية (تغيّر التركيب) (1448)

السؤال: شركة مكوّنة من 40 شخصًا، نسبة النساء فيها 60%. إذا أضفنا لهم 10 رجال للشركة، كم تصبح نسبة النساء؟

الخيارات:

أ) 40%
ب) 48%
ج) 50%
د) 60%

الإجابة: (ب) 48%

التلميح: عدد النساء لا يتغيّر بإضافة رجال؛ احسبه أولاً، ثم أعد حساب نسبته من العدد الإجمالي الجديد.

الحل:

١. عدد النساء $= 40 \times 0.6 = 24$، وعدد الرجال الأصلي $= 40 - 24 = 16$

٢. بعد إضافة 10 رجال، الإجمالي الجديد $= 40 + 10 = 50$ شخصًا، وعدد النساء يبقى 24

٣. النسبة الجديدة $= \frac{24}{50} = 48\%$

س1187 التناسب العكسي (مسائل العمل والزمن) (1448)

السؤال: 7 عمّال ينجزون 100 باب في 45 يومًا. كم عاملًا ينجز 100 باب في 21 يومًا؟

الخيارات:

أ) 9

ب) 12

ج) 15

د) 21

الإجابة: (ج) 15

التلميح: عدد العمال وعدد الأيام متناسبان عكسيًا عند ثبات حجم العمل؛ احسب «عامل × يوم» ثابتة أولًا.

الحل:

١. مجموع «عامل×يوم» ثابت لإنجاز نفس العمل $= 7 \times 45 = 315$

٢. عدد العمال المطلوب $= 315 \div 21 = 15$

س1190 تبسيط الجذور (1448)

السؤال: $(3 + \sqrt{63})\,(1 - \sqrt{7}) = \cdots$

الخيارات:

أ) -21

ب) -18

ج) 18

د) 21

الإجابة: (ب) -18

التلميح: بسّط $\sqrt{63}$ إلى صورة تحتوي $\sqrt{7}$ أولاً قبل الضرب.

الحل:

١. $\sqrt{63} = \sqrt{9 \times 7} = 3\sqrt{7}$، فيصبح المقدار الأول $3 + 3\sqrt{7} = 3(1 + \sqrt{7})$

٢.

$$3(1 + \sqrt{7})(1 - \sqrt{7}) = 3(1 - 7) = 3 \times (-6) = -18$$

س1196 الأعداد المركبة — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: ما قيمتا x, y الحقيقتان اللتان تجعلان المعادلة التالية صحيحة؟

$$(5 + 4i) - (x + yi) = -1 - 3i$$

الخيارات:

أ) $x = 6,\ y = 7$

ب) $x = 5,\ y = 7$

ج) $x = 4,\ y = 5$

د) $x = 4,\ y = 7$

الإجابة: (أ) $x = 6,\ y = 7$

التلميح: ساوِ الجزء الحقيقي بالجزء الحقيقي، والجزء التخيلي بالجزء التخيلي، على حدة.

الحل:
١. $(5-x)+(4-y)i=-1-3i$
٢. الجزء الحقيقي: $5-x=-1\Rightarrow x=6$
٣. الجزء التخيلي: $4-y=-3\Rightarrow y=7$

س1197 النسبة المئوية

السؤال: مدرسة بها 700 طالب وطالبة، وكانت نسبة الطلاب 65%، فما عدد الطالبات في المدرسة؟
الخيارات:
أ) 200
ب) 245
ج) 312
د) 455
الإجابة: (ب) 245
التلميح: نسبة الطالبات هي المتمّم لنسبة الطلاب من 100%
الحل:
١. نسبة الطالبات $=100\%-65\%=35\%$
٢. عدد الطالبات $=700\times0.35=245$

س1198 النسبة المئوية

السؤال: مساحة أرض $510\ \text{km}^2$، ويغطي الماء حوالي 70% منها، فكم تبلغ مساحة اليابسة؟
الخيارات:
أ) 153
ب) 150
ج) 123
د) 113
الإجابة: (أ) 153
التلميح: نسبة اليابسة هي المتمّم لنسبة الماء من 100%
الحل:
١. نسبة اليابسة $=100\%-70\%=30\%$
٢. مساحة اليابسة $=510\times0.30=153\ \text{km}^2$

س1200 مقارنة الأعداد وترتيبها

السؤال: x, x^2, x^3 أعداد حقيقية، وتقع على خط الأعداد بالترتيب التالي من اليسار إلى اليمين: x ثم x^3 ثم x^2. فما قيمة x؟
الخيارات:
أ) $-\frac{2}{5}$
ب) $-\frac{3}{2}$
ج) $\frac{2}{5}$
د) $\frac{3}{2}$
الإجابة: (أ) $-\frac{2}{5}$
التلميح: جرّب كل خيار بحساب x^2, x^3 وتحقّق من تحقّق الترتيب $x<x^3<x^2$
الحل:
١. عند $x=-\frac{2}{5}=-0.4$: $x^3=-0.064$ و $x^2=0.16$

٢. تحقّق الترتيب: $-0.4 < -0.064 < 0.16$، أي أن:

$$x < x^3 < x^2$$

✓ وهذا الترتيب المطلوب.
٣. بقية الخيارات لا تحقّق هذا الترتيب عند فحصها بنفس الطريقة.

س1247 قابلية القسمة

السؤال: إذا كان العدد $257x2$ يقبل القسمة على 4، فأي القيم التالية تصلح أن تكون قيمة لـ x؟
الخيارات:
أ) 1
ب) 2
ج) 4
د) 6
الإجابة: (أ) 1
التلميح: العدد يقبل القسمة على 4 إذا كان العدد المكوّن من آخر خانتين يقبل القسمة على 4
الحل:
١. آخر خانتين هما $x2$
٢. عند $x = 1$: العدد 12، و $12 \div 4 = 3$ (قابل للقسمة) ✓.
٣. عند $x = 2, 4, 6$: الأعداد $22, 42, 62$ لا تقبل القسمة على 4

س1248 قابلية القسمة

السؤال: أي الأعداد التالية يقبل القسمة على 4 و 9؟
الخيارات:
أ) 18
ب) 24
ج) 36
د) 81
الإجابة: (ج) 36
التلميح: العدد يقبل القسمة على 4 و9 معًا إذا كان يقبل القسمة على ناتج ضربهما 36 (لأن 4, 9 أوليان نسبيًا).
الحل:
١. 18: لا يقبل القسمة على 4
٢. 24: يقبل القسمة على 4 لكن لا يقبل القسمة على 9
٣. 36: $36 \div 4 = 9$ و $36 \div 9 = 4$، فيقبل القسمة على كليهما ✓.
٤. 81: لا يقبل القسمة على 4

س1249 النسبة المئوية: الربح والخسارة

السؤال: سلعة ثمنها الأصلي 400 ريال، وباعها صاحبها بـ 460 ريالًا، فما النسبة المئوية للربح؟
الخيارات:
أ) 15%
ب) 25%
ج) 45%
د) 60%
الإجابة: (أ) 15%
التلميح: نسبة الربح $\% 100 \times \dfrac{\text{الربح}}{\text{السعر الأصلي}} =$
الحل:

١. الربح $460 - 400 = 60$ ريالًا.
٢. نسبة الربح $\frac{60}{400} \times 100\% = 15\%$

س1250 **الأعداد المركبة: الصورة القطبية والديكارتية** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: ما الصورة الديكارتية للعدد المركب التالي؟

$$z = 4(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$$

الخيارات:
أ) $2 + \sqrt{2}i$
ب) $2i\sqrt{2}$
ج) $2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$
د) $2 + 2i$

الإجابة: ج) $2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$

التلميح: $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

الحل:
١.

$$z = 4\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2}i = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\,i$$

س1251 **ترتيب العمليات** (1447)

السؤال: ناتج $8 \times 9 - (12 \div 3)^3 + 8$ يساوي

الخيارات:
أ) -3
ب) 0
ج) 1
د) 2

الإجابة: ب) 0

التلميح: اتبع ترتيب العمليات: الأقواس، ثم الأس، ثم الضرب والقسمة، ثم الجمع والطرح.

الحل:
١. $12 \div 3 = 4$، ثم $4^3 = 64$
٢. $9 \times 8 = 72$
٣. $8 + 64 - 72 = 0$

س1254 **الأسس والجذور** (1447)

السؤال: أبسط صورة للمقدار $\left(\frac{\sqrt[4]{x^2 y}}{\sqrt[3]{x^3 y}}\right)^6$

الخيارات:
أ) $\frac{1}{x^3 y^2}$
ب) $\frac{1}{|x^3|\sqrt{y}}$
ج) $\frac{\sqrt{y}}{|x^3|}$
د) $x^3\sqrt{y}$

الإجابة: ب) $\frac{1}{|x^3|\sqrt{y}}$

التلميح: حوّل الجذور إلى أسس كسرية، وبسّط الأسس أولًا، ثم ارفع للقوة السادسة مراعيًا القيمة المطلقة للأس الزوجي.
الحل:
١. $\sqrt[4]{x^2y} = x^{1/2}y^{1/4}$، و $\sqrt[3]{x^3y} = xy^{1/3}$
٢. الكسر

$$= x^{1/2-1}y^{1/4-1/3} = x^{-1/2}y^{-1/12}$$

٣. رفعه للقوة السادسة: $x^{-3}y^{-1/2} = \dfrac{1}{x^3\sqrt{y}}$
٤. ومع مراعاة أن الأس النهائي زوجي الأصل يلزم القيمة المطلقة: $\dfrac{1}{|x^3|\sqrt{y}}$

س1256 معادلات القيمة المطلقة (1447)

السؤال: حل المعادلة: $|x+3|+10=9$
الخيارات:
أ) $\varnothing$
ب) -1
ج) 1
د) 7
الإجابة: (أ) $\varnothing$
التلميح: القيمة المطلقة لا يمكن أن تكون سالبة.
الحل:
١. $|x+3| = 9-10 = -1$
٢. القيمة المطلقة لا تساوي عددًا سالبًا أبدًا، فلا يوجد حل: $\varnothing$

س1276 قسمة الأعداد المركبة — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: ناتج المقدار $\dfrac{i}{1-i}$ هو
الخيارات:
أ) $\dfrac{2}{1+i}$
ب) $\dfrac{1-i}{2}$
ج) $\dfrac{-1+i}{2}$
د) $i+1$
الإجابة: (ج) $\dfrac{-1+i}{2}$
التلميح: اضرب البسط والمقام في مرافق المقام.
الحل:
١. $\dfrac{i}{1-i}\times\dfrac{1+i}{1+i} = \dfrac{i+i^2}{1-i^2} = \dfrac{i-1}{2} = \dfrac{-1+i}{2}$

س1282 العلاقة بين القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر (1447)

السؤال: إذا كان المضاعف المشترك الأصغر للعددين 15 و n يساوي 30، والقاسم المشترك الأكبر لهما يساوي 5، فأوجد قيمة n
الخيارات:
أ) 6
ب) 10
ج) 12
د) 15
الإجابة: (ب) 10

التلميح: استخدم العلاقة: حاصل ضرب العددين يساوي حاصل ضرب القاسم المشترك الأكبر في المضاعف المشترك الأصغر.
الحل:
١. حاصل ضرب العددين يساوي حاصل ضرب القاسم المشترك الأكبر في المضاعف المشترك الأصغر:

$$15 \times n = 5 \times 30 = 150$$

٢. إذن:

$$n = \frac{150}{15} = 10$$

س1313 عمليات على الأعداد المركبة – خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: أوجد أبسط صورة للمقدار $\dfrac{i}{1+i}$
الخيارات:
أ) $i+1$
ب) $\dfrac{i+1}{-2}$
ج) $i-1$
د) $\dfrac{i+1}{2}$
الإجابة: (د) $\dfrac{i+1}{2}$
التلميح: اضرب البسط والمقام في مرافق المقام $1-i$
الحل:
١. $\dfrac{i}{1+i} \times \dfrac{1-i}{1-i} = \dfrac{i-i^2}{1-i^2} = \dfrac{i+1}{1+1} = \dfrac{i+1}{2}$

س1327 نظرية الأعداد (1444، 1445)

السؤال: عددان صحيحان موجبان حاصل ضربهما يساوي 13، فإن مجموعهما يساوي
الخيارات:
أ) 13
ب) 14
ج) 15
د) 16
الإجابة: (ب) 14
التلميح: 13 عدد أولي، فله زوج واحد فقط من العوامل الموجبة.
الحل:
١. العددان الوحيدان الموجبان اللذان حاصل ضربهما 13 (عدد أولي) هما $1, 13$
٢. مجموعهما $= 1 + 13 = 14$

س1335 النسبة والتناسب (1444، 1445)

السؤال: إذا كان الكسران $\dfrac{x+1}{15}, \dfrac{12}{18}$ متكافئين، فما قيمة x؟
الخيارات:
أ) 9
ب) 10
ج) 11
د) 12
الإجابة: (أ) 9
التلميح: بسّط الكسر الأول أولًا، ثم استخدم الضرب التبادلي.

الحل:

١. $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

٢.

$$\frac{2}{3} = \frac{x+1}{15} \Rightarrow 3(x+1) = 2 \times 15 = 30 \Rightarrow x+1 = 10 \Rightarrow x = 9$$

س1343 القاسم المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر معاً (1446)

السؤال: إذا كان a هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 24،36، و b المضاعف المشترك الأصغر للعددين 6،4، أوجد $a \cdot b^{-1}$؟

الخيارات:

أ) $\frac{1}{6}$

ب) $\frac{1}{12}$

ج) 1

د) 144

الإجابة: (ج) 1

التلميح: أوجد a وb كل على حدة أولًا، ثم عوّض.

الحل:

١. القاسم المشترك الأكبر لـ 24،36 هو $a = 12$

٢. المضاعف المشترك الأصغر لـ 6،4 هو $b = 12$

٣. $a \cdot b^{-1} = 12 \times \frac{1}{12} = 1$

س1351 النسبة المئوية: الباقي بعد نسبة معلومة (1446)

السؤال: صندوق يحتوي على N من الزهور، إذا كانت نسبة الزهور الحمراء $P\%$ من الزهور، ما عدد بقية الزهور؟

الخيارات:

أ) $N\left(\frac{1-P}{100}\right)$

ب) $N\left(\frac{1-P}{0.01}\right)$

ج) $N(1-P\%)$

د) $N(1-100P)$

الإجابة: (ج) $N(1-P\%)$

التلميح: بقية الزهور نسبتها $(100-P)\%$ من المجموع، أي $(1-P\%)$ من N

الحل:

١. نسبة البقية $= 1 - P\%$ من الكل.

٢. عدد البقية $= N(1-P\%)$

س1352 المضاعف المشترك الأصغر: مسائل لفظية (1446)

السؤال: في مدرسة يقام اختبار الرياضيات كل 6 أيام، واختبار العلوم كل 8 أيام، إذا علمت أن العام الدراسي 110 يومًا، كم عدد الأيام التي سيختبر فيها الطلاب الاختبارين معًا؟

الخيارات:

أ) 6 أيام

ب) 5 أيام

ج) 4 أيام

د) 3 أيام

الإجابة: (ج) 4 أيام

التلميح: الأيام التي يجتمع فيها الاختباران مضاعفات المضاعف المشترك الأصغر لـ6،8

الحل:

١. م.م.أ$(6,8) = 24$

٢. مضاعفات 24 ضمن 110 يومًا: $24, 48, 72, 96$ — أربعة أيام.

س1353 الأنماط الهندسية (1446)

السؤال: ما قيمة x في النمط $36,\ 24,\ x,\ \frac{32}{3}$؟

الخيارات:

أ) 8

ب) 12

ج) 16

د) $\frac{16}{3}$

الإجابة: (ج) 16

التلميح: هذا نمط هندسي؛ أوجد الأساس من الحدين الأولين ثم طبّقه.

الحل:

١. الأساس $r = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$

٢. $x = 24 \times \frac{2}{3} = 16$، وللتحقق: $16 \times \frac{2}{3} = \frac{32}{3}$ ✓.

س1366 القيمة المطلقة وترتيب العمليات (1447)

السؤال: ما قيمة $(4 - |-5|)^{199}$؟

الخيارات:

أ) -1

ب) 0

ج) -9

د) 9

الإجابة: (أ) -1

التلميح: احسب القيمة المطلقة أولًا، ثم الفرق، ثم الأس.

الحل:

١. $|-5| = 5$، فـ $4 - 5 = -1$

٢. $(-1)^{199} = -1$ (أس فردي).

س1372 مجموعات الأعداد: الاتحاد (1447)

السؤال: $N \cup Z^{-} = \cdots$

الخيارات:

أ) N

ب) Z

ج) Z^{*}

د) R

الإجابة: (ج) Z^{*}

التلميح: N هي الأعداد الطبيعية الموجبة، وZ^{-} الأعداد الصحيحة السالبة؛ اتحادهما يستبعد الصفر فقط.

الحل:

١. $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ و $Z^{-} = \{-1, -2, -3, \dots\}$

٢. اتحادهما كل الأعداد الصحيحة ما عدا الصفر، وهذا تعريف Z^*

س1374 جمع الجذور المتشابهة (1447)

السؤال: أوجد $\sqrt{80}+\sqrt{45}$

الخيارات:

أ) $3\sqrt{5}$

ب) $7\sqrt{5}$

ج) $\sqrt{5}$

د) $\sqrt{125}$

الإجابة: (ب) $7\sqrt{5}$

التلميح: بسّط كل جذر إلى صورة عدد في جذر 5 ثم اجمع المعاملات.

الحل:

١. $\sqrt{80}=\sqrt{16\times5}=4\sqrt{5}$، و $\sqrt{45}=\sqrt{9\times5}=3\sqrt{5}$

٢. المجموع $=4\sqrt{5}+3\sqrt{5}=7\sqrt{5}$

س1377 مسائل لفظية على الجمع (1447)

السؤال: عمر مشعل 10 سنوات، وعمر خالد 8 سنوات، كم مجموع عمريهما بعد 20 سنة؟

الخيارات:

أ) 50

ب) 52

ج) 58

د) 60

الإجابة: (ج) 58

التلميح: مجموع عمريهما الآن، ثم أضف ضعف عدد السنوات (٢٠ لكل منهما).

الحل:

١. مجموع عمريهما الآن $=10+8=18$

٢. بعد 20 سنة يزيد كل منهما 20، فيزيد المجموع 40: $18+40=58$

س1381 ترشيد المقام (1447)

السؤال: ما قيمة $\dfrac{1}{\sqrt{20}-\sqrt{12}}$؟

الخيارات:

أ) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{8}$

ب) $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{8}$

ج) $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{4}$

د) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{4}$

الإجابة: (ج) $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{4}$

التلميح: بسّط $\sqrt{12}$،$\sqrt{20}$ أولًا، ثم اضرب بسطًا ومقامًا في المرافق.

الحل:

١. $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$، $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$، فالمقام $2\sqrt{5}-2\sqrt{3}=2(\sqrt{5}-\sqrt{3})$

٢. اضرب في المرافق: $\dfrac{1}{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})} \cdot \dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2(5-3)} = \dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{4}$

س1383 النسبة المئوية (1447)

السؤال: إذا حضر لإحدى المحاضرات بالجامعة 22 طالبًا ويمثلون 44% من المجموع الكلي للطلاب، كم عدد الطلاب؟

الخيارات:

أ) 54

ب) 53

ج) 51

د) 50

الإجابة: (د) 50

التلميح: 22 تمثل 44%، أوجد ما يمثله 100%

الحل:

١. المجموع الكلي $= \dfrac{22 \times 100}{44} = 50$

س1388 المضاعف المشترك الأصغر: مسائل لفظية (1447)

السؤال: يقبض مجموعة عمال رواتبهم خلال أسبوعين، ومجموعة أخرى خلال 4 أسابيع، ومجموعة ثالثة خلال 5 أسابيع. بعد كم أسبوعًا تتوافق مواعيد صرف الرواتب لجميع العمال في الأسبوع نفسه؟

الخيارات:

أ) 40 أسبوعاً

ب) 20 أسبوعاً

ج) 10 أسابيع

د) 5 أسابيع

الإجابة: (ب) 20 أسبوعاً

التلميح: المطلوب المضاعف المشترك الأصغر للأعداد $2, 4, 5$

الحل:

١. م.م.أ لـ $2, 4, 5$: حلّل $4 = 2^2$، فالمضاعف المشترك الأصغر $= 2^2 \times 5 = 20$

س1389 الجذر التكعيبي (1447)

السؤال: حجم مكعب يساوي $729\ \text{cm}^3$، أوجد طول حرفه بالسنتيمتر.

الخيارات:

أ) 5

ب) 9

ج) 12

د) 17

الإجابة: (ب) 9

التلميح: طول الحرف $= \sqrt[3]{\text{الحجم}}$

الحل:

١. $9^3 = 729$، فطول الحرف $= 9$

س1390 **الأعداد المركبة: قوى i ومقلوبها** – خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: $\frac{1}{\sqrt{-1}} = \cdots$

الخيارات:

أ) 1

ب) -1

ج) $\sqrt{-1}$

د) $-\sqrt{-1}$

الإجابة: (د) $-\sqrt{-1}$

التلميح: $i = \sqrt{-1}$، واضرب بسطًا ومقامًا في i لإزالة التخيلي من المقام.

الحل:

١. $\frac{1}{i} \cdot \frac{i}{i} = \frac{i}{i^2} = \frac{i}{-1} = -i = -\sqrt{-1}$

س1393 **عمليات على المجموعات: الفرق** (1447)

السؤال: إذا كانت X مجموعة أرقام العدد 9014426، و Y مجموعة أرقام العدد 9426، فأي مما يلي صحيح؟

الخيارات:

أ) $Y - X = \{0, 1\}$

ب) $X \cap Y = X$

ج) $X \subset Y$

د) $X - Y = \{0, 1\}$

الإجابة: (د) $X - Y = \{0, 1\}$

التلميح: اكتب كل مجموعة من أرقام العدد المميزة (بلا تكرار) ثم قارن.

الحل:

١. $X = \{9, 0, 1, 4, 2, 6\}$ و $Y = \{9, 4, 2, 6\}$

٢. $Y \subset X$، والعناصر الموجودة في X وغير موجودة في Y هي $\{0, 1\}$، أي أن:

$X - Y = \{0, 1\}$

س1395 **تبسيط المقادير الجذرية** (1447)

السؤال: بسّط المقدار $\frac{12 + 6}{\sqrt{6}}$

الخيارات:

أ) $2\sqrt{6}$

ب) $3\sqrt{6}$

ج) $4\sqrt{6}$

د) $5\sqrt{6}$

الإجابة: (ب) $3\sqrt{6}$

التلميح: اجمع البسط أولًا، ثم رشّد المقام بضربه بسطًا ومقامًا في $\sqrt{6}$

الحل:

١. $12 + 6 = 18$، فالمقدار $\frac{18}{\sqrt{6}} = \frac{18\sqrt{6}}{6} = 3\sqrt{6}$

س1399 **مكملة المجموعة** (1447)

السؤال: إذا كانت $X = \{x \mid 0 < x \leq 6,\ x \in R\}$ فإن مكمّلة المجموعة X هي

الخيارات:

أ) $[0, 6]$

ب) $(0, 6]$
ج) $(-\infty, 0) \cup [6, \infty)$
د) $(-\infty, 0] \cup (6, \infty)$
الإجابة: (د) $(-\infty, 0] \cup (6, \infty)$
التلميح: مكمّلة الفترة هي كل ما هو خارجها على خط الأعداد الحقيقية، مع عكس حالة التضمين عند كل طرف.
الحل:
١. $X = (0, 6]$، فمكمّلتها كل ما هو أصغر من أو يساوي 0، أو أكبر تمامًا من 6: $(-\infty, 0] \cup (6, \infty)$

س1408 خصائص الأعداد الحقيقية (1444، 1445)

السؤال: إذا كان $axz = 1$، $abc = 0$، $bax = 0$ (حيث $a \neq 0$، $x \neq 0$، $c \neq 0$)، فإن أيًا من المتغيرات التالية لا بد أن يساوي صفرًا؟
الخيارات:
أ) a
ب) c
ج) b
د) x
الإجابة: (ج) b
التلميح: من $axz = 1$ نعلم أن $a \neq 0$ و$x \neq 0$ (وإلا لكان الناتج صفرًا لا 1). استخدم هذا مع المعادلتين الأخريين.
الحل:
١. بما أن $axz = 1 \neq 0$، فإن $a \neq 0$ و $x \neq 0$ حتمًا.
٢. من $bax = 0$: بما أن $a \neq 0$ و $x \neq 0$، يجب أن يكون $b = 0$
٣. أما $abc = 0$: بما أن $b = 0$ بالفعل، فهذه المعادلة محققة بغض النظر عن c، فلا يلزم أن يكون $c = 0$
٤. إذن المتغير الذي لا بد أن يساوي صفرًا هو b

س1409 القاسم المشترك الأكبر بالتحليل إلى عوامل أولية (1444، 1445)

السؤال: أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين $2^3 \times 3^2 \times 11^{13}$ و $27^3 \times 8^4 \times 5$
الخيارات:
أ) 24
ب) 36
ج) 48
د) 72
الإجابة: (د) 72
التلميح: حلّل العدد الثاني إلى عوامله الأولية أولًا ($27 = 3^3$، $8 = 2^3$)، ثم قارن أصغر أس مشترك لكل عامل أولي بين العددين.
الحل:
١. $27^3 = (3^3)^3 = 3^9$، و $8^4 = (2^3)^4 = 2^{12}$، فالعدد الثاني $= 2^{12} \times 3^9 \times 5$
٢. العامل المشترك 2: أصغر أس بين 3 و12 هو 3
٣. العامل المشترك 3: أصغر أس بين 2 و9 هو 2
٤. العدد 11 والعدد 5 غير مشتركين بين العددين
٥. القاسم المشترك الأكبر $= 2^3 \times 3^2 = 8 \times 9 = 72$

س1410 عمليات على الأعداد المركبة – خاص بالمستوى الثاني (1444، 1445)

السؤال: قيمة المقدار $\dfrac{(1+i)^2}{(1-i)^2}$ تساوي
الخيارات:
أ) 1
ب) -1

ج) i
د) $-i$

الإجابة: (ب) -1

التلميح: بسّط كل مربع على حدة باستخدام $i^2 = -1$ قبل القسمة.

الحل:

١. $(1+i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 1 + 2i - 1 = 2i$
٢. $(1-i)^2 = 1 - 2i + i^2 = 1 - 2i - 1 = -2i$
٣. $\dfrac{2i}{-2i} = -1$

س1411 أعداد أولية وعلاقات جبرية (1444، 1445)

السؤال: إذا كان r, s عددين أوليين موجبين بحيث $\dfrac{10}{r^2} = \dfrac{s^3}{20}$، فإن قيمة $r - s$ تساوي

الخيارات:

أ) 2
ب) 3
ج) -2
د) -3

الإجابة: (ب) 3

التلميح: اضرب الطرفين تبادليًا للحصول على معادلة واحدة بين r, s، ثم جرّب أصغر الأعداد الأولية.

الحل:

١. بضرب الطرفين تبادليًا: $r^2 s^3 = 200$
٢. بتجربة الأعداد الأولية الصغيرة: عند $r = 5,\ s = 2$: $r^2 s^3 = 25 \times 8 = 200$ ✓.
٣. إذن $r - s = 5 - 2 = 3$

س1418 القاسم المشترك الأكبر بالتحليل إلى عوامل أولية (1448)

السؤال: أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين $2^7 \times 3^3 \times 4^2$ و $2^3 \times 3^5 \times 5^2$

الخيارات:

أ) $2^3 \times 3^3$
ب) $2^7 \times 3^5$
ج) $2^3 \times 3^3 \times 5^2$
د) $2^3 \times 3^5$

الإجابة: (أ) $2^3 \times 3^3$

التلميح: حوّل 4^2 إلى قوة للعدد 2 أولًا، ثم خذ كل عامل أولي مشترك بأصغر أس له.

الحل:

١. نحوّل 4^2 إلى قوة للعدد 2:

$$4^2 = (2^2)^2 = 2^4$$

٢. العدد الأول يصبح:

$$2^7 \times 2^4 \times 3^3 = 2^{11} \times 3^3$$

٣. العامل المشترك 2: أصغر أس بين 11 و3 هو 3
٤. العامل المشترك 3: أصغر أس بين 3 و5 هو 3
٥. العامل 5 غير موجود في العدد الأول، فلا يدخل في القاسم المشترك الأكبر
٦. القاسم المشترك الأكبر:

$$2^3 \times 3^3$$

س1419 مجموعات الأعداد — الفرق بين مجموعتين (1448)

السؤال: إذا كانت المجموعة هي $\mathbb{R} \setminus \mathbb{N}$، فأي الأعداد الآتية لا ينتمي إلى هذه المجموعة؟

الخيارات:

أ) $\frac{-30}{10}$

ب) $\frac{20}{3}$

ج) $\frac{30}{5}$

د) $\frac{30}{4}$

الإجابة: (ج) $\frac{30}{5}$

التلميح: المجموعة $\mathbb{R} \setminus \mathbb{N}$ تضم كل عدد حقيقي ليس طبيعيًا، فابحث عن الخيار الذي يصبح عددًا طبيعيًا بعد التبسيط.

الحل:

١. المجموعة $\mathbb{R} \setminus \mathbb{N}$ هي الأعداد الحقيقية التي ليست أعدادًا طبيعية

٢. $\frac{-30}{10} = -3$ عدد صحيح سالب ليس طبيعيًا، فهو ينتمي إلى المجموعة

٣. $\frac{20}{3} = 6.\overline{6}$ ليس عددًا صحيحًا، فهو ينتمي إلى المجموعة

٤. $\frac{30}{4} = 7.5$ ليس عددًا صحيحًا، فهو ينتمي إلى المجموعة

٥. $\frac{30}{5} = 6$ عدد طبيعي، فهو وحده لا ينتمي إلى المجموعة

س1420 قوى العدد التخيلي i — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: أوجد قيمة العدد المركب $\frac{i^{107} + 2i}{i^2}$

الخيارات:

أ) $3i$

ب) $-3i$

ج) i

د) $-i$

الإجابة: (د) $-i$

التلميح: قوى i تتكرر كل أربع قوى، فاقسم الأس على 4 واستعمل الباقي.

الحل:

١. قوى i تتكرر كل أربع قوى:

$$i^1 = i, \quad i^2 = -1, \quad i^3 = -i, \quad i^4 = 1$$

٢. نقسم الأس على 4:

$$107 = 4 \times 26 + 3$$

٣. الباقي 3، إذن:

$$i^{107} = i^3 = -i$$

٤. البسط:

$$-i + 2i = i$$

٥. المقام:

$$i^2 = -1$$

٦. الناتج:

$$\frac{i}{-1} = -i$$

س1421 النسبة المئوية — العمولة (1448)

السؤال: يعمل بائع في محل للعطور ويحصل على عمولة بنسبة 4% من قيمة المبيعات. إذا باع 50 عطراً واستلم عمولة قدرها 200 ريال، فما سعر العطر الواحد؟

الخيارات:

أ) 80 ريال

ب) 90 ريال

ج) 100 ريال

د) 120 ريال

الإجابة: (ج) 100 ريال

التلميح: العمولة جزء من إجمالي المبيعات، فأوجد إجمالي المبيعات أولًا ثم وزّعه على عدد العطور.

الحل:

١. نرمز لإجمالي المبيعات بالرمز S، والعمولة تساوي 4% منه:

$$0.04\,S = 200$$

٢. إجمالي المبيعات بالريال:

$$S = \frac{200}{0.04} = 5000$$

٣. سعر العطر الواحد بالريال:

$$\frac{5000}{50} = 100$$

س1422 مسائل لفظية — التغيّر بمقدار ثابت (1448)

السؤال: يبيع متجر سلعة يوم الأحد بسعر 123 ريالًا، ويُخفَّض سعرها بمقدار 7 ريالات كل يوم بسبب اقتراب انتهاء صلاحيتها. كم يصبح سعر السلعة يوم السبت القادم؟

الخيارات:

أ) 74 ريالًا

ب) 81 ريالًا

ج) 88 ريالًا

د) 95 ريالًا

الإجابة: (ب) 81 ريالًا

التلميح: احسب بدقة عدد الأيام بين الأحد والسبت القادم، ثم اضربه في مقدار التخفيض اليومي.

الحل:

١. الأيام من الأحد إلى السبت القادم: الاثنين، الثلاثاء، الأربعاء، الخميس، الجمعة، السبت

٢. عدد مرات التخفيض 6 مرات

٣. مقدار التخفيض الكلي بالريال:

$$7 \times 6 = 42$$

٤. السعر يوم السبت بالريال:

$$123 - 42 = 81$$

س1423 النسبة المئوية (1448)

السؤال: طالبة حصلت على 437 درجة من أصل 800 درجة، وطالبة أخرى حصلت على 398 درجة من أصل 700 درجة، علمًا بأن نسبة النجاح المطلوبة هي 60%. أي العبارات الآتية صحيحة؟

الخيارات:

أ) الطالبتان نجحتا

ب) الطالبتان لم تنجحا

ج) نجحت الأولى ولم تنجح الثانية

د) نجحت الثانية ولم تنجح الأولى

الإجابة: (ب) الطالبتان لم تنجحا

التلميح: حوّل درجة كل طالبة إلى نسبة مئوية من الدرجة الكلية الخاصة بها، ثم قارن كل نسبة بنسبة النجاح.

الحل:

١. نسبة الطالبة الأولى:

$$\frac{437}{800} \times 100 = 54.625\%$$

٢. $54.625\% < 60\%$، فالطالبة الأولى لم تنجح

٣. نسبة الطالبة الثانية:

$$\frac{398}{700} \times 100 \approx 56.86\%$$

٤. $56.86\% < 60\%$، فالطالبة الثانية لم تنجح

٥. إذن الطالبتان لم تنجحا

س1424 المضاعف المشترك الأصغر: مسائل لفظية (1448)

السؤال: لدى طفل مكعبات بأبعاد مختلفة، ويريد ترتيبها دون ترك أي فراغات، بحيث يكون العدد المستخدم قابلًا للقسمة على الأعداد 4 و 8 و 10 دون باقٍ. ما أصغر عدد يحقق ذلك؟

الخيارات:

أ) 20

ب) 40

ج) 80

د) 120

الإجابة: (ب) 40

التلميح: العدد الذي يقبل القسمة على عدة أعداد هو مضاعف مشترك لها، والمطلوب أصغر هذه المضاعفات.

الحل:

١. المطلوب هو المضاعف المشترك الأصغر للأعداد 4 و8 و10

٢. تحليل العدد 4:

$$4 = 2^2$$

٣. تحليل العدد 8:

$$8 = 2^3$$

٤. تحليل العدد 10:

$$10 = 2 \times 5$$

٥. نأخذ كل عامل أولي بأكبر أس له:

$$2^3 \times 5 = 40$$

س1500 التطابقات (الحساب النمطي) (1448)

السؤال: أوجد أصغر عدد صحيح غير سالب x يحقق التطابق $4x \equiv 2 \pmod{11}$

الخيارات:

أ) 4

ب) 5

ج) 6

د) 7

الإجابة: (ج) 6

التلميح: المطلوب عدد يكون فيه باقي قسمة $4x$ على 11 مساويًا 2؛ جرّب القيم واحسب الباقي في كل مرة.

الحل:

١. المطلوب أن يكون باقي قسمة $4x$ على 11 مساويًا 2

٢. عند $x = 4$:

$$4 \times 4 = 16 = 11 + 5$$

٣. الباقي 5 لا 2، فالعدد 4 لا يحقق التطابق

٤. عند $x = 5$:

$$4 \times 5 = 20 = 11 + 9$$

٥. الباقي 9 لا 2، فالعدد 5 لا يحقق التطابق

٦. عند $x = 6$:

$$4 \times 6 = 24 = 2 \times 11 + 2$$

٧. الباقي 2، فالعدد 6 يحقق التطابق

٨. القيم الأصغر من 0 إلى 3 تعطي للمقدار $4x$ القيم 0 و4 و8 و12

٩. بواقي قسمتها على 11 هي 0 و4 و8 و1، وليس بينها 2

١٠. إذن أصغر عدد صحيح غير سالب يحقق التطابق هو 6

س1501 تبسيط الجذور وجمعها (1448)

السؤال: بسّط المقدار $\sqrt{27} + \sqrt{48}$

الخيارات:

أ) $5\sqrt{3}$

ب) $7\sqrt{3}$

ج) $9\sqrt{3}$

د) $11\sqrt{3}$

الإجابة: (ب) $7\sqrt{3}$

التلميح: اكتب كل عدد تحت الجذر على صورة مربع كامل مضروب في 3، ثم اجمع الجذور المتشابهة.

الحل:

١. نكتب 27 على صورة مربع كامل في عدد:

$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$$

٢. نكتب 48 على صورة مربع كامل في عدد:

$$\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$$

٣. الجذران متشابهان، فنجمع معامِلَيهما:

$$3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

س1502 القاسم المشترك الأكبر (1448)

السؤال: ما مجموع أصغر عددين صحيحين موجبين مختلفين قاسمهما المشترك الأكبر يساوي 6؟
الخيارات:
أ) 12
ب) 18
ج) 24
د) 30
الإجابة: (ب) 18
التلميح: كل من العددين يقبل القسمة على قاسمهما المشترك الأكبر، فابحث عن أصغر مضاعفين مختلفين للعدد 6 قاسمهما المشترك الأكبر 6 تمامًا.
الحل:
١. كل من العددين يقبل القسمة على 6، فكلاهما من مضاعفات 6
٢. أصغر مضاعف موجب للعدد 6 هو 6 نفسه
٣. المضاعف التالي المختلف عنه هو 12
٤. القاسم المشترك الأكبر للعددين:

$$\gcd(6, 12) = 6$$

٥. إذن العددان هما 6 و12
٦. مجموع العددين:

$$6 + 12 = 18$$

٧. الخيار 12 يعني العددين 6 و6، وهما غير مختلفين

س1503 التناسب الطردي (1448)

السؤال: ينتج مقهى 280 كوبًا خلال 8 ساعات باستخدام 7 آلات. إذا زاد عدد الآلات إلى 9 آلات مع المحافظة على نفس الأداء ونفس المدة الزمنية، فكم كوبًا سينتج المقهى؟
الخيارات:
أ) 300
ب) 320
ج) 360
د) 400
الإجابة: (ج) 360
التلميح: المدة ثابتة، فعدد الأكواب يتناسب طرديًا مع عدد الآلات، احسب إنتاج الآلة الواحدة أولًا.
الحل:
١. المدة الزمنية ثابتة، فعدد الأكواب يتناسب طرديًا مع عدد الآلات
٢. إنتاج الآلة الواحدة خلال 8 ساعات:

$$\frac{280}{7} = 40$$

٣. إنتاج 9 آلات خلال المدة نفسها:

$$9 \times 40 = 360$$

س1504 النسبة المئوية: إيجاد الكل من الجزء (1448)

السؤال: في مدرسة، 60% من الطلاب يحبون مادة الرياضيات وعددهم 120 طالبًا، و45% من الطلاب يحبون مادة العلوم. كم عدد الطلاب الذين يحبون العلوم؟
الخيارات:
أ) 100

ب) 90
ج) 80
د) 150

الإجابة: (ب) 90

التلميح: أوجد العدد الكلي للطلاب من معلومة الرياضيات أولًا، ثم احسب 45% منه.

الحل:

١. نرمز لعدد طلاب المدرسة الكلي بالرمز n

٢. 60% من الطلاب عددهم 120:

$$0.60\,n = 120$$

٣. عدد الطلاب الكلي:

$$n = \frac{120}{0.60} = 200$$

٤. عدد الطلاب الذين يحبون العلوم:

$$0.45 \times 200 = 90$$

س1505 النسبة والتناسب (1448)

السؤال: عددان النسبة بينهما 5 : 3، ومجموعهما 40. ما العدد الأكبر؟

الخيارات:

أ) 15
ب) 20
ج) 25
د) 30

الإجابة: (ج) 25

التلميح: اجمع أجزاء النسبة، ثم أوجد قيمة الجزء الواحد بقسمة المجموع عليها.

الحل:

١. مجموع أجزاء النسبة:

$$3 + 5 = 8$$

٢. قيمة الجزء الواحد:

$$\frac{40}{8} = 5$$

٣. العدد الأكبر يقابل 5 أجزاء:

$$5 \times 5 = 25$$

٤. للتحقق، العدد الأصغر:

$$3 \times 5 = 15$$

٥. والمجموع:

$$15 + 25 = 40$$

المعيار الثاني: الإلمام بمبادئ الجبر والدوال الحقيقية

عدد الأسئلة: 291

س162 مدى الدالة النسبية (1442)

السؤال: مدى الدالة $f(x)=\frac{2x}{1-x}$ هو

الخيارات:

أ) R

ب) $R-\{2\}$

ج) $R-\{-2\}$

د) $R-\{-1\}$

الإجابة: ج) $R-\{-2\}$

التلميح: في الدالة النسبية التي درجة بسطها ومقامها الأولى، المدى هو جميع الأعداد الحقيقية عدا خارج قسمة معاملي x

الحل:

١. المدى $R=$ ما عدا:

$$\frac{\text{معامل } x \text{ في البسط}}{\text{معامل } x \text{ في المقام}}=\frac{2}{-1}=-2$$

٢. إذن المدى:

$$R-\{-2\}$$

س163 قوى المصفوفات والأنماط – خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: إذا كانت المصفوفة $A=\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}$ فإن مجموع عناصر A^n يساوي

الخيارات:

أ) $2n$

ب) $3n$

ج) $n+2$

د) $n+3$

الإجابة: ج) $n+2$

التلميح: احسب A^1 و A^2 واستخرج النمط في مجموع العناصر.

الحل:

١. مجموع عناصر A^1:

$$1+0+1+1=3=1+2$$

٢. نحسب A^2:

$$A^2=\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0\\1&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0\\2&1\end{bmatrix}$$

٣. مجموع عناصر A^2:

$$1+0+2+1=4=2+2$$

٤. النمط يعطي مجموع عناصر A^n:

$$n+2$$

س164 **تركيب الدوال** – خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: إذا كانت $f(x) = \tan x$ و $g(x) = \sqrt{x}$، فإن $(f \circ g)(x)$ تساوي

الخيارات:

أ) $\tan \sqrt{x}$

ب) $\sqrt{x \tan x}$

ج) $\sqrt{\tan x}$

د) $\sqrt{x} \tan x$

الإجابة: (أ) $\tan \sqrt{x}$

التلميح: $(f \circ g)(x) = f(g(x))$، أي تُعوَّض g داخل f لا العكس.

الحل:

١. نطبق التعريف:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x})$$

٢. بالتعويض في f:

$$= \tan \sqrt{x}$$

س165 **خواص اللوغاريتمات الطبيعية** – خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: أوجد قيمة $\ln\left(\frac{e^a}{e^b}\right)$

الخيارات:

أ) $\ln(a - b)$

ب) $a - b$

ج) $\frac{a}{b}$

د) $a + b$

الإجابة: (ب) $a - b$

التلميح: لوغاريتم القسمة يساوي فرق اللوغاريتمين، وتذكّر أن $\ln e = 1$

الحل:

١. نطبق خاصية القسمة:

$$\ln\left(\frac{e^a}{e^b}\right) = \ln e^a - \ln e^b$$

٢. ننزل الأسس:

$$= a \ln e - b \ln e$$

٣. بما أن $\ln e = 1$:

$$= a - b$$

س166 **تركيب الدوال والجذور** – خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: إذا كانت $f(x) = \sqrt{2x}$ و $g(x) = 2x^2$، فإن $(f \circ g)(x)$ تساوي

الخيارات:

أ) $4x$

ب) $4x^2$

ج) $2|x|$

د) $4|x|\sqrt{x}$

الإجابة: (ج) $2|x|$

التلميح: بعد التعويض ستحصل على $\sqrt{4x^2}$، وانتبه أن $\sqrt{x^2} = |x|$ وليس x

الحل:

١. نطبق التعريف:

$$(f \circ g)(x) = f(2x^2) = \sqrt{2(2x^2)}$$

٢. نبسّط:

$$= \sqrt{4x^2} = 2\sqrt{x^2}$$

٣. وبما أن الجذر التربيعي يعطي قيمة غير سالبة:

$$= 2|x|$$

س167 المتباينات النسبية (1442، 1444)

السؤال: مجموعة حل المتباينة $\dfrac{2}{x^2+2x-3} < 0$

الخيارات:

أ) $(-\infty, -1) \cup (3, \infty)$

ب) $(-\infty, -3) \cup (1, \infty)$

ج) $(-3, 1)$

د) $[-3, 1]$

الإجابة: (ج) $(-3, 1)$

التلميح: البسط موجب دائماً، فالإشارة تعتمد على المقام وحده، حلّله وادرس إشارته على خط الأعداد.

الحل:

١. نحلّل المقام:

$$\frac{2}{(x-1)(x+3)} < 0$$

٢. ندرس الإشارة عند النقطتين $x = -3$ و $x = 1$

٣. الإشارة موجبة خارج الجذرين وسالبة بينهما، والمطلوب سالب:

$$(-3, 1)$$

س168 المعادلات الجذرية (1442)

السؤال: مجموعة حل المعادلة $\sqrt{4x+1} = \sqrt{2x+2}$ في مجموعة الأعداد الحقيقية تساوي

الخيارات:

أ) $\left\{\dfrac{-1}{2}\right\}$

ب) $\left\{\dfrac{-1}{4}\right\}$

ج) $\left\{\dfrac{1}{4}\right\}$

د) $\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

الإجابة: (د) $\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$

التلميح: بما أن الطرفين جذران تربيعيان، ربّع الطرفين مباشرة.

الحل:

١. بتربيع الطرفين:

$$4x + 1 = 2x + 2$$

٢. بجمع الحدود المتشابهة:

$$2x = 1$$

٣. إذن:

$$x = \frac{1}{2}$$

س169 **المعادلات الأسية** – خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: إذا كان $e^{-5x}e^{x} = e^{2}$ فإن قيمة x تساوي

الخيارات:

أ) -2

ب) $\frac{1}{2}$

ج) $-\frac{1}{2}$

د) 2

الإجابة: (ج) $-\frac{1}{2}$

التلميح: عند ضرب قوى الأساس نفسه تُجمع الأسس، وعند تساوي الأساسات تتساوى الأسس.

الحل:

١. بجمع الأسس:

$$e^{-5x+x} = e^{2} \;\Rightarrow\; e^{-4x} = e^{2}$$

٢. بمساواة الأسس:

$$-4x = 2$$

٣. إذن:

$$x = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$

س170 **الأنماط العددية والمتسلسلات** (1442)

السؤال: أوجد ناتج

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 \cdots - 998 + 999 - 1000 + 1001$$

الخيارات:

أ) -1001

ب) -501

ج) 500

د) 501

الإجابة: (د) 501

التلميح: اجمع الحدود في مجموعات من عشرة؛ كل عشرة حدود مجموعها -5، ثم انتبه للحد الأخير.

الحل:

١. مجموع أول عشرة حدود:

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10 = -5$$

٢. الحدود حتى 1000 تكوّن 100 مجموعة:

$$-5 \times 100 = -500$$

٣. نضيف الحد الأخير:

$$-500 + 1001 = 501$$

س171 **محدد المصفوفة المثلثية** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أوجد قيمة x التي تجعل محدد المصفوفة يساوي صفراً، حيث المصفوفة

$$\begin{bmatrix} x & 5 & 7 \\ 0 & x-1 & \dfrac{2x-1}{3} \\ 0 & 0 & \dfrac{2x-1}{3} \end{bmatrix}$$

الخيارات:

أ) $0,\ 1,\ -\dfrac{1}{2}$

ب) $0,\ -1,\ \dfrac{1}{2}$

ج) $0,\ -1,\ -\dfrac{1}{2}$

د) $0,\ 1,\ \dfrac{1}{2}$

الإجابة: (د) $0,\ 1,\ \dfrac{1}{2}$

التلميح: محدد المصفوفة المثلثية هو حاصل ضرب عناصر القطر الرئيسي، والحاصل يساوي صفراً إذا كان أحد العوامل صفراً.

الحل:

١. المحدد هو حاصل ضرب عناصر القطر الرئيسي:

$$x(x-1)\left(\frac{2x-1}{3}\right)=0$$

٢. نساوي كل عامل بالصفر:

$$x=0 \quad \text{أو} \quad x=1 \quad \text{أو} \quad 2x-1=0$$

٣. إذن:

$$x=0,\ 1,\ \frac{1}{2}$$

س172 **فك المربعات وتبسيط العبارات الجبرية** (1442)

السؤال: المقدار $(2x+3)^2-(x-1)^2$ يساوي

الخيارات:

أ) $x^2+14x+8$

ب) $x^2+10x+10$

ج) $3x^2+14x+8$

د) $3x^2+10x+10$

الإجابة: (ج) $3x^2+14x+8$

التلميح: فك كل مربع على حدة، وانتبه لتوزيع إشارة الطرح على كل حدود القوس الثاني.

الحل:

١. نفك المربعين:

$$(4x^2+12x+9)-(x^2-2x+1)$$

٢. نوزّع إشارة الطرح:

$$4x^2-x^2+12x+2x+9-1$$

٣. نجمع المتشابهات:

$$3x^2+14x+8$$

س173 ضرب المصفوفات — خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: إذا كان $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ فإن A^2 تساوي

الخيارات:

أ) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 19 & 64 \end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix} 5 & 18 \\ 36 & 72 \end{bmatrix}$

ج) $\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 20 \end{bmatrix}$

د) $\begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 20 & 64 \end{bmatrix}$

الإجابة: (ج) $\begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 20 \end{bmatrix}$

التلميح: A^2 تعني ضرب المصفوفة في نفسها بقاعدة صف × عمود، لا تربيع كل عنصر.

الحل:

١. نضرب المصفوفة في نفسها:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

٢. نطبق صف في عمود:

$$= \begin{bmatrix} 1+4 & 2+8 \\ 2+8 & 4+16 \end{bmatrix}$$

٣. إذن:

$$= \begin{bmatrix} 5 & 10 \\ 10 & 20 \end{bmatrix}$$

س174 قسمة الدوال والتعويض

السؤال: إذا كانت $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = \dfrac{1}{x+1}$، فإن $\left(\dfrac{f}{g}\right)(3)$ تساوي

الخيارات:

أ) $\dfrac{1}{2}$

ب) 1

ج) 2

د) 8

الإجابة: (د) 8

التلميح: القسمة على كسر تعني الضرب في مقلوبه، فبسّط العبارة أولاً ثم عوّض.

الحل:

١. نبسّط القسمة:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \sqrt{x+1} \times (x+1)$$

٢. نعوّض $x = 3$:

$$= \sqrt{4} \times 4$$

٣. إذن:

$$= 2 \times 4 = 8$$

س175 العلاقة بين جذري المعادلة التربيعية ومعاملاتها

السؤال: حاصل ضرب جذري المعادلة $x^2 - 6x + 8 = 0$ هو

الخيارات:

أ) 8

ب) 6

ج) -6

د) -8

الإجابة: (أ) 8

التلميح: حاصل ضرب الجذرين $= \frac{c}{a}$ دون الحاجة لحل المعادلة.

الحل:

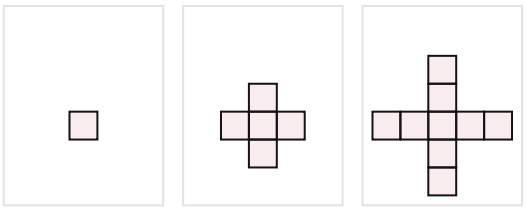
١. بالتحليل نجد الجذرين 2 و 4، وحاصل ضربهما 8

٢. طريقة أخرى بالقانون مباشرة: حاصل الضرب يساوي

$$\frac{c}{a} = \frac{8}{1} = 8$$

س176 الأنماط والمتتابعات الحسابية

السؤال: كم عدد المربعات في الشكل رقم 15؟ (نمط الأشكال: الشكل 1 به مربع واحد، والشكل 2 به 5 مربعات، والشكل 3 به 9 مربعات، وهكذا)



الشكل 1 الشكل 2 الشكل 3

الخيارات:

أ) 56

ب) 57

ج) 58

د) 59

الإجابة: (ب) 57

التلميح: النمط $1, 5, 9, \ldots$ يزيد بمقدار ثابت، فاستخدم قانون الحد النوني.

الحل:

١. النمط:

$$1,\ 5,\ 9,\ \ldots$$

والزيادة الثابتة $= 4$

٢. نطبق قانون الحد النوني:

$$a_{15} = 1 + 4(15 - 1)$$

٣. إذن:

$$= 1 + 56 = 57$$

س177 المتباينات المركّبة

السؤال: مجموعة حل المتباينة $1 < 2x - 1 < x$ هي

الخيارات:

أ) $\{1\}$

ب) $\varnothing$

ج) $(\infty, 1)$

د) $(-\infty, \infty)$

الإجابة: (ب) $\varnothing$

التلميح: فكّك المتباينة المركّبة إلى متباينتين وحلّ كلاً منهما، ثم خذ التقاطع.

الحل:

١. المتباينة الأولى:

$$2x - 1 < x \;\Rightarrow\; x < 1 \;\Rightarrow\; (-\infty, 1)$$

٢. المتباينة الثانية:

$$1 < 2x - 1 \;\Rightarrow\; 2 < 2x \;\Rightarrow\; 1 < x \;\Rightarrow\; (1, \infty)$$

٣. التقاطع:

$$(-\infty, 1) \cap (1, \infty) = \varnothing$$

س178 مجال الدالة الجذرية

السؤال: مجال الدالة $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-4}{x^2+16}}$

الخيارات:

أ) $(-\infty, 4]$

ب) $]-4, 4]$

ج) $(0, 4]$

د) $[4, \infty)$

الإجابة: (د) $[4, \infty)$

التلميح: المقام $x^2 + 16$ موجب دائماً، فالشرط يقع على البسط وحده.

الحل:

١. نفصل الجذر:

$$\sqrt{\frac{x-4}{x^2+16}} = \frac{\sqrt{x-4}}{\sqrt{x^2+16}}$$

٢. المقام موجب دائماً فمجاله R

٣. شرط البسط:

$$x - 4 \geq 0 \;\Rightarrow\; x \geq 4$$

٤. مجال الدالة هو التقاطع:

$$R \cap [4, \infty) = [4, \infty)$$

س179 مجال الدالة الجذرية الكسرية

السؤال: مجال الدالة $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x+9}}$ هو

الخيارات:

أ) $[-4, \infty)$

ب) $(-9, -4)$

ج) $(-9, \infty)$

د) $(-4, \infty)$

الإجابة: (أ) $[-4, \infty)$

التلميح: شرط البسط "أكبر من أو يساوي"، وشرط المقام "أكبر من" فقط لأنه لا يقبل الصفر.

الحل:

١. شرط البسط:

$$x + 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4$$

٢. شرط المقام:

$$x + 9 > 0 \Rightarrow x > -9$$

٣. التقاطع:

$$[-4, \infty) \cap (-9, \infty) = [-4, \infty)$$

س180 الدوال الأحادية (اختبار الخط الأفقي)

السؤال: أي مما يلي يمثل دالة أحادية؟ (تُعرض أربعة تمثيلات بيانية)

الخيارات:

أ) منحنى يقطعه الخط الأفقي في أكثر من نقطة

ب) منحنى يقطعه الخط الرأسي في أكثر من نقطة

ج) منحنى يقطعه الخط الأفقي في نقطة واحدة فقط

د) منحنى يقطعه الخط الأفقي في ثلاث نقاط على الأقل

الإجابة: (ج) منحنى يقطعه الخط الأفقي في نقطة واحدة فقط

التلميح: اختبار الخط الرأسي يفصل الدالة عن غير الدالة، واختبار الخط الأفقي يفصل الأحادية عن غيرها.

الحل:

١. تكون العلاقة دالة إذا لم يقطعها الخط الرأسي في أكثر من نقطة، فالخيار (ب) ليس دالة أصلاً

٢. تكون الدالة أحادية إذا ناظر كل عنصر في المدى عنصراً واحداً فقط في المجال

٣. الخياران (أ) و (د) دالتان لكن غير أحاديتين لأن الخط الأفقي يقطعهما في أكثر من نقطة

٤. الخيار (ج) يقطعه الخط الأفقي في نقطة واحدة فقط، إذن هو الأحادي

س181 العمليات على المجموعات

السؤال: إذا كانت $A = \{a, d, e, f\}$ و $B = \{b, c, e\}$ و $C = \{a, f, j\}$، فإن $(B \cup C) \cap A$ يساوي

الخيارات:

أ) $\{a, e, f\}$

ب) $\{a, c, e, f\}$

ج) $\{b, e, c\}$

د) $\{a, j, f\}$

الإجابة: (أ) $\{a, e, f\}$

التلميح: نفّذ ما داخل القوس أولاً (الاتحاد) ثم خذ التقاطع مع A

الحل:

١. الاتحاد أولاً:

$$B \cup C = \{a, b, c, e, f, j\}$$

٢. التقاطع مع A:

$$\{a, b, c, e, f, j\} \cap \{a, d, e, f\} = \{a, e, f\}$$

س182 تبسيط العبارات النسبية

السؤال: ناتج تبسيط $\dfrac{x-y}{xy}$ يساوي

الخيارات:

أ) $\dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{x}$

ب) $-\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}$

ج) 1

د) xy

الإجابة: (أ) $\dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{x}$

التلميح: البسط يتوزع على المقام (والعكس غير صحيح)، ففكّك الكسر إلى حدّين واختصر.

الحل:

١. نوزّع البسط على المقام:

$$\frac{x-y}{xy}=\frac{x}{xy}-\frac{y}{xy}$$

٢. بالاختصار:

$$=\frac{1}{y}-\frac{1}{x}$$

س183 العمليات على الدوال والتحليل

السؤال: إذا كانت $f(x)=x^2-1$ و $g(x)=x+2$ و $h(x)=x^2+x-2$، فأوجد $\dfrac{f\cdot g}{h}$

الخيارات:

أ) $x+2$

ب) $x-2$

ج) $x+1$

د) $x-1$

الإجابة: (ج) $x+1$

التلميح: حلّل f كفرق بين مربعين وحلّل h إلى عاملين، ثم اختصر.

الحل:

١. نكتب البسط والمقام بالتحليل:

$$\frac{(x^2-1)(x+2)}{x^2+x-2}=\frac{(x-1)(x+1)(x+2)}{(x-1)(x+2)}$$

٢. بالاختصار:

$$=x+1$$

س184 النمذجة بالمعادلات

السؤال: إذا كان مع هند 3 أمثال ما مع سعاد، وكان مع هند 250 ريالاً، وصرفت 50 ريالاً، واشترت بنصف الباقي هدية لأمها، فما معادلة التمثيل المناسب؟

الخيارات:

أ) $y=3x+100$

ب) $2y=\dfrac{3}{2}x+100$

ج) $y=3x+200$

د) $2y=3x+200$

الإجابة: (د) $2y=3x+200$

التلميح: ترجم كل عبارة إلى رمز بالترتيب، وعبّر عن "نصف الباقي" بقسمة المقدار كله على 2
الحل:
١. "هند 3 أمثال ما مع سعاد" تعني:

$$y = 3x$$

٢. معها 250 وصرفت 50:

$$y = 3x + 250 - 50 = 3x + 200$$

٣. نصف الباقي:

$$y = \frac{3x + 200}{2} \;\Rightarrow\; 2y = 3x + 200$$

س185 النمذجة بالمعادلات

السؤال: "اشترى محمد ثلاثة كتب لها نفس السعر وأعطى البائع مبلغ 50 ريالاً، فأعاد له البائع 11 ريالاً. ما سعر الكتاب؟" المعادلة التي تمثل هذه المسألة هي
الخيارات:
أ) $3x + 11 = 50$
ب) $3x - 11 = 50$
ج) $3(x + 11) = 50$
د) $3(x - 11) = 50$
الإجابة: (أ) $3x + 11 = 50$
التلميح: المبلغ المُعاد يُضاف إلى ثمن الكتب ليساوي المبلغ المدفوع.
الحل:
١. نفرض x سعر الكتاب الواحد، فثمن الكتب $3x$
٢. إعادة مبلغ 11 للمشتري تعني إضافته:

$$3x + 11 = 50$$

س186 أنظمة المعادلات الخطية

السؤال: 16 ورقة نقدية من فئة 5 ريالات و 10 ريالات، إذا كانت قيمتها 110 ريالاً، فكم ورقة نقدية من فئة 5 ريالات؟
الخيارات:
أ) 11
ب) 10
ج) 8
د) 5
الإجابة: (ب) 10
التلميح: كوّن معادلتين: واحدة لعدد الأوراق وأخرى لقيمتها، ثم حلّهما بالحذف.
الحل:
١. نفرض x عدد أوراق فئة 5 و y عدد أوراق فئة 10:

$$x + y = 16$$

$$5x + 10y = 110$$

٢. بضرب الأولى في 10 وطرحها:

$$10x + 10y = 160$$

٣. بالطرح:

$$5x = 50 \;\Rightarrow\; x = 10$$

س187 محدد المصفوفة — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: لتكن A مصفوفة من الدرجة 2×2 عناصرها الأعداد الأولية الأربعة الأولى، ما أكبر قيمة ممكنة للمحدد $|A|$؟

الخيارات:

أ) 35

ب) 29

ج) 13

د) 11

الإجابة: (ب) 29

التلميح: المحدد = حاصل ضرب القطر الرئيسي − حاصل ضرب القطر الآخر، فضع الأكبر في القطر الرئيسي.

الحل:

١. الأعداد الأولية الأربعة الأولى:

$$2,\ 3,\ 5,\ 7$$

٢. لأكبر محدد نضع الأكبر في القطر الرئيسي والأصغر في القطر الآخر:

$$\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 7 \times 5 - 3 \times 2$$

٣. إذن:

$$= 35 - 6 = 29$$

س188 مجال قسمة الدوال — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \dfrac{1}{x}$، فإن مجال $\left(\dfrac{f}{g}\right)(x)$ هو

الخيارات:

أ) R

ب) $R - \{0\}$

ج) $R - \{\pi\}$

د) $R - \left\{\dfrac{\pi}{2}\right\}$

الإجابة: (ب) $R - \{0\}$

التلميح: مجال خارج القسمة هو المجال المشترك للدالتين مع استبعاد أصفار g

الحل:

١. مجال $f(x) = \sin x$ هو R

٢. مجال $g(x) = \dfrac{1}{x}$ هو $R - \{0\}$

٣. المجال المشترك:

$$R \cap (R - \{0\}) = R - \{0\}$$

س189 متباينات القيمة المطلقة — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مجموعة حل المتباينة $|3x - 2| \le \dfrac{1}{2}$

الخيارات:

أ) $\left[\dfrac{-1}{2}, \dfrac{1}{2}\right]$

ب) $\left[\dfrac{3}{2}, \dfrac{5}{2}\right]$

ج) $\left[\dfrac{1}{2}, \dfrac{5}{6}\right]$

د) $\left[\frac{-1}{2}, \frac{-3}{2}\right]$

الإجابة: (ج) $\left[\frac{1}{2}, \frac{5}{6}\right]$

التلميح: $|u| \le a$ تكافئ $-a \le u \le a$، ثم اضرب أطراف المتباينة في 2 للتخلص من الكسر.

الحل:

١. نفك القيمة المطلقة:

$$-\frac{1}{2} \le 3x - 2 \le \frac{1}{2}$$

٢. بالضرب في 2:

$$-1 \le 6x - 4 \le 1$$

٣. بإضافة 4:

$$3 \le 6x \le 5$$

٤. بالقسمة على 6:

$$\frac{1}{2} \le x \le \frac{5}{6}$$

س190 المتباينات التربيعية والمربع الكامل

السؤال: مجموعة حل المتباينة $x^2 - 2x + 1 \le 0$

الخيارات:

أ) $\{1\}$

ب) R

ج) $R - \{1\}$

د) $R - \{0\}$

الإجابة: (أ) $\{1\}$

التلميح: الطرف الأيسر مربع كامل، والمربع لا يكون سالباً أبداً، فمتى يتحقق التساوي؟

الحل:

١. نكتب المقدار كمربع كامل:

$$(x-1)^2 \le 0$$

٢. المربع لا يكون أقل من الصفر، فيبقى احتمال التساوي فقط:

$$(x-1)^2 = 0 \;\Rightarrow\; x = 1$$

٣. إذن مجموعة الحل:

$$\{1\}$$

س191 مجال الدالة النسبية المثلثية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مجال الدالة $f(x) = \dfrac{1}{\sin^2 x + 1}$ هو

الخيارات:

أ) R

ب) $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

ج) $(-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$

د) $\left(-\infty, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \infty\right)$

الإجابة: (أ) R

التلميح: $\sin^2 x \ge 0$ دائماً، فهل يمكن أن يصبح المقام صفراً؟

الحل:

١. مجال $\sin x$ هو R

٢. مجال الدالة الكسرية هو R ما عدا أصفار المقام

٣. بما أن $\sin^2 x \geq 0$ فإن:

$$\sin^2 x + 1 \geq 1 > 0$$

٤. إذن المقام لا يساوي صفراً أبداً، ومجال الدالة R

س192 نظرية العامل في كثيرات الحدود

السؤال: إذا كان $x - 1$ قاسماً لكثيرة الحدود $f(x) = x^5 - nx^3 - nx + 1$، فإن قيمة n تساوي

الخيارات:

أ) -2

ب) -1

ج) 1

د) 2

الإجابة: (ج) 1

التلميح: إذا كان $x - 1$ قاسماً فإن $f(1) = 0$؛ عوّض وحلّ.

الحل:

١. بما أن $x - 1$ قاسم فإن $x = 1$ جذر:

$$1^5 - n(1)^3 - n(1) + 1 = 0$$

٢. بالتبسيط:

$$1 - 2n + 1 = 0 \;\Rightarrow\; -2n + 2 = 0$$

٣. إذن:

$$n = 1$$

س193 خواص اللوغاريتمات — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $\log_{x^2} 3 = 4$ فإن $\log_x 3^2$ يساوي

الخيارات:

أ) 4

ب) 9

ج) 8

د) 16

الإجابة: (د) 16

التلميح: حوّل اللوغاريتم إلى صورة أسية أولاً لتجد العلاقة بين x و 3

الحل:

١. بتحويل اللوغاريتم إلى صورة أسية:

$$(x^2)^4 = 3 \;\Rightarrow\; x^8 = 3$$

٢. بتربيع الطرفين:

$$x^{16} = 3^2$$

٣. إذن:

$$\log_x 3^2 = \log_x x^{16} = 16 \log_x x = 16$$

س194 طرح المصفوفات — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أوجد قيمة a إذا كان

$$\begin{bmatrix} a & 2 \\ 4 & b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2a & 1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

الخيارات:

أ) -2

ب) -1

ج) 1

د) 2

الإجابة: (د) 2

التلميح: تساوي المصفوفتين يعني تساوي كل عنصرين متناظرين؛ يكفي العنصر الأول.

الحل:

١. من العنصر في الصف الأول والعمود الأول:

$$a - 2a = -2$$

٢. بالتبسيط:

$$-a = -2 \;\Rightarrow\; a = 2$$

س195 مدى الدالة الجذرية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مدى الدالة $f(x) = \sqrt{x - 2}$

الخيارات:

أ) $[0, \infty)$

ب) R

ج) $[2, \infty)$

د) $[0, 2]$

الإجابة: (أ) $[0, \infty)$

التلميح: الطرح داخل الجذر ينقل المنحنى أفقياً ولا يغيّر المدى؛ والجذر التربيعي لا يعطي قيمة سالبة.

الحل:

١. دالة الجذر التربيعي الأصل مداها $[0, \infty)$

٢. الانسحاب وحدتين إلى اليمين يغيّر المجال ولا يغيّر المدى

٣. إذن المدى:

$$[0, \infty)$$

س196 مجال الدالة الجذرية

السؤال: مجال الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

الخيارات:

أ) $R - \{1\}$

ب) R

ج) $(-1, 1)$

د) $R - \{0\}$

الإجابة: (ب) R

التلميح: ما تحت الجذر هو $x^2 + 1$، فهل يمكن أن يصبح سالباً لأي قيمة حقيقية؟

الحل:

١. شرط الجذر التربيعي:

$$x^2 + 1 \geq 0$$

٢. وبما أن $x^2 \geq 0$ دائماً فالشرط متحقق لكل عدد حقيقي
٣. إذن المجال R

س197 المتباينات الخطية

السؤال: حل المتباينة $\frac{3-x}{5} \geq 0$
الخيارات:
أ) $(-\infty, 3]$
ب) $[-3, 3]$
ج) $(0, 3]$
د) $[-3, 0]$
الإجابة: (أ) $(-\infty, 3]$
التلميح: المقام عدد موجب ثابت، فيكفي أن يكون البسط غير سالب.
الحل:
١. بضرب الطرفين في 5:

$$3 - x \geq 0$$

٢. إذن:

$$3 \geq x \;\Rightarrow\; x \leq 3$$

٣. مجموعة الحل:

$$(-\infty, 3]$$

س198 الدالة العكسية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $f(x) = \frac{1}{x} + 1$، فإن الدالة العكسية تساوي
الخيارات:
أ) $\frac{x}{x-1}$
ب) $\frac{1}{x-1}$
ج) $\frac{-x}{x+1}$
د) $\frac{-1}{x+1}$
الإجابة: (ب) $\frac{1}{x-1}$
التلميح: خطوات إيجاد العكسية: ضع y مكان $f(x)$، ثم بدّل موقعي x و y، ثم حلّ بالنسبة لـ y
الحل:
١. نضع y مكان $f(x)$ ثم نبدّل المتغيرين:

$$x = \frac{1}{y} + 1$$

٢. نعزل الكسر:

$$x - 1 = \frac{1}{y}$$

٣. بالضرب التبادلي:

$$y(x-1) = 1 \;\Rightarrow\; y = \frac{1}{x-1}$$

٤. إذن:

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{x-1}$$

س199 قسمة الدوال

السؤال: إذا كانت $f(x) = 2x$ و $g(x) = \frac{1}{x}$، فإن $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ يساوي

الخيارات:

أ) $2x$

ب) $2x^2$

ج) 2

د) $-2x^2$

الإجابة: (ب) $2x^2$

التلميح: القسمة على $\frac{1}{x}$ تعني الضرب في x

الحل:

١. نكتب القسمة:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{2x}{\frac{1}{x}}$$

٢. نضرب في المقلوب:

$$= 2x \times x = 2x^2$$

س200 محدد المصفوفة المعكوسة — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان محدد المصفوفة A هو λ، فإن محدد المصفوفة $\left(A^{-1}\right)^2$ يساوي

الخيارات:

أ) λ

ب) $\frac{1}{\lambda}$

ج) $\frac{1}{\lambda^2}$

د) λ^2

الإجابة: (ج) $\frac{1}{\lambda^2}$

التلميح: محدد المعكوس هو مقلوب المحدد، ومحدد القوة هو المحدد مرفوعاً للقوة نفسها.

الحل:

١. محدد المعكوس:

$$\left|A^{-1}\right| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{\lambda}$$

٢. برفع القوة:

$$\left|\left(A^{-1}\right)^2\right| = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 = \frac{1}{\lambda^2}$$

س201 خواص المحددات (ضرب صف في ثابت) — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ e & f & j \\ h & i & k \end{vmatrix} = -6$$

فإن

$$\begin{vmatrix} 3a & 3b & 3c \\ -e & -f & -j \\ 4h & 4i & 4k \end{vmatrix}$$

تساوي

الخيارات:

أ) -72

ب) 72

ج) 13

د) -13

الإجابة: (ب) 72

التلميح: ضرب أي صف في ثابت يضرب المحدد كله في ذلك الثابت، اضرب الثوابت الثلاثة معاً.

الحل:

١. الصف الأول مضروب في 3، والثاني في -1، والثالث في 4:

$$(3)(-1)(4) = -12$$

٢. نضرب في المحدد الأصلي:

$$-12 \times (-6) = 72$$

س202 تحليل كثيرات الحدود والفرق بين مربعين

السؤال: أوجد ناتج $(x-3)(x-3)(x+3)$

الخيارات:

أ) $(x^2-9)(x+3)$

ب) $(x^2+9)(x-3)$

ج) $(x^2-9)(x-3)$

د) $(x^2+9)(x+3)$

الإجابة: (ج) $(x^2-9)(x-3)$

التلميح: اضرب القوسين المختلفين معاً أولاً ليظهر الفرق بين مربعين، ويبقى القوس المتبقي.

الحل:

١. نضرب $(x-3)(x+3)$ فرق بين مربعين:

$$(x-3)(x+3) = x^2 - 9$$

٢. يبقى القوس الثالث:

$$(x^2-9)(x-3)$$

س203 الدوال الفردية والتعويض

السؤال: إذا كان $f(t) = mt^3 + nt - 7$ و $f(5) = 3$، فإن $f(-5)$ يساوي

الخيارات:

أ) 17

ب) -17

ج) 10

د) -10

الإجابة: (ب) -17

التلميح: الحدّان الأولان فرديّان فتنعكس إشارتهما عند التعويض بـ -5؛ اجمع المعادلتين للتخلص منهما.

الحل:

٠١ بالتعويض:

$$f(5) = 125m + 5n - 7 = 3$$

$$f(-5) = -125m - 5n - 7$$

٠٢ بجمع المعادلتين:

$$f(5) + f(-5) = -14$$

٠٣ إذن:

$$3 + f(-5) = -14 \;\Rightarrow\; f(-5) = -17$$

س204 تكوين المعادلة التربيعية من جذريها

السؤال: المجموعة $\left\{\frac{2}{3}, \frac{-3}{4}\right\}$ تمثل حلولاً للمعادلة

الخيارات:

أ) $12x^2 - x + 6$

ب) $12x^2 + x - 6$

ج) $12x^2 - 17x + 6$

د) $12x^2 + 17x - 6$

الإجابة: (ب) $12x^2 + x - 6$

التلميح: استخدم

$$x^2 - (\text{مجموع الجذرين})x + (\text{حاصل ضربهما})$$

ثم اضرب في مقام موحّد.

الحل:

٠١ نطبق القاعدة:

$$x^2 - (m+n)x + mn$$

٠٢ نحسب المجموع وحاصل الضرب:

$$m + n = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{8-9}{12} = -\frac{1}{12}, \qquad mn = -\frac{6}{12}$$

٠٣ بالتعويض:

$$x^2 + \frac{1}{12}x - \frac{6}{12}$$

٠٤ بالضرب في 12:

$$12x^2 + x - 6$$

س205 المميز والجذر الوحيد

السؤال: إذا كانت $2t^2 - mt + t = -8$ لها جذر وحيد، ما قيمة m؟

الخيارات:

أ) $9,\ -7$

ب) 9

ج) -7

د) $9,\ 7$

الإجابة: (أ) $9,\ -7$

التلميح: رتّب المعادلة أولاً في الصورة القياسية، ثم اجعل المميز $b^2 - 4ac$ يساوي صفراً.

الحل:

١. نرتّب المعادلة:

$$2t^2 - (m-1)t + 8 = 0$$

٢. شرط الجذر الوحيد أن المميز يساوي صفراً:

$$(m-1)^2 - 4(2)(8) = 0$$

٣. بالتبسيط:

$$m^2 - 2m + 1 - 64 = 0 \;\Rightarrow\; m^2 - 2m - 63 = 0$$

٤. بالتحليل:

$$(m-9)(m+7) = 0 \;\Rightarrow\; m = 9 \text{ أو } m = -7$$

س206 أنظمة المعادلات الخطية — طريقة الحذف

السؤال: في نظام المعادلات $2x + 3y = 8$ و $-x + 4y = 18$، قيمة x تساوي

الخيارات:

أ) 2

ب) -2

ج) 4

د) -4

الإجابة: (ب) -2

التلميح: اضرب المعادلة الثانية في 2 لتصبح معاملات x متعاكسة ثم اجمع.

الحل:

١. بضرب المعادلة الثانية في 2:

$$-2x + 8y = 36$$

٢. بجمعها مع الأولى:

$$11y = 44 \;\Rightarrow\; y = 4$$

٣. بالتعويض في الأولى:

$$2x + 12 = 8 \;\Rightarrow\; 2x = -4 \;\Rightarrow\; x = -2$$

س207 معكوس المصفوفة — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: معكوس المصفوفة $\begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & b \end{bmatrix}$

الخيارات:

أ) $\begin{bmatrix} \frac{1}{a} & \frac{-1}{ab} \\ 0 & \frac{1}{b} \end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix} \frac{-1}{a} & \frac{1}{ab} \\ 1 & \frac{1}{b} \end{bmatrix}$

ج) $\begin{bmatrix} \frac{1}{b} & \frac{-1}{a} \\ 0 & \frac{1}{b} \end{bmatrix}$

د) $\begin{bmatrix} \frac{1}{a} & \frac{-1}{ab} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

الإجابة: (أ) $\begin{bmatrix} \frac{1}{a} & \frac{-1}{ab} \\ 0 & \frac{1}{b} \end{bmatrix}$

التلميح: المعكوس $= \frac{1}{|A|} \times$ (تبديل عنصري القطر الرئيسي مع تغيير إشارتي القطر الآخر).

الحل:

١. نوجد المحدد:

$$\begin{vmatrix} a & 1 \\ 0 & b \end{vmatrix} = ab - 0 = ab$$

٢. نبدّل عناصر القطر الرئيسي ونغيّر إشارات القطر الآخر:

$$\begin{bmatrix} b & -1 \\ 0 & a \end{bmatrix}$$

٣. نضرب في مقلوب المحدد:

$$\frac{1}{ab}\begin{bmatrix} b & -1 \\ 0 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a} & \frac{-1}{ab} \\ 0 & \frac{1}{b} \end{bmatrix}$$

س208 الفرق بين المجموعات

السؤال: إذا كان $B - A = B$ فإن

الخيارات:

أ) $A = B$

ب) $B \subset A$

ج) $A \subset B$

د) $A \cap B = \varnothing$

الإجابة: (د) $A \cap B = \varnothing$

التلميح: طرح A من B لم يحذف شيئاً، فماذا يعني ذلك عن العناصر المشتركة؟

الحل:

١. نفرض مثالاً:

$$A = \{1, 2\}, \qquad B = \{3, 4\}$$

٢. نلاحظ أن:

$$B - A = \{3, 4\} = B$$

٣. وفي الوقت نفسه:

$$A \cap B = \varnothing$$

٤. أي أن عدم تغيّر B بالطرح يعني انعدام العناصر المشتركة

س209 تركيب الدوال — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $f(x) = x^2 + 1$ و $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$، فأوجد $f \circ g$

الخيارات:

أ) x^2

ب) $x\sqrt{x^2 + 1}$

ج) $x\sqrt{x^2 + 2}$

د) $x^2 + 1$

الإجابة: (أ) x^2

التلميح: تربيع الجذر يلغيه، فانتبه للاختصار بين -1 و $+1$

الحل:

١. نطبق التعريف:

$$f \circ g = f\left(\sqrt{x^2-1}\right) = \left(\sqrt{x^2-1}\right)^2 + 1$$

٢. بالتبسيط:

$$= x^2 - 1 + 1 = x^2$$

س210 الدالة العكسية – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: الدالة العكسية للدالة $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$

الخيارات:

أ) $x+1$

ب) $\dfrac{1}{x-1}$

ج) $\dfrac{1-x}{x}$

د) $\dfrac{x-1}{x}$

الإجابة: (ج) $\dfrac{1-x}{x}$

التلميح: بدّل المتغيرين ثم اضرب طرفين في وسطين واعزل y

الحل:

١. نبدّل أماكن المتغيرين:

$$x = \frac{1}{y+1}$$

٢. بالضرب التبادلي:

$$x(y+1) = 1 \;\Rightarrow\; yx + x = 1$$

٣. نعزل y:

$$yx = 1 - x \;\Rightarrow\; y = \frac{1-x}{x}$$

س211 حل المعادلة التربيعية بالقانون العام

السؤال: مجموعة حل المعادلة $3x^2 - 13x + 12 = 0$

الخيارات:

أ) $\left\{3, \dfrac{4}{3}\right\}$

ب) $\left\{2, \dfrac{4}{3}\right\}$

ج) $\left\{-3, -\dfrac{4}{3}\right\}$

د) $\left\{3, \dfrac{2}{3}\right\}$

الإجابة: (أ) $\left\{3, \dfrac{4}{3}\right\}$

التلميح: المميز $= 169 - 144 = 25$ وهو مربع كامل، فاستخدم القانون العام أو التحليل.

الحل:

١. نطبق القانون العام:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{13 \pm \sqrt{169-144}}{6}$$

٢. نبسّط الجذر:

$$x = \frac{13 \pm 5}{6}$$

٣. الجذران:

$$x = \frac{18}{6} = 3 \quad \text{أو} \quad x = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

س212 مجال الدالة الجذرية في المقام

السؤال: مجال الدالة $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

الخيارات:

أ) R

ب) R^+

ج) $R - \{0\}$

د) $R - \{1\}$

الإجابة: (ب) R^+

التلميح: شرطان معاً: ما تحت الجذر غير سالب، والمقام لا يساوي صفراً — فيبقى الموجب فقط.

الحل:

١. شرط الجذر التربيعي:

$$x \geq 0$$

٢. وبما أن الجذر في المقام فلا يجوز أن يساوي صفراً:

$$x \neq 0$$

٣. بدمج الشرطين:

$$x > 0 \;\Rightarrow\; R^+$$

س213 متباينات القيمة المطلقة المركّبة — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مجموعة حل $1 < |x - 3| \leq 2$

الخيارات:

أ) $(1, 2] \cup [4, 5)$

ب) $[1, 2) \cup (4, 5]$

ج) $[1, 5]$

د) $(1, 2]$

الإجابة: (ب) $[1, 2) \cup (4, 5]$

التلميح: المقدار $x - 3$ يقع في فترتين متماثلتين حول الصفر: واحدة سالبة وأخرى موجبة، ثم أضف 3 لكل الحدود.

الحل:

١. نكتب الفترتين للمقدار داخل القيمة المطلقة:

$$x - 3 \in [-2, -1) \cup (1, 2]$$

٢. بإضافة 3 لكل الحدود:

$$x \in [-2 + 3, -1 + 3) \cup (1 + 3, 2 + 3]$$

٣. إذن:

$$x \in [1, 2) \cup (4, 5]$$

س214 **معادلات القيمة المطلقة** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مجموعة حل المعادلة $|2x-1|=5$ في R هي

الخيارات:

أ) $\{3,-2\}$

ب) $\{-3,2\}$

ج) $R-\{3,-2\}$

د) $R-\{-3,2\}$

الإجابة: (أ) $\{3,-2\}$

التلميح: لمعادلة القيمة المطلقة حالتان: ما بالداخل يساوي 5 أو يساوي -5

الحل:

١. الحالة الأولى:

$$2x-1=5 \Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=3$$

٢. الحالة الثانية:

$$2x-1=-5 \Rightarrow 2x=-4 \Rightarrow x=-2$$

٣. إذن مجموعة الحل:

$$\{3,-2\}$$

س215 **المعادلات الجذرية المستحيلة**

السؤال: ما مجموعة حل المعادلة $\sqrt{3x+7}+4=0$؟

الخيارات:

أ) $\varnothing$

ب) $\{3\}$

ج) $\{-3\}$

د) $\{9\}$

الإجابة: (أ) $\varnothing$

التلميح: اعزل الجذر أولاً وانظر إلى إشارة الطرف الآخر؛ الجذر التربيعي لا يعطي قيمة سالبة.

الحل:

١. نعزل الجذر:

$$\sqrt{3x+7}=-4$$

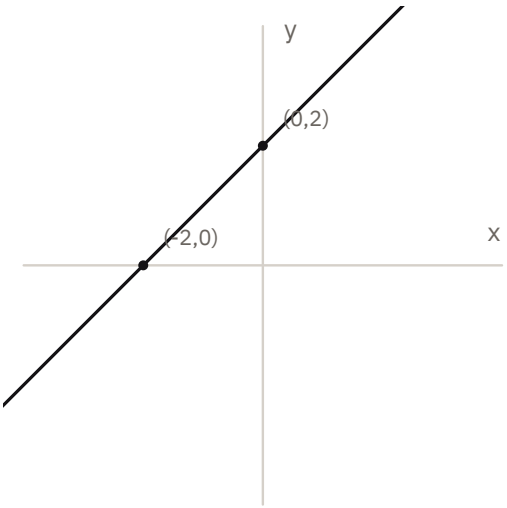
٢. الجذر التربيعي لا يمكن أن يساوي عدداً سالباً

٣. إذن مجموعة الحل:

$$\varnothing$$

س216 **التمثيل البياني للمتباينات الخطية**

السؤال: أي من المتباينات الآتية يمثلها الجزء المظلل من المستوى الموضح بالشكل؟ (الخط يقطع محور y عند 2 ومحور x عند -2، والتظليل أعلى الخط)



الخيارات:

أ) $y \le x - 2$

ب) $y \le x + 2$

ج) $y \ge x - 2$

د) $y \ge x + 2$

الإجابة: (د) $y \ge x + 2$

التلميح: جرّب نقطة معلومة من المنطقة المظللة، وأسهلها ما يقع على محور y عند $x = 0$

الحل:

١. نعوّض $x = 0$ فنجد من الشكل أن التظليل يبدأ من $y \ge 2$

٢. نختبر الخيارات عند $x = 0$:

$$y \ge 0 + 2 \;\Rightarrow\; y \ge 2$$

٣. وهذا يتحقق في الفقرة (د)

س217 أنظمة المعادلات الخطية — الحذف

السؤال: قيمة x في حل النظام $x + 2y = 13$ و $2x + y = 11$

الخيارات:

أ) 1

ب) 3

ج) -1

د) 5

الإجابة: (ب) 3

التلميح: اضرب المعادلة الثانية في -2 ليصبح معامل y متعاكساً مع الأولى.

الحل:

١. بضرب المعادلة الثانية في -2:

$$-4x - 2y = -22$$

٢. بجمعها مع الأولى:

$$-3x = -9$$

٣. إذن:

$$x = 3$$

س218 الكسور المركّبة

السؤال: المقدار $\dfrac{\frac{1}{x}-y}{\frac{1}{y}-x}$ يساوي

الخيارات:

أ) $\dfrac{x}{y}$

ب) $\dfrac{y}{x}$

ج) $-\dfrac{x}{y}$

د) -1

الإجابة: (ب) $\dfrac{y}{x}$

التلميح: وحّد مقام البسط ومقام المقام، ثم حوّل القسمة إلى ضرب في المقلوب.

الحل:

١. نوحّد المقامات في البسط والمقام:

$$\frac{\frac{1-xy}{x}}{\frac{1-xy}{y}}$$

٢. نحوّل القسمة إلى ضرب في المقلوب:

$$= \frac{1-xy}{x} \times \frac{y}{1-xy}$$

٣. بالاختصار:

$$= \frac{y}{x}$$

س219 مجال الدالة اللوغاريتمية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مجال الدالة $f(x)=\log(x^2-4)$ هو

الخيارات:

أ) $\varnothing$

ب) $R-[-2,2]$

ج) $(-2,2)$

د) $[-2,2]$

الإجابة: (ب) $R-[-2,2]$

التلميح: شرط اللوغاريتم أن يكون ما بداخله موجباً تماماً، فحلّ المتباينة $x^2-4>0$

الحل:

١. شرط اللوغاريتم:

$$x^2-4>0$$

٢. بحل المتباينة:

$$|x|>2 \;\Rightarrow\; x>2 \text{ أو } x<-2$$

٣. إذن المجال:

$$(2,\infty)\cup(-\infty,-2)=R-[-2,2]$$

س220 المعادلات اللوغاريتمية – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $\log_3(4x+1)-\log_3(x+1)=1$ فإن قيمة x تساوي

الخيارات:

أ) $\frac{1}{2}$

ب) $-\frac{1}{2}$

ج) 1

د) 2

الإجابة: (د) 2

التلميح: فرق اللوغاريتمين يساوي لوغاريتم القسمة، ثم حوّل إلى الصورة الأسية.

الحل:

١. نحوّل الطرح إلى قسمة:

$$\log_3 \frac{4x+1}{x+1}=1$$

٢. نحوّل إلى الصورة الأسية:

$$\frac{4x+1}{x+1}=3^1 \;\Rightarrow\; 4x+1=3(x+1)$$

٣. بالتبسيط:

$$4x+1=3x+3 \;\Rightarrow\; x=2$$

س221 مدى الدالة النسبية

السؤال: مدى الدالة $f(x)=\frac{x-1}{x+3}$

الخيارات:

أ) $R-\{-3\}$

ب) $R-\{1\}$

ج) $(-3,\infty)$

د) $(-\infty,1)$

الإجابة: (ب) $R-\{1\}$

التلميح: المدى يستثني خارج قسمة معاملي x في البسط والمقام، لا أصفار المقام (تلك للمجال).

الحل:

١. درجة البسط ودرجة المقام من الدرجة الأولى

٢. المدى $=R$ ما عدا:

$$\frac{1}{1}=1$$

٣. إذن المدى:

$$R-\{1\}$$

س222 تمييز الدوال من العلاقات

السؤال: أي من العلاقات الآتية تمثل y دالة في x؟

الخيارات:

أ) $x^2=5y^2$

ب) $y-3x^2=6$

ج) $2y^3+3x^2=8$

د) $\frac{x}{y}=y-6$

الإجابة: (ب) $y - 3x^2 = 6$
التلميح: ركّز على درجة y: إذا كانت زوجية فقد ينتج لكل x قيمتان لـ y
الحل:
١. إذا كانت y من الدرجة الثانية (أو الزوجية) فالعلاقة ليست دالة لأن لكل x قيمتين
٢. في الخيار (أ) y من الدرجة الثانية، وفي (د) تظهر y من الدرجة الثانية بعد الضرب التبادلي
٣. في الخيار (ب) درجة y هي الأولى، إذن تمثّل دالة

س223 مدى دوال القيمة المطلقة

السؤال: أي من الدوال الآتية مداها $(-\infty, 0]$؟
الخيارات:
أ) $f(x) = -|x| + 1$
ب) $f(x) = -|x - 1|$
ج) $f(x) = |x| - 1$
د) $f(x) = |-x|$
الإجابة: (ب) $f(x) = -|x - 1|$
التلميح: الإشارة السالبة أمام القيمة المطلقة تقلب المنحنى لأسفل، والإزاحة الأفقية لا تغيّر المدى.
الحل:
١. مدى كل خيار:

$$\text{(أ) } (-\infty, 1], \qquad \text{(ب) } (-\infty, 0]$$

$$\text{(ج) } [-1, \infty), \qquad \text{(د) } [0, \infty)$$

٢. الدالة $-|x - 1|$ قمتها عند الصفر وتنخفض عنه، إذن مداها $(-\infty, 0]$

س224 مجال الدالة النسبية

السؤال: مجال الدالة $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - x - 2}$
الخيارات:
أ) $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$
ب) $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$
ج) $(-\infty, -2) \cup (-2, 1) \cup (1, \infty)$
د) $(-\infty, -1) \cup (-1, 2) \cup (2, \infty)$
الإجابة: (د) $(-\infty, -1) \cup (-1, 2) \cup (2, \infty)$
التلميح: المجال هو R ما عدا أصفار المقام فقط، حلّل المقام ولا تنشغل بالبسط.
الحل:
١. نوجد أصفار المقام:

$$x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1) = 0$$

٢. إذن:

$$x = -1 \quad \text{أو} \quad x = 2$$

٣. المجال:

$$R - \{2, -1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 2) \cup (2, \infty)$$

س225 المعادلات اللوغاريتمية – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: ما العدد الصحيح x الذي يحقق $\log_x 729 = 2x$؟

الخيارات:

أ) 1

ب) 2

ج) 3

د) 4

الإجابة: (ج) 3

التلميح: حلّل 729 إلى عوامل أولية أولاً، ثم حوّل اللوغاريتم إلى صورة أسية.

الحل:

١. بالتحليل إلى عوامل أولية:

$$729 = 3^6$$

٢. نحوّل إلى الصورة الأسية:

$$\log_x 3^6 = 2x \;\Rightarrow\; x^{2x} = 3^6$$

٣. بمطابقة الأساس والأس:

$$x = 3, \qquad 2x = 6$$

س226 تحويلات دالة القيمة المطلقة – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أي الأشكال التالية هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = |x| + 2$؟

الخيارات:

أ) منحنى $|x|$ منسحب وحدتين إلى اليمين

ب) منحنى $|x|$ منسحب وحدتين إلى الأعلى (رأسه عند $(0, 2)$)

ج) منحنى $|x|$ منسحب وحدتين إلى اليسار

د) منحنى $|x|$ منسحب وحدتين إلى الأسفل

الإجابة: (ب) منحنى $|x|$ منسحب وحدتين إلى الأعلى (رأسه عند $(0, 2)$)

التلميح: إضافة عدد خارج القيمة المطلقة تُحدث انسحاباً رأسياً، وداخلها تُحدث انسحاباً أفقياً.

الحل:

١. الدالة الأصل $y = |x|$ رأسها عند نقطة الأصل

٢. إضافة 2 خارج القيمة المطلقة تعني انسحاباً للأعلى بمقدار وحدتين

٣. إذن الرأس عند $(0, 2)$ وهو ما يوافق الفقرة (ب)

س227 أصفار كثيرات الحدود

السؤال: ما هي أصفار كثيرة الحدود $x^4 - 2x^2 + 1$؟

الخيارات:

أ) ± 1

ب) ± 2

ج) $\pm 1, \pm i$

د) $\pm 2, \pm i$

الإجابة: (أ) ± 1

التلميح: المقدار مربع كامل في x^2؛ حلّله إلى $(x^2 - 1)^2$.

الحل:

١. بالتحليل:

$$x^4 - 2x^2 + 1 = (x^2 - 1)(x^2 - 1)$$

٠٢. نساوي بالصفر:

$$x^2 = 1$$

٠٣. إذن:

$$x = \pm 1$$

س228 مجال الدالة الجذرية

السؤال: مجال الدالة $f(x) = \sqrt{x-4}$ هو

الخيارات:

أ) $[4, \infty)$

ب) $[-4, 4]$

ج) $(-\infty, 4]$

د) $[-4, \infty)$

الإجابة: (أ) $[4, \infty)$

التلميح: ما تحت الجذر التربيعي يجب أن يكون أكبر من أو يساوي صفراً.

الحل:

٠١. شرط الجذر:

$$x - 4 \geq 0$$

٠٢. إذن:

$$x \geq 4 \;\Rightarrow\; [4, \infty)$$

س229 التعويض في دوال القيمة المطلقة ودالة أكبر عدد صحيح – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: في أي الدوال الآتية يكون $f\left(-\frac{1}{2}\right) \neq 0$؟

الخيارات:

أ) $f(x) = |2x| + 1$

ب) $f(x) = -|2x| + 1$

ج) $f(x) = \lfloor 2x \rfloor + 1$

د) $f(x) = \lfloor 2x + 1 \rfloor$

الإجابة: (أ) $f(x) = |2x| + 1$

التلميح: دالة أكبر عدد صحيح $\lfloor x \rfloor$ تعني أكبر عدد صحيح أصغر من أو يساوي x، مثل $\lfloor -\frac{1}{2} \rfloor = -1$

الحل:

٠١. نعوّض في الخيار (أ):

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left|2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)\right| + 1 = |-1| + 1$$

٠٢. إذن:

$$= 1 + 1 = 2 \neq 0$$

٠٣. أما بقية الخيارات فتعطي صفراً عند التعويض

س230 المعادلات اللوغاريتمية – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: قيمة x التي تحقق المعادلة $\log_2 x - \log_2(x+1) = -1$ هي

الخيارات:

أ) $\frac{1}{2}$

ب) 1
ج) 2
د) 3

الإجابة: (ب) 1

التلميح: حوّل الطرح إلى قسمة ثم إلى الصورة الأسية، وتذكّر أن $2^{-1} = \frac{1}{2}$

الحل:

١. نحوّل الطرح إلى قسمة:

$$\log_2 \frac{x}{x+1} = -1$$

٢. نحوّل إلى الصورة الأسية:

$$\frac{x}{x+1} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

٣. بالضرب التبادلي:

$$2x = x + 1 \;\Rightarrow\; x = 1$$

س231 **جذور كثيرات الحدود والتعويض**

السؤال: إذا كانت $f(x) = x^2 + 3x + k$ و $k \neq 0$ و $f(k) = 0$، فإن $f(1)$ تساوي

الخيارات:

أ) $k - 4$
ب) 4
ج) k
د) 0

الإجابة: (د) 0

التلميح: عوّض $x = k$ لإيجاد قيمة k، واستبعد الحل $k = 0$ لأن السؤال يمنعه.

الحل:

١. بالتعويض:

$$f(k) = k^2 + 3k + k = k^2 + 4k = 0$$

٢. بالتحليل:

$$k(k+4) = 0 \;\Rightarrow\; k = 0 \text{ مرفوض أو } k = -4$$

٣. إذن الدالة:

$$f(x) = x^2 + 3x - 4$$

٤. بالتعويض:

$$f(1) = 1 + 3 - 4 = 0$$

س232 **حل المعادلات الأسية باللوغاريتمات** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $5^x = 10$ فإن x تساوي

الخيارات:

أ) $\frac{\log 10}{\log 5}$
ب) $\frac{\log 5}{\log 10}$
ج) $\frac{-\log 10}{\log 5}$
د) $\log \frac{1}{2}$

الإجابة: (أ) $\dfrac{\log 10}{\log 5}$

التلميح: خذ اللوغاريتم للطرفين، ثم أنزل الأس أمام اللوغاريتم.

الحل:

١. بأخذ اللوغاريتم للطرفين:

$$\log 5^x = \log 10$$

٢. بإنزال الأس:

$$x \log 5 = \log 10$$

٣. إذن:

$$x = \frac{\log 10}{\log 5}$$

س233 طرح الأعداد المركبة والمرافق — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أوجد قيمة $\dfrac{2}{1+i} - \dfrac{3}{1-i}$

الخيارات:

أ) $\dfrac{-1}{2} + \dfrac{5}{2}i$

ب) $-\dfrac{1}{2} - \dfrac{5}{2}i$

ج) $\dfrac{1}{2} - \dfrac{5}{2}i$

د) $\dfrac{1}{2} + \dfrac{5}{2}i$

الإجابة: (ب) $-\dfrac{1}{2} - \dfrac{5}{2}i$

التلميح: اضرب كل كسر في مرافق مقامه، وتذكّر أن $1 - i^2 = 2$

الحل:

١. نضرب كل كسر في مرافق مقامه:

$$\frac{2(1-i)}{1-i^2} - \frac{3(1+i)}{1-i^2} = \frac{2-2i}{2} - \frac{3+3i}{2}$$

٢. بالطرح:

$$= \frac{2-2i-3-3i}{2} = \frac{-1-5i}{2}$$

٣. إذن:

$$= -\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$$

س234 متباينات القيمة المطلقة — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مجموعة حل المتباينة $|2x - 2| \leq 4$

الخيارات:

أ) $(-1, \infty)$

ب) $(-1, 3)$

ج) $(-\infty, 3)$

د) $[-1, 3]$

الإجابة: (د) $[-1, 3]$

التلميح: القيمة المطلقة أقل من أو تساوي عدداً تعني حصر المقدار بين سالب العدد وموجبه، مع بقاء علامة التساوي.

الحل:

١. نحصر المقدار:

$$-4 \le 2x - 2 \le 4$$

٢. بإضافة 2:

$$-2 \le 2x \le 6$$

٣. بالقسمة على 2:

$$-1 \le x \le 3 \;\Rightarrow\; [-1, 3]$$

س235 **قوى العدد التخيلي** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: المقدار $i^{50} + i^{51} + i^{53}$ يساوي

الخيارات:

أ) i

ب) $-i$

ج) -1

د) 0

الإجابة: (ج) -1

التلميح: اقسم كل أس على 4 وخذ الباقي: باقي $1 \to 0$، و $i \to 1$، و $-1 \to 2$، و $-i \to 3$

الحل:

١. نحسب كل حد بقسمة الأس على 4:

$$i^{50} = (i^2)^{25} = -1$$

$$i^{51} = i^{50} \cdot i = -i$$

$$i^{53} = i^{52} \cdot i = 1 \cdot i = i$$

٢. بالجمع:

$$-1 - i + i = -1$$

س236 **مجال الدالة المتشعبة**

السؤال: مجال الدالة

$$f(x) = \begin{cases} x + 7, & 1 < x \le 4 \\ 3x - 5, & 4 < x \le 8 \end{cases}$$

الخيارات:

أ) $(1, 4]$

ب) $(1, 8]$

ج) R

د) $[4, 8]$

الإجابة: (ب) $(1, 8]$

التلميح: مجال الدالة المتشعبة هو اتحاد فترات القطع لا تقاطعها.

الحل:

١. نأخذ اتحاد الفترتين:

$$(1, 4] \cup (4, 8]$$

٢. إذن المجال:

$$(1, 8]$$

س237 مجال الجذر ذي الدليل الفردي

السؤال: مجال الدالة $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$ هو

الخيارات:

أ) $(2, \infty)$

ب) R

ج) $(-\infty, 2)$

د) $R - \{2\}$

الإجابة: ب) R

التلميح: الجذر ذو الدليل الفردي معرّف للأعداد السالبة أيضاً، بخلاف الجذر التربيعي.

الحل:

١. دليل الجذر فردي، فلا شرط على ما تحته

٢. والجذر في البسط فلا شرط على المقام

٣. إذن المجال R

س238 المعادلات التربيعية مع اللوغاريتمات — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مجموعة حل المعادلة $4x^2 - 3x - \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln 2$

الخيارات:

أ) $\left\{0, \frac{3}{4}\right\}$

ب) $\left\{0, \frac{4}{3}\right\}$

ج) $\{1, 3\}$

د) $\left\{0, \frac{1}{2}\right\}$

الإجابة: أ) $\left\{0, \frac{3}{4}\right\}$

التلميح: $\ln \frac{1}{a} = -\ln a$، فسيختصر حدّا اللوغاريتم ويتبقى معادلة تربيعية بسيطة.

الحل:

١. نطبق خاصية اللوغاريتم:

$$\ln \frac{1}{2} = -\ln 2$$

٢. بالتعويض:

$$4x^2 - 3x + \ln 2 - \ln 2 = 0 \;\Rightarrow\; 4x^2 - 3x = 0$$

٣. بالتحليل:

$$x(4x - 3) = 0$$

٤. إذن:

$$x = 0 \quad \text{أو} \quad x = \frac{3}{4}$$

س239 قوانين الأسس على الكسور الجبرية

السؤال: أوجد ناتج $\left(\frac{-2a^5}{a^2b^2}\right)^3$

الخيارات:

أ) $\frac{-2a^9}{b^6}$

ب) $\dfrac{-8a^{15}}{b^6}$
ج) $\dfrac{-8a^9}{b^6}$
د) $\dfrac{8a^9}{b^6}$

الإجابة: (ج) $\dfrac{-8a^9}{b^6}$

التلميح: بسّط داخل القوس أولاً بطرح أسس a، ثم وزّع الأس 3 على المعامل والمتغيرات.

الحل:

١. نبسّط داخل القوس:

$$\frac{-2a^5}{a^2b^2} = \frac{-2a^3}{b^2}$$

٢. نوزّع الأس:

$$\left(\frac{-2a^3}{b^2}\right)^3 = \frac{(-2)^3a^{3\times3}}{b^{2\times3}}$$

٣. إذن:

$$= \frac{-8a^9}{b^6}$$

س240 متباينات القيمة المطلقة المستحيلة – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مجموعة حل المتباينة $|x| + 6 < 0$ هي

الخيارات:

أ) $\varnothing$
ب) R
ج) $(-6, 6)$
د) $R - (-6, 6)$

الإجابة: (أ) $\varnothing$

التلميح: اعزل القيمة المطلقة وانظر إلى إشارة الطرف الآخر.

الحل:

١. بعزل القيمة المطلقة:

$$|x| < -6$$

٢. القيمة المطلقة لا تكون سالبة أبداً

٣. إذن لا يوجد حل:

$$\varnothing$$

س241 المعادلات المثلثية – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مجموعة حل المعادلة $\sin^2 x - 1 = 0$ حيث $x \in [0, 2\pi]$ هي

الخيارات:

أ) $\left\{\dfrac{\pi}{2}\right\}$
ب) $\left\{\dfrac{3\pi}{2}\right\}$
ج) $\{0, \pi\}$
د) $\left\{\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3\pi}{2}\right\}$

الإجابة: (د) $\left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right\}$

التلميح: التربيع يجعل الحلّين $\sin x = 1$ و $\sin x = -1$ مقبولين معاً.

الحل:

١. نعزل:

$$\sin^2 x = 1 \;\Rightarrow\; \sin x = \pm 1$$

٢. عند $x = \frac{\pi}{2}$:

$$\sin \frac{\pi}{2} = 1 \;\Rightarrow\; \sin^2 \frac{\pi}{2} = 1$$

٣. وعند $x = \frac{3\pi}{2}$:

$$\sin \frac{3\pi}{2} = -1 \;\Rightarrow\; \sin^2 \frac{3\pi}{2} = 1$$

٤. إذن مجموعة الحل:

$$\left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right\}$$

س242 حل المعادلة التربيعية بالقانون العام

السؤال: مجموعة حل المعادلة $12x^2 - 7x + 1 = 0$ هي

الخيارات:

أ) $\left\{\frac{4}{3}, \frac{3}{4}\right\}$

ب) $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right\}$

ج) $\left\{\frac{-1}{3}, \frac{1}{4}\right\}$

د) $\left\{\frac{4}{3}, \frac{-3}{4}\right\}$

الإجابة: (ب) $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right\}$

التلميح: المميز $= 49 - 48 = 1$، وهو أصغر مميز مربع كامل فالجذران قريبان.

الحل:

١. نطبق القانون العام مع $a = 12,\ b = -7,\ c = 1$:

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{24} = \frac{7 \pm 1}{24}$$

٢. الجذران:

$$x = \frac{6}{24} = \frac{1}{4} \qquad \text{أو} \qquad x = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$

س243 المتباينات التربيعية

السؤال: مجموعة حل المتباينة $\frac{1 - x^2}{2} \le 0$

الخيارات:

أ) $[-1, 1]$

ب) $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

ج) $[1, \infty)$

د) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

الإجابة: (ب) $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$

التلميح: اضرب في 2 ثم اعزل x^2، وتذكّر أن $x^2 \geq 1$ تكافئ $|x| \geq 1$

الحل:

١. بالضرب في 2:

$$1 - x^2 \leq 0 \;\Rightarrow\; x^2 \geq 1$$

٢. بأخذ الجذر:

$$|x| \geq 1 \;\Rightarrow\; x \geq 1 \text{ أو } x \leq -1$$

٣. إذن:

$$(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$$

س244 الدالة الدرجية (أكبر عدد صحيح) والتحقق من نقطة

السؤال: النقطة $\left(-\frac{1}{3}, -1\right)$ لا تقع على بيان أي الدوال الآتية؟

الخيارات:

أ) $f(x) = \lfloor x \rfloor$

ب) $f(x) = \lfloor 3x \rfloor$

ج) $f(x) = 3x$

د) $f(x) = |-3x|$

الإجابة: (د) $f(x) = |-3x|$

التلميح: القيمة المطلقة لا تعطي ناتجاً سالباً، بينما النقطة إحداثيها الصادي سالب.

الحل:

١. في الخيار (أ):

$$\left\lfloor -\frac{1}{3} \right\rfloor = -1 \quad \text{تقع}$$

٢. في الخيار (ب):

$$\lfloor -1 \rfloor = -1 \quad \text{تقع}$$

٣. في الخيار (ج):

$$3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -1 \quad \text{تقع}$$

٤. في الخيار (د):

$$\left|-3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)\right| = |1| = 1 \neq -1 \quad \text{لا تقع}$$

س245 المعادلات الدالية

السؤال: إذا كان $f(x) = 3x + 7$ فما قيمة a التي تحقق $2\,(f(a) + 1) = f(5a - 1)$؟

الخيارات:

أ) $\frac{4}{3}$

ب) $\frac{10}{9}$

ج) $\frac{5}{7}$

د) $\frac{2}{5}$

الإجابة: (أ) $\frac{4}{3}$

التلميح: احسب كل طرف على حدة بالتعويض في قاعدة الدالة، ثم ساوِ بينهما.

الحل:

١. الطرف الأيمن:

$$f(5a-1) = 3(5a-1)+7 = 15a+4$$

٢. الطرف الأيسر:

$$2\,(3a+7+1) = 6a+16$$

٣. بمساواة الطرفين:

$$15a+4 = 6a+16 \;\Rightarrow\; 9a = 12$$

٤. إذن:

$$a = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

س246 خواص العمليات على المجموعات

السؤال: إذا كانت المجموعات X, Y, Z تحقق $X \cap Y = \varnothing$ و $X \cup Y = Z$، فإن $(Z \cap X) \cup (Z \cap Y)$ يساوي

الخيارات:

أ) X

ب) Y

ج) Z

د) $\varnothing$

الإجابة: (ج) Z

التلميح: استخدم خاصية التوزيع بالعكس لتحويل الاتحاد إلى تقاطع واحد.

الحل:

١. نطبق قاعدة التوزيع:

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C)$$

٢. بالتعويض:

$$(Z \cap X) \cup (Z \cap Y) = Z \cap (X \cup Y)$$

٣. وبما أن $X \cup Y = Z$:

$$= Z \cap Z = Z$$

س247 الأنماط والمتتابعات الحسابية

السؤال: عدد المثلثات في النمط السادس يساوي (النمط: $1,\ 4,\ 7, \ldots$)

الخيارات:

أ) 7

ب) 13

ج) 10

د) 16

الإجابة: (د) 16

التلميح: الزيادة ثابتة في كل خطوة؛ اكتب حدود النمط حتى السادس.

الحل:

١. الزيادة الثابتة $= 3$، فنكتب الحدود:

$$1,\ 4,\ 7,\ 10,\ 13,\ 16$$

٢. إذن الحد السادس $= 16$

س248 طرح الكسور الجبرية

السؤال: أوجد ناتج $\frac{x}{x+1} - \frac{3x+2}{x+1}$

الخيارات:

أ) 2

ب) -2

ج) $\frac{-2x+2}{x+1}$

د) $\frac{-2x+2}{(x+1)^2}$

الإجابة: (ب) -2

التلميح: المقامان متساويان فاطرح البسطين مباشرة، وانتبه لتوزيع إشارة الطرح.

الحل:

١. نطرح البسطين:

$$\frac{x-(3x+2)}{x+1} = \frac{-2x-2}{x+1}$$

٢. بأخذ العامل المشترك:

$$= \frac{-2(x+1)}{x+1}$$

٣. بالاختصار:

$$= -2$$

س249 مدى الدالة الجذرية مع الانسحاب الرأسي

السؤال: ما مدى الدالة $f(x) = \sqrt{x^2-1}+1$؟

الخيارات:

أ) $[0, \infty)$

ب) $[1, \infty)$

ج) $[2, \infty)$

د) $(-\infty, \infty)$

الإجابة: (ب) $[1, \infty)$

التلميح: مدى أي جذر تربيعي يبدأ من الصفر، والإضافة خارج الجذر ترفع المدى كله.

الحل:

١. مدى الدالة الجذرية:

$$[0, \infty)$$

٢. بالانسحاب للأعلى وحدة واحدة:

$$[0+1, \infty) = [1, \infty)$$

س250 النمذجة بالعبارات الجبرية

السؤال: اشترى أحمد 4 كيلوجرامات من البرتقال و 3 كيلوجرامات من التفاح. ما التعبير الجبري المناسب الذي يمثل كافة مشترياته إذا كان سعر كيلو البرتقال يقل عن سعر كيلو التفاح بريال واحد؟

الخيارات:

أ) $4x + 3(x+1)$

ب) $3x + 4(x+1)$

ج) $3(x-1) + 4(x+1)$

د) $4(x-1) + 3(x+1)$

الإجابة: (أ) $4x + 3(x+1)$

التلميح: افرض x سعر الأرخص (البرتقال)، فيكون سعر التفاح أكبر بريال.
الحل:
١. نفرض سعر كيلو البرتقال $x =$
٢. سعر كيلو التفاح أكبر بريال:

$$x + 1$$

٣. إجمالي المشتريات:

$$4x + 3(x + 1)$$

س251 خطوط تقارب الدوال النسبية

السؤال: خط التقارب الأفقي للدالة $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$ هو
الخيارات:
أ) $y = -1$
ب) $y = 1$
ج) $x = -1$
د) $x = 1$
الإجابة: (ب) $y = 1$
التلميح: قارن درجة البسط بدرجة المقام: إذا تساوتا فخط التقارب هو نسبة المعاملين.
الحل:
١. قواعد خط التقارب الأفقي للدالة $f(x) = \dfrac{a(x)}{b(x)}$:
- إذا كانت درجة البسط أكبر: لا يوجد خط تقارب أفقي
- إذا كانت درجة البسط أقل: $y = 0$
- إذا تساوت الدرجتان: $y = \dfrac{\text{معامل البسط}}{\text{معامل المقام}}$

٢. هنا الدرجتان متساويتان:

$$y = \frac{1}{1} = 1$$

س252 المتطابقات الجبرية

السؤال: إذا كان $x + y = 4$ و $xy = 2$، فما قيمة $x^2 + y^2$؟
الخيارات:
أ) 10
ب) 12
ج) 14
د) 16
الإجابة: (ب) 12
التلميح: ربّع المعادلة الأولى واستفد من أن $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
الحل:
١. بتربيع المعادلة الأولى:

$$(x + y)^2 = 16 \;\Rightarrow\; x^2 + 2xy + y^2 = 16$$

٢. بالتعويض عن $xy = 2$:

$$x^2 + 4 + y^2 = 16$$

٣. إذن:

$$x^2 + y^2 = 12$$

س253 **محدد المصفوفة والقابلية للانعكاس** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: قيمة a التي تجعل المصفوفة

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

غير قابلة للانعكاس هي

الخيارات:

أ) -1

ب) 0

ج) 1

د) -2

الإجابة: (أ) -1

التلميح: المصفوفة غير قابلة للانعكاس إذا كان محددها يساوي صفراً.

الحل:

١. نحسب المحدد بطريقة ساروس:

$$0 + 0 + 0 - (a + 1 + 0) = 0$$

٢. إذن:

$$-a - 1 = 0 \;\Rightarrow\; a = -1$$

س254 **قوانين الأسس** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $2^x = 6$ فما قيمة 2^{2x}؟

الخيارات:

أ) 8

ب) 12

ج) 24

د) 36

الإجابة: (د) 36

التلميح: $2^{2x} = (2^x)^2$، فعوّض مباشرة دون إيجاد x

الحل:

١. نعيد كتابة المقدار:

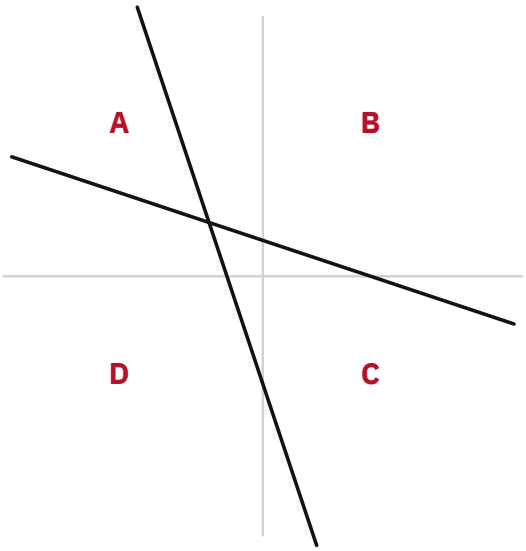
$$2^{2x} = (2^x)^2$$

٢. بالتعويض:

$$= 6^2 = 36$$

س255 **أنظمة المتباينات الخطية بيانياً**

السؤال: المنطقة التي تحقق مجموعة حل نظام المتباينات $x + 3y \geq 3$ و $3x + y \leq -3$ هي (المناطق A, B, C, D في الشكل)



الخيارات:

أ) A

ب) B

ج) C

د) D

الإجابة: (أ) A

التلميح: مجموعة الحل هي المنطقة المشتركة بين تظليل المتباينتين معاً لا إحداهما.

الحل:

١. نرسم الخطين ونظلّل كل متباينة

٢. المنطقة المشتركة بين التظليلين هي المنطقة A

س256 **ضرب المصفوفات** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$، فإن A^2 تساوي

الخيارات:

أ) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 16 & 64 \end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix} 9 & 18 \\ 36 & 72 \end{bmatrix}$

ج) $\begin{bmatrix} 1 & 20 \\ 20 & 80 \end{bmatrix}$

د) $\begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ 2 & 2\sqrt{2} \end{bmatrix}$

الإجابة: (ب) $\begin{bmatrix} 9 & 18 \\ 36 & 72 \end{bmatrix}$

التلميح: يكفي حساب عنصر الصف الأول والعمود الأول للتمييز بين الخيارات.

الحل:

١. نضرب صفاً في عمود:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1\times1+2\times4 & 1\times2+2\times8 \\ 4\times1+8\times4 & 4\times2+8\times8 \end{bmatrix}$$

٢. بالحساب:

$$= \begin{bmatrix} 9 & 18 \\ 36 & 72 \end{bmatrix}$$

س257 حل المعادلات من الدرجة الرابعة في R – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مجموعة حل المعادلة $x^4 - 1 = 0$ في مجموعة الأعداد الحقيقية R هي

الخيارات:

أ) $\{1\}$

ب) $\{-1\}$

ج) $\{1, -1\}$

د) $\varnothing$

الإجابة: (ج) $\{1, -1\}$

التلميح: حلّل كفرق بين مربعين، وانتبه أن العامل $x^2 + 1$ لا جذر حقيقي له.

الحل:

١. بالتحليل:

$$(x^2 - 1)(x^2 + 1) = 0$$

٢. من العامل الأول:

$$x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

٣. ومن العامل الثاني $x^2 = -1$ وهذا مستحيل في R

٤. إذن مجموعة الحل:

$$\{1, -1\}$$

س258 جذور المعادلة التربيعية

السؤال: إذا كان $x = 2$ حلاً للمعادلة $x^2 + 3x + d = 0$، فإن الحل الآخر هو

الخيارات:

أ) -10

ب) -5

ج) 10

د) 5

الإجابة: (ب) -5

التلميح: عوّض بالجذر المعلوم لإيجاد d، ثم حلّل المعادلة كاملة.

الحل:

١. بالتعويض:

$$4 + 6 + d = 0 \Rightarrow d = -10$$

٢. تصبح المعادلة:

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

٣. بالتحليل:

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

٤. إذن الحل الآخر:

$$x = -5$$

س259 الدالة العكسية للدالة الخطية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $f(x) = 3x - 4$، فإن $f^{-1}(x)$ تساوي

الخيارات:

أ) $\dfrac{3}{x} + 4$

ب) $\dfrac{x-4}{3}$

ج) $\dfrac{x+4}{3}$

د) $\dfrac{3}{x} - 4$

الإجابة: (ج) $\dfrac{x+4}{3}$

التلميح: بدّل موقعي x و y ثم اعزل y

الحل:

١. نضع y ثم نبدّل المتغيرين:

$$x = 3y - 4$$

٢. نعزل y:

$$3y = x + 4$$

٣. إذن:

$$f^{-1}(x) = \frac{x+4}{3}$$

س260 خواص اللوغاريتمات — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $a = \log 2$ و $b = \log 3$، فإن $\dfrac{1}{2}\log\left(\dfrac{9}{4}\right)$ تساوي

الخيارات:

أ) $b - a$

ب) $\dfrac{b}{a}$

ج) $\dfrac{5b}{6a}$

د) $\dfrac{5}{6}(b-a)$

الإجابة: (أ) $b - a$

التلميح: المعامل $\dfrac{1}{2}$ يمكن إدخاله كأس فيصبح جذراً تربيعياً، وجذر $\dfrac{9}{4}$ هو $\dfrac{3}{2}$

الحل:

١. ندخل المعامل كأس:

$$\frac{1}{2}\log\frac{9}{4} = \log\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = \log\frac{3}{2}$$

٢. نحوّل القسمة إلى طرح:

$$= \log 3 - \log 2$$

٣. إذن:

$$= b - a$$

س261 التمثيل الهندسي للعبارات الجبرية

السؤال: قطعة ورق مقوى مستطيلة الشكل طولها $z+3$ وعرضها $z+2$، مقسّمة إلى أربعة أجزاء مساحاتها z^2، $2z$، $3z$، 6، ما المقدار الذي تمثله مساحة القطعة كاملة؟

الخيارات:

أ) $2z+5$

ب) z^2+6

ج) z^2+5z+6

د) z^2+2z+5

الإجابة: (ج) z^2+5z+6

التلميح: اجمع مساحات الأجزاء الأربعة، أو اضرب الطول في العرض مباشرة.

الحل:

١. مساحات الأجزاء:

$$z\times z=z^2,\quad z\times 2=2z,\quad 3\times z=3z,\quad 3\times 2=6$$

٢. بالجمع:

$$z^2+2z+3z+6=z^2+5z+6$$

٣. وهو نفسه حاصل ضرب البعدين:

$$(z+3)(z+2)=z^2+5z+6$$

س262 الدوال الزوجية والتماثل

السؤال: أي الأشكال الآتية يمثل دالة زوجية؟

الخيارات:

أ) منحنى متماثل حول محور y

ب) منحنى متماثل حول محور x

ج) منحنى متماثل حول نقطة الأصل

د) منحنى غير متماثل

الإجابة: (أ) منحنى متماثل حول محور y

التلميح: الدالة الزوجية تحقق $f(-x)=f(x)$، وهذا يعني تماثل رسمها حول محور معيّن.

الحل:

١. الدالة الزوجية تحقق $f(-x)=f(x)$، فرسمها متماثل حول محور y

٢. أما التماثل حول نقطة الأصل فيدل على دالة فردية

٣. والتماثل حول محور x يعني أن الشكل ليس دالة أصلاً

٤. إذن الإجابة هي المنحنى المتماثل حول محور y

س263 كشف الأخطاء الرياضية (المغالطات)

السؤال: ما أول خطوة نتجت من خطأ رياضي في المغالطة التالية؟

$$x^2-x^2=x^2-x^2$$

1. $x(x-x)=(x-x)(x+x)$
2. $x=(x+x)$
3. $x=2x$
4. $1=2$

الخيارات:

أ) 1

ب) 2

ج) 3

د) 4

الإجابة: (ب) 2

التلميح: ابحث عن الخطوة التي حُذف فيها عامل مشترك، وتحقق من قيمة ذلك العامل.

الحل:

١. في الخطوة (2) تمت القسمة على $x - x$

٢. وبما أن $x - x = 0$، فالقسمة على صفر غير جائزة

٣. إذن الخطأ بدأ من الخطوة الثانية

س264 وجود الدالة العكسية (من الجداول) — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أي الجداول الآتية له معكوس؟

الخيارات:

أ) جدول يقابل فيه أكثر من عنصر في المجال العنصر نفسه في المدى

ب) جدول تتكرر فيه قيم المدى

ج) جدول لا يمثّل دالة أصلاً

د) جدول يناظر فيه كل عنصر في المجال عنصراً واحداً مختلفاً في المدى

الإجابة: (د) جدول يناظر فيه كل عنصر في المجال عنصراً واحداً مختلفاً في المدى

التلميح: لا توجد دالة عكسية إلا للدالة الأحادية، أي التي لا تتكرر فيها قيم المدى.

الحل:

١. الدالة العكسية توجد إذا كانت الدالة أحادية

٢. أي أن كل عنصر في المدى يناظر عنصراً واحداً فقط في المجال دون تكرار

٣. إذن الجدول الصحيح هو الذي لا تتكرر فيه قيم المدى

س265 مميز الدالة التربيعية وتقاطعها مع المحاور

السؤال: اعتبر الدالة $f(x) = ax^2 + bx + c$، إذا علمت أنه توجد x_0 وحيدة تحقق $f(x_0) = 0$، فيمكن استنتاج أن

الخيارات:

أ) الدالة f تمس محور x

ب) الدالة f تقع كاملة فوق محور x

ج) الدالة f تقع كاملة تحت محور x

د) الدالة f تقطع محور x في نقطتين

الإجابة: (أ) الدالة f تمس محور x

التلميح: وجود صفر وحيد يعني أن المميز يساوي صفراً، فكم نقطة التقاء مع المحور السيني؟

الحل:

١. بما أن $f(x_0) = 0$ فإن $y = 0$ عند نقطة واحدة فقط

٢. أي أن المنحنى يلتقي محور x في نقطة واحدة

٣. وهذا يعني أنه يمسّ محور x ولا يقطعه

س266 أنواع المصفوفات — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أي العبارات التالية صحيحة؟

الخيارات:

أ) كل مصفوفة قطرية لها معكوس

ب) كل مصفوفة متماثلة لها معكوس

ج) كل مصفوفة متماثلة مصفوفة قطرية

د) كل مصفوفة قطرية هي مصفوفة متماثلة

الإجابة: (د) كل مصفوفة قطرية هي مصفوفة متماثلة

التلميح: المصفوفة القطرية حالة خاصة من المتماثلة وليس العكس؛ ووجود المعكوس يتطلب محدداً غير صفري.

الحل:

١. المصفوفة المتماثلة مربّعة من الرتبة $n \times n$ وتساوي منقولها

٢. المصفوفة القطرية مربّعة وجميع عناصرها أصفار عدا القطر الرئيسي

٣. فكل مصفوفة قطرية متماثلة، والعكس غير صحيح

٤. كما أن وجود المعكوس ليس مضموناً (إذا كان أحد عناصر القطر صفراً فالمحدد صفر)

س267 المعادلات اللوغاريتمية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مجموعة حل المعادلة $\log_2(x+2) = 3$ هي

الخيارات:

أ) $\{1\}$

ب) $\{4\}$

ج) $\{6\}$

د) $\{8\}$

الإجابة: (ج) $\{6\}$

التلميح: حوّل اللوغاريتم إلى صورة أسية: الأساس مرفوعاً للنتيجة يساوي ما بداخل اللوغاريتم.

الحل:

١. بالتحويل إلى الصورة الأسية:

$$x + 2 = 2^3 = 8$$

٢. إذن:

$$x = 6$$

س268 التعويض في الدوال

السؤال: إذا كانت $f(x) = 2x^2 - 1$، أوجد $f(1) + f(2) + f(3)$

الخيارات:

أ) 1

ب) 7

ج) 17

د) 25

الإجابة: (د) 25

التلميح: احسب كل قيمة على حدة بالتعويض المباشر ثم اجمع، وانتبه أن التربيع يسبق الضرب في 2

الحل:

١. بالتعويض:

$$f(1) = 2(1) - 1 = 1$$

$$f(2) = 2(4) - 1 = 7$$

$$f(3) = 2(9) - 1 = 17$$

٢. بالجمع:

$$1 + 7 + 17 = 25$$

س269 تركيب الدوال — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $f(x)=2x-5$ و $g(x)=4x$، احسب قيمة $(g\circ f)(5)$

الخيارات:

أ) 0

ب) 5

ج) 20

د) 35

الإجابة: (ج) 20

التلميح: ابدأ بالدالة الداخلية f عند 5، ثم ضع الناتج في g

الحل:

١. نحسب الدالة الداخلية:

$$f(5)=2(5)-5=5$$

٢. نعوّض في g:

$$g(5)=4\times 5=20$$

س270 الأسس الكسرية والمعادلات الأسية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $\left(\left((27)^{\frac{1}{2}}\right)^{4}\right)^{\frac{2}{3}}=9^{a}$، فقيمة a تساوي

الخيارات:

أ) 1

ب) 2

ج) 3

د) 4

الإجابة: (ب) 2

التلميح: وحّد الأساسات: $27=3^3$ و $9=3^2$، ثم اضرب الأسس وساوِ بينها.

الحل:

١. نوحّد الأساس:

$$\left(\left((3^3)^{\frac{1}{2}}\right)^{4}\right)^{\frac{2}{3}}=(3^2)^{a}$$

٢. نضرب الأسس في الطرف الأيمن:

$$3\times\frac{1}{2}\times 4\times\frac{2}{3}=4$$

٣. بمساواة الأسس:

$$3^4=3^{2a}\ \Rightarrow\ 4=2a$$

٤. إذن:

$$a=2$$

س271 تحويلات الدوال — الإزاحة الرأسية

السؤال: يمكن الحصول على منحنى الدالة $f(x)=|x|-5$ من إزاحة منحنى الدالة $f(x)=|x|$

الخيارات:

أ) 5 وحدات لليمين

ب) 5 وحدات لليسار

ج) 5 وحدات للأعلى

د) 5 وحدات للأسفل

الإجابة: (د) 5 وحدات للأسفل
التلميح: الجمع أو الطرح خارج المتغير يعني إزاحة رأسية، وداخله يعني إزاحة أفقية.
الحل:
١. الطرح خارج x يعني إزاحة رأسية
٢. الإشارة سالبة، إذن الإزاحة للأسفل بمقدار 5 وحدات

س272 فك المربعات وتبسيط العبارات

السؤال: المقدار $xy(xy+1)^2 - x^2y^2$ يساوي
الخيارات:
أ) $x^3y^3 - x^2y^2 + xy$
ب) $x^3y^3 + x^2y^2 + xy$
ج) $x^3y^3 - 3x^2y^2 + y$
د) $x^3y^3 - 3xy^2 + yx$
الإجابة: (ب) $x^3y^3 + x^2y^2 + xy$
التلميح: فك المربع أولاً بالقاعدة $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$، ثم وزّع xy واجمع المتشابهات.
الحل:
١. نفك المربع:

$$(xy+1)^2 = x^2y^2 + 2xy + 1$$

٢. نوزّع:

$$xy\left(x^2y^2 + 2xy + 1\right) = x^3y^3 + 2x^2y^2 + xy$$

٣. نطرح x^2y^2:

$$= x^3y^3 + x^2y^2 + xy$$

س273 المعادلة التربيعية ذات الجذور المركّبة — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: حل المعادلة $12x^2 + 3x + 1 = 0$
الخيارات:
أ) $\left\{\frac{-1}{8} \pm \frac{\sqrt{39}}{24}i\right\}$
ب) $\left\{\frac{1}{8} \pm \frac{\sqrt{6}}{5}i\right\}$
ج) $\left\{\frac{-1}{8} \pm \frac{\sqrt{39}}{25}\right\}$
د) $\left\{\frac{2}{3} \pm \frac{\sqrt{39}}{25}\right\}$
الإجابة: (أ) $\left\{\frac{-1}{8} \pm \frac{\sqrt{39}}{24}i\right\}$
التلميح: المميز سالب، فالجذران مركّبان؛ اكتب $\sqrt{-39} = \sqrt{39}\,i$
الحل:
١. نطبق القانون العام مع $a=12,\ b=3,\ c=1$:

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-48}}{24} = \frac{-3 \pm \sqrt{-39}}{24}$$

٢. نكتب الجذر بالصورة المركّبة:

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{39}\, i}{24}$$

٣. بالفصل والاختصار:

$$= \frac{-1}{8} \pm \frac{\sqrt{39}}{24} i$$

س274 التناسب والمعادلات التربيعية

السؤال: إذا كان $\frac{x}{5} = \frac{5}{x}$، فما القيمة الممكنة لـ x؟

الخيارات:

أ) 5

ب) -5

ج) ± 5

د) 1

الإجابة: (ج) ± 5

التلميح: الضرب التبادلي يعطي معادلة تربيعية، ولها جذران لا جذر واحد.

الحل:

١. بالضرب التبادلي:

$$x^2 = 25$$

٢. بأخذ الجذر التربيعي:

$$x = \pm 5$$

س275 المسوّرات ومجموعات الأعداد

السؤال: العبارة $\forall x \in Z^*,\ \exists y \in Q,\ y^2 = x$ تصبح صحيحة إذا استبدلنا

الخيارات:

أ) Q بـ R

ب) Q بـ Z

ج) Z^* بـ Z

د) Q بـ N

الإجابة: (أ) Q بـ R

التلميح: جرّب $x = 2$: هل يوجد عدد نسبي مربعه 2؟ وهل يوجد عدد حقيقي؟

الحل:

١. العبارة تقول: لكل عدد صحيح موجب x يوجد y بحيث $y^2 = x$

٢. في مجموعة الأعداد النسبية لا يتحقق ذلك دائماً، فمثلاً $\sqrt{2}$ ليس نسبياً

٣. أما في مجموعة الأعداد الحقيقية فلكل عدد موجب جذر تربيعي حقيقي

٤. إذن العبارة تصبح صحيحة باستبدال Q بـ R

س276 خواص المحددات — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان k عدداً حقيقياً و A مصفوفة مربعة من الرتبة $n \times n$، فإن المحدد $|kA|$ يساوي

الخيارات:

أ) $k|A|$

ب) $k^n|A|$

ج) $k^n A$

د) kA^n

الإجابة: (ب) $k^n|A|$
التلميح: ضرب المصفوفة في ثابت يضرب كل صف من صفوفها الـ n في ذلك الثابت.
الحل:
١. ضرب المصفوفة في k يعني ضرب كل صف من الصفوف الـ n في k
٢. وكل ضرب صف في ثابت يضرب المحدد في ذلك الثابت
٣. إذن:

$$|kA| = k^n|A|$$

س277 جمع الكسور الجبرية

السؤال: المقدار $\frac{a^2-b^2}{ab} + \frac{b^2-ab}{ab-a^2}$ يساوي
الخيارات:
أ) b
ب) a
ج) $\frac{a}{b}$
د) $\frac{b}{a}$
الإجابة: (ج) $\frac{a}{b}$
التلميح: أخرج b عاملاً مشتركاً من بسط الكسر الثاني و a من مقامه ليحدث الاختصار.
الحل:
١. نحلّل الكسر الثاني:

$$\frac{b(b-a)}{a(b-a)} = \frac{b}{a}$$

٢. ونحلّل بسط الأول:

$$\frac{(a-b)(a+b)}{ab}$$

٣. بتوحيد المقامات والجمع:

$$\frac{a(a^2-b^2)+ab^2}{a^2b} = \frac{a^3-ab^2+ab^2}{a^2b}$$

٤. بالاختصار:

$$= \frac{a^3}{a^2b} = \frac{a}{b}$$

س278 طرق حل المعادلة التربيعية

السؤال: يمكن حل معادلات الدرجة الثانية دائماً بـ: (I) إكمال المربع، (II) التحليل، (III) القانون العام
الخيارات:
أ) $I,\ II,\ III$
ب) $I,\ II$
ج) $I,\ III$
د) $II,\ III$
الإجابة: (ج) $I,\ III$
التلميح: التحليل لا ينجح مع كل معادلة (خاصة إذا كان المميز ليس مربعاً كاملاً)، بخلاف الطريقتين الأخريين.
الحل:
١. إكمال المربع يصلح لأي معادلة من الدرجة الثانية

٢. القانون العام يصلح لأي معادلة كذلك
٣. أما التحليل فلا يتيسّر إلا إذا كانت الجذور نسبية
٤. إذن الطريقتان الدائمتان هما I و III

س279 مجال الدالة الجذرية في المقام

السؤال: مجال الدالة $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-2}}$

الخيارات:
أ) R
ب) $R - [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$
ج) $R - \{\sqrt{2}\}$
د) $R - \sqrt{2}$

الإجابة: (ب) $R - [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

التلميح: الجذر في المقام، فما تحته يجب أن يكون أكبر من الصفر تماماً لا مساوياً له.

الحل:
١. الشرط:

$$x^2 - 2 > 0 \;\Rightarrow\; x^2 > 2$$

٢. بأخذ الجذر:

$$|x| > \sqrt{2} \;\Rightarrow\; x > \sqrt{2} \text{ أو } x < -\sqrt{2}$$

٣. إذن المجال:

$$\left(-\infty, -\sqrt{2}\right) \cup \left(\sqrt{2}, \infty\right) = R - \left[-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right]$$

س280 فك المربعات وجمع الحدود المتشابهة

السؤال: المقدار $(2n+1)^2 + (n+1)^2$ يساوي

الخيارات:
أ) $5n^2 + 6n + 2$
ب) $3n^2 + 5$
ج) $n^2 + 2n + 1$
د) $5n^3 + n$

الإجابة: (أ) $5n^2 + 6n + 2$

التلميح: فك كل مربع على حدة ثم اجمع المتشابهات، لا تجمع القوسين قبل التربيع.

الحل:
١. نفك المربعين:

$$(2n+1)^2 = 4n^2 + 4n + 1$$

$$(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$$

٢. بالجمع:

$$5n^2 + 6n + 2$$

س281 الفرق بين مربعين والمربع الكامل

السؤال: أوجد ناتج $\frac{x^2y^2 - 1}{(xy-1)^2}$

الخيارات:

أ) -1
ب) 1
ج) $\dfrac{xy+1}{xy-1}$
د) $\dfrac{xy-1}{xy+1}$

الإجابة: (ج) $\dfrac{xy+1}{xy-1}$

التلميح: البسط فرق بين مربعين والمقام مربع كامل؛ فما العامل الذي سيختصر؟

الحل:

١. نحلّل البسط والمقام:

$$\frac{(xy-1)(xy+1)}{(xy-1)(xy-1)}$$

٢. بالاختصار:

$$= \frac{xy+1}{xy-1}$$

س282 المحدد والقابلية للانعكاس — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: قيمة a التي تجعل المصفوفة $\begin{bmatrix} -2 & 6 \\ a & 4 \end{bmatrix}$ غير قابلة للانعكاس تساوي

الخيارات:

أ) $\dfrac{4}{3}$
ب) 2
ج) $-\dfrac{1}{2}$
د) $-\dfrac{4}{3}$

الإجابة: (د) $-\dfrac{4}{3}$

التلميح: عدم القابلية للانعكاس تعني أن المحدد يساوي صفراً.

الحل:

١. نساوي المحدد بالصفر:

$$(-2)(4) - 6a = 0$$

٢. بالتبسيط:

$$-8 - 6a = 0 \;\Rightarrow\; 6a = -8$$

٣. إذن:

$$a = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}$$

س283 تركيب الدوال — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $f(x) = \sqrt{\dfrac{1}{4}x + 1}$ و $g(x) = 4x^2 + 3$، فإن $(g \circ f)(x)$ يساوي

الخيارات:

أ) $x - 7$
ب) $x + 7$
ج) $x + 4$
د) $x + 3$

الإجابة: (ب) $x + 7$

التلميح: التربيع داخل g سيلغي الجذر في f مباشرة.
الحل:
١. نطبق التعريف:

$$(g\circ f)(x)=g\left(\sqrt{\tfrac{1}{4}x+1}\right)=4\left(\sqrt{\tfrac{1}{4}x+1}\right)^2+3$$

٢. التربيع يلغي الجذر:

$$=4\left(\frac{1}{4}x+1\right)+3$$

٣. بالتوزيع:

$$=x+4+3=x+7$$

س284 متباينات القيمة المطلقة – خاص بالمستوى الثاني
السؤال: حل المتباينة $|2x-3|\le 1$ هو
الخيارات:
أ) $[1,2]$
ب) $[-2,-1]$
ج) $[-1,2]$
د) $[1,-2]$
الإجابة: (أ) $[1,2]$
التلميح: احصر المقدار بين -1 و 1 ثم اعزل x
الحل:
١. نفك القيمة المطلقة:

$$-1\le 2x-3\le 1$$

٢. بإضافة 3:

$$2\le 2x\le 4$$

٣. بالقسمة على 2:

$$1\le x\le 2\ \Rightarrow\ [1,2]$$

س285 المعادلات الجذرية
السؤال: مجموعة حل المعادلة $\sqrt{x^2+1}=\sqrt{2x}$ هي
الخيارات:
أ) $\{1\}$
ب) $\{-1\}$
ج) $\{\pm1\}$
د) $\{0\}$
الإجابة: (أ) $\{1\}$
التلميح: ربّع الطرفين فتنتج معادلة تربيعية على صورة مربع كامل.
الحل:
١. بتربيع الطرفين:

$$x^2+1=2x$$

٢. بترتيب المعادلة:

$$x^2-2x+1=0$$

٣. مربع كامل:

$$(x-1)^2 = 0 \;\Rightarrow\; x = 1$$

س286 **التمثيل البياني للدوال المثلثية** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: في الفترة $[0, 2\pi]$ عدد نقاط تقاطع منحنى الدالة $\cos x$ مع محور السينات هو

الخيارات:

أ) 0

ب) 1

ج) 2

د) 3

الإجابة: (ج) 2

التلميح: أصفار $\cos x$ تقع عند $\frac{\pi}{2}$ ومضاعفاتها الفردية؛ كم واحداً منها داخل الفترة؟

الحل:

١. نحل $\cos x = 0$ في الفترة المعطاة:

$$x = \frac{\pi}{2}, \qquad x = \frac{3\pi}{2}$$

٢. كلاهما داخل الفترة $[0, 2\pi]$

٣. إذن عدد نقاط التقاطع $= 2$

س287 **خواص اللوغاريتمات والدالة الأسية** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أوجد قيمة $e^{\ln x + \ln y}$

الخيارات:

أ) xy

ب) $x + y$

ج) e^{x+y}

د) e^{x-y}

الإجابة: (أ) xy

التلميح: ادمج اللوغاريتمين في لوغاريتم واحد أولاً، ثم تذكّر أن $e^{\ln a} = a$

الحل:

١. ندمج اللوغاريتمين:

$$\ln x + \ln y = \ln(xy)$$

٢. بالتعويض:

$$e^{\ln(xy)} = xy$$

س288 **خواص اللوغاريتمات** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أوجد قيمة $\log_5 x + \log_5(x+1) - \log_5 (x+1)^2$

الخيارات:

أ) $\log_5 \dfrac{x+1}{x^x}$

ب) $\log_5 \dfrac{x^x}{x+1}$

ج) $\log_5 \dfrac{(x+1)^2}{x}$

د) $\log_5 \dfrac{x^2}{x+1}$

الإجابة: (ب) $\log_5 \dfrac{x}{x+1}$
التلميح: الجمع يقابله ضرب، والطرح يقابله قسمة؛ ثم اختصر.
الحل:
١. ندمج الحدود:

$$\log_5 \frac{x(x+1)}{(x+1)^2}$$

٢. بالاختصار:

$$= \log_5 \frac{x}{x+1}$$

س289 حل المعادلة التربيعية بالتحليل

السؤال: مجموعة حل المعادلة $2x^2 - 5x - 3 = 0$
الخيارات:
أ) $\left\{3, -\frac{1}{2}\right\}$
ب) $\left\{-3, \frac{1}{2}\right\}$
ج) $\left\{-\frac{1}{2}, -3\right\}$
د) $\left\{\frac{1}{2}, 3\right\}$
الإجابة: (أ) $\left\{3, -\frac{1}{2}\right\}$
التلميح: حلّل إلى قوسين حاصل ضرب حدّيهما الأولين $2x^2$ والأخيرين -3
الحل:
١. بالتحليل:

$$(2x+1)(x-3) = 0$$

٢. نساوي كل عامل بالصفر:

$$x = 3 \quad \text{أو} \quad x = -\frac{1}{2}$$

س290 خواص المحددات — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت المصفوفة A من الرتبة 3×3 وكان $|A| = 2$، فإن قيمة $\left|2AA^TA^{-1}\right|$
الخيارات:
أ) 8
ب) 16
ج) 32
د) 64
الإجابة: (ب) 16
التلميح: استخدم ثلاث خواص: $|kA| = k^n|A|$، و $|A^T| = |A|$، و $|A^{-1}| = \dfrac{1}{|A|}$
الحل:
١. نفصل المحددات:

$$\left|2AA^TA^{-1}\right| = 2^3 \times |A| \times \left|A^T\right| \times \left|A^{-1}\right|$$

٢. بالتعويض:

$$= 8 \times 2 \times 2 \times \frac{1}{2}$$

٣. إذن:

$$= 16$$

س291 الكسور المركّبة والفرق بين مربعين (1444)

السؤال: تبسيط المقدار $\dfrac{\dfrac{16x^2-4y^2}{xy}}{\dfrac{4}{y}-\dfrac{2}{x}}$

الخيارات:

أ) $4x-2y$

ب) $4x+2y$

ج) $4x-y$

د) $2xy$

الإجابة: (ب) $4x+2y$

التلميح: حلّل البسط كفرق بين مربعين، ووحّد مقام المقام ليظهر العامل المشترك.

الحل:

١. نحلّل البسط:

$$16x^2-4y^2=(4x-2y)(4x+2y)$$

٢. نوحّد المقام السفلي:

$$\frac{4}{y}-\frac{2}{x}=\frac{4x-2y}{xy}$$

٣. نحوّل القسمة إلى ضرب:

$$\frac{(4x-2y)(4x+2y)}{xy}\times\frac{xy}{4x-2y}$$

٤. بالاختصار:

$$=4x+2y$$

س292 التركيب التبادلي والدالة العكسية – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $(f\circ g)(x)=(g\circ f)(x)=x$ وكانت $g(x)=\sqrt{x}+1$، فإن $f(x)$ تساوي

الخيارات:

أ) $\sqrt{x}+1$

ب) x^2-1

ج) $(x-1)^2$

د) $(\sqrt{x}+1)^2$

الإجابة: (ج) $(x-1)^2$

التلميح: تساوي كل من التركيبين بدالة الهوية x هو تعريف الدالتين المتعاكستين؛ لا يكفي أن يتساوى التركيبان مع بعضهما فقط (فذلك يتحقق أيضًا بوضع $f=g$ دون أن تكونا متعاكستين).

الحل:

١. $(f\circ g)(x)=x$ و $(g\circ f)(x)=x$ معًا هو بالضبط تعريف كون f معكوس g (لا يكفي تساوي التركيبين مع بعضهما البعض فحسب)

٢. نضع $y=\sqrt{x}+1$ ونبدّل المتغيرين:

$$x=\sqrt{y}+1$$

٣. نعزل الجذر ثم نربّع:

$$\sqrt{y}=x-1\ \Rightarrow\ y=(x-1)^2$$

س293 تبسيط الكسور الجبرية

السؤال: تبسيط العبارة $\dfrac{xy^2 - yx^2}{x^2 - y^2}$

الخيارات:

أ) $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{y}$

ب) $\dfrac{1}{y} - \dfrac{1}{x}$

ج) $\dfrac{xy}{x+y}$

د) $\dfrac{-xy}{x+y}$

الإجابة: (د) $\dfrac{-xy}{x+y}$

التلميح: أخرج xy عاملاً مشتركاً من البسط، وحلّل المقام كفرق بين مربعين، وانتبه لعكس إشارة القوس.

الحل:

١. نحلّل البسط والمقام:

$$\frac{xy(y-x)}{(x-y)(x+y)}$$

٢. نعكس إشارة القوس في البسط:

$$= \frac{-xy(x-y)}{(x-y)(x+y)}$$

٣. بالاختصار:

$$= \frac{-xy}{x+y}$$

س294 النمذجة بأنظمة المعادلات

السؤال: ثلاثة أشقاء مجموع أعمارهم 23 سنة، والأكبر عمره ضعف الأصغر، والأوسط يزيد عن الأصغر بـ 3 سنوات. كم عمر الأكبر؟

الخيارات:

أ) 5 سنوات

ب) 8 سنوات

ج) 10 سنوات

د) 12 سنة

الإجابة: (ج) 10 سنوات

التلميح: اجعل عمر الأصغر هو المجهول الأساسي وعبّر عن الباقين به.

الحل:

١. نفرض عمر الأصغر z، فيكون:

$$x = 2z, \qquad y = z + 3$$

٢. بالتعويض في مجموع الأعمار:

$$2z + (z+3) + z = 23 \;\Rightarrow\; 4z + 3 = 23$$

٣. إذن:

$$4z = 20 \;\Rightarrow\; z = 5$$

٤. عمر الأكبر:

$$x = 2 \times 5 = 10$$

س295 مجال الدالة الجذرية في المقام

السؤال: مجال الدالة $\frac{1}{\sqrt{x^2-9}}$

الخيارات:

أ) R

ب) $R-\{9\}$

ج) $R-\{3\}$

د) $(-\infty,-3)\cup(3,\infty)$

الإجابة: (د) $(-\infty,-3)\cup(3,\infty)$

التلميح: الجذر في المقام يفرض أن يكون ما تحته موجباً تماماً.

الحل:

١. الشرط:

$$x^2-9>0 \Rightarrow x^2>9$$

٢. بأخذ الجذر:

$$|x|>3 \Rightarrow x>3 \text{ أو } x<-3$$

٣. إذن المجال:

$$(-\infty,-3)\cup(3,\infty)$$

س296 مجال مجموع دالتين نسبيتين

السؤال: مجال الدالة $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+2}$

الخيارات:

أ) R

ب) $R-\{1\}$

ج) $R-\{1,-2\}$

د) $(1,-2)$

الإجابة: (ج) $R-\{1,-2\}$

التلميح: استبعد أصفار كل مقام على حدة، فالمجال هو تقاطع المجالين.

الحل:

١. أصفار المقام الأول:

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2$$

٢. أصفار المقام الثاني:

$$x-1=0 \Rightarrow x=1$$

٣. إذن المجال:

$$R-\{1,-2\}$$

س297 النسب بين متغيرات

السؤال: إذا كان $\frac{x}{x+5y}=4$ فإن قيمة $\frac{y}{x}$

الخيارات:

أ) $\frac{3}{10}$

ب) $\frac{-6}{10}$

ج) $\frac{5}{18}$

د) $\frac{-3}{20}$

الإجابة: (د) $\frac{-3}{20}$

التلميح: اضرب طرفين في وسطين ثم رتّب لتحصل على علاقة بين x و y ثم اقسم على x

الحل:

١. بالضرب التبادلي:

$$x = 4(x + 5y) \;\Rightarrow\; x = 4x + 20y$$

٢. بترتيب المعادلة:

$$3x = -20y$$

٣. بالقسمة على x ثم على 20:

$$\frac{y}{x} = \frac{-3}{20}$$

س298 الأنماط العددية

السؤال: العدد التالي في النمط $2,\ 5,\ 11,\ 23, \ldots$

الخيارات:

أ) 33

ب) 35

ج) 44

د) 47

الإجابة: (د) 47

التلميح: الفروق بين الحدود هي $3, 6, 12$ وتتضاعف في كل خطوة؛ أو لاحظ أن كل حد $= 2\times$ السابق $+1$

الحل:

١. الفروق بين الحدود:

$$3,\ 6,\ 12$$

وهي تتضاعف

٢. الفرق التالي:

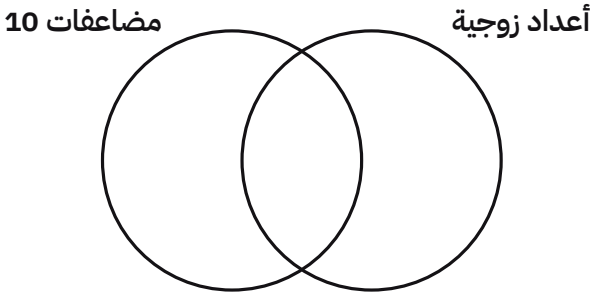
$$12 \times 2 = 24$$

٣. إذن الحد التالي:

$$23 + 24 = 47$$

س299 مخططات فِن وتقاطع المجموعات العددية

السؤال: تتقاطع المجموعات في الشكل المجاور (مضاعفات العشرة الموجبة، والأعداد الزوجية) في العدد T. القيمة الممكنة للعدد T هي



الخيارات:
أ) 12
ب) 40
ج) 52
د) 96

الإجابة: (ب) 40

التلميح: العدد يجب أن ينتمي للمجموعتين معاً، وشرط مضاعفات العشرة أضيق من شرط الزوجية.

الحل:

١. العدد في التقاطع يجب أن يكون من مضاعفات العشرة الموجبة

٢. وأن يكون زوجياً في الوقت نفسه

٣. من الخيارات، الوحيد الذي يقبل القسمة على 10 هو 40

س300 مجموعات الأعداد

السؤال: اتحاد مجموعة الأعداد النسبية ومجموعة الأعداد غير النسبية ينتج عنه

الخيارات:
أ) مجموعة الأعداد الطبيعية
ب) مجموعة الأعداد الصحيحة
ج) مجموعة الأعداد الكلية
د) مجموعة الأعداد الحقيقية

الإجابة: (د) مجموعة الأعداد الحقيقية

التلميح: أي عدد على خط الأعداد إما نسبي وإما غير نسبي، فما المجموعة التي تضمّهما؟

الحل:

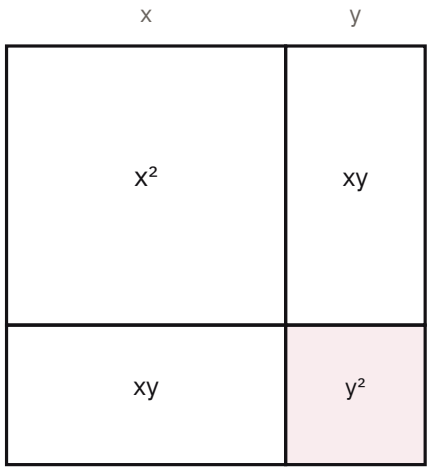
١. الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية مجموعتان منفصلتان لا تشتركان في عنصر

٢. واتحادهما يستوعب كل نقاط خط الأعداد

٣. إذن الناتج هو مجموعة الأعداد الحقيقية

س301 التمثيل الهندسي للمتطابقات

السؤال: إذا كانت الأشكال المظللة تمثل مربعات، وكان $ad = bc$، فإن مساحة الشكل (مربع ضلعه x، ومربع ضلعه y، ومستطيلان أبعادهما x و y)



الخيارات:
أ) $(x+y)(x-y)$
ب) $x^2-2xy+y^2$
ج) x^2+y^2
د) $x^2+2xy+y^2$
الإجابة: (د) $x^2+2xy+y^2$
التلميح: اجمع مساحات المربعين والمستطيلين، أو لاحظ أن الشكل كله مربع ضلعه $x+y$
الحل:
١. مساحتا المربعين:

$$x^2+y^2$$

٢. مساحتا المستطيلين:

$$xy+yx=2xy$$

٣. مساحة الشكل كاملاً:

$$x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$$

س302 حل المعادلة التربيعية
السؤال: مجموعة حل المعادلة $2x^2+2x=x^2+3$
الخيارات:
أ) $\{1\}$
ب) $\{1,-3\}$
ج) $\{-3\}$
د) $\varnothing$
الإجابة: (ب) $\{1,-3\}$
التلميح: انقل كل الحدود لطرف واحد أولاً فتصبح معادلة تربيعية قابلة للتحليل.
الحل:
١. بنقل الحدود:

$$2x^2+2x-x^2-3=0 \Rightarrow x^2+2x-3=0$$

٢. بالتحليل:

$$(x+3)(x-1)=0$$

٣. إذن:

$$x = 1 \quad \text{أو} \quad x = -3$$

س303 المتباينات الخطية بالكسور

السؤال: مجموعة حل المتباينة $x - \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}(x-1)\right) < \frac{2}{3}(x-1)$

الخيارات:

أ) $(0, \infty)$
ب) $(-\infty, -5)$
ج) $(-5, \infty)$
د) $(0, 5)$

الإجابة: (ب) $(-\infty, -5)$

التلميح: ابدأ بفك القوس الداخلي ثم الخارجي، واجمع المتشابهات قبل العزل.

الحل:

١. بفك الأقواس:

$$x - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x - \frac{1}{4} < \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$$

٢. بجمع المتشابهات:

$$\frac{3}{4}x - \frac{2}{3}x < -\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

٣. بالتبسيط:

$$\frac{1}{12}x < \frac{-5}{12}$$

٤. إذن:

$$x < -5 \Rightarrow (-\infty, -5)$$

س304 النمذجة بالمعادلات الخطية (1444)

السؤال: طول محمد 150 cm ويزيد كل شهر بمقدار $\frac{1}{12}$ cm، وطول خالد 147 cm ويزيد كل شهر بمقدار $\frac{1}{6}$ cm. بعد كم شهر يصبحان بنفس الطول؟

الخيارات:

أ) 12
ب) 18
ج) 36
د) 48

الإجابة: (ج) 36

التلميح: اقسم فرق الطولين على فرق معدّلي الزيادة.

الحل:

١. فرق الطولين $= 150 - 147 = 3$

٢. فرق معدّلي الزيادة:

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{12}$$

٣. عدد الأشهر:

$$\frac{3}{\frac{1}{12}} = 3 \times 12 = 36$$

٤. التحقق:

$$150+\frac{36}{12}=153, \qquad 147+\frac{36}{6}=153$$

س305 الفرق بين مربعين وأنظمة المعادلات (1444)

السؤال: إذا كانت $x^2-y^2=55$ و $x-y=11$، أوجد قيمة y

الخيارات:

أ) -8

ب) -3

ج) 3

د) 8

الإجابة: (ب) -3

التلميح: حلّل الفرق بين مربعين واقسم على $x-y$ لتحصل على $x+y$، ثم حلّ النظام.

الحل:

١. بالتحليل:

$$(x-y)(x+y)=55$$

٢. بالتعويض:

$$11(x+y)=55 \;\Rightarrow\; x+y=5$$

٣. بحل النظام $x-y=11$ و $x+y=5$ بالحذف:

$$2x=16 \;\Rightarrow\; x=8$$

٤. إذن:

$$y=5-8=-3$$

س306 مجال الدالة اللوغاريتمية الجذرية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مجال الدالة $f(x)=\dfrac{\ln x}{\sqrt{5-x}}$

الخيارات:

أ) $[0,5]$

ب) $(0,5)$

ج) $(0,\infty)$

د) $(-\infty,5)$

الإجابة: (ب) $(0,5)$

التلميح: شرطان: ما داخل اللوغاريتم موجب، وما تحت الجذر في المقام موجب تماماً.

الحل:

١. شرط البسط:

$$x>0 \;\Rightarrow\; (0,\infty)$$

٢. شرط المقام:

$$5-x>0 \;\Rightarrow\; x<5 \;\Rightarrow\; (-\infty,5)$$

٣. المجال المشترك:

$$(0,\infty)\cap(-\infty,5)=(0,5)$$

س307 **خواص اللوغاريتمات** – خاص بالمستوى الثاني (1444)

السؤال: إذا كان $\log_3 4 = 1.26$، فما قيمة $\log_3 48$؟

الخيارات:

أ) 2.52

ب) 3

ج) 3.52

د) 4

الإجابة: (ج) 3.52

التلميح: حلّل 48 إلى $3 \times 4 \times 4$ لتستفيد من القيمة المعطاة ومن $\log_3 3 = 1$

الحل:

١. نحلّل العدد:

$$48 = 4 \times 4 \times 3$$

٢. نفكّك اللوغاريتم:

$$\log_3 48 = \log_3 4 + \log_3 4 + \log_3 3$$

٣. بالتعويض:

$$= 1.26 + 1.26 + 1 = 3.52$$

س308 **العمليات المعرّفة** (1444)

السؤال: إذا كانت $*$ معرّفة كما يلي $x * y = (x+y)^2 + (x-y)^2$، أوجد $\sqrt{5} * \sqrt{5}$

الخيارات:

أ) 5

ب) 10

ج) 15

د) 20

الإجابة: (د) 20

التلميح: عوّض $x = y = \sqrt{5}$؛ سينعدم القوس الثاني.

الحل:

١. بالتعويض:

$$\left(\sqrt{5}+\sqrt{5}\right)^2 + \left(\sqrt{5}-\sqrt{5}\right)^2$$

٢. بالتبسيط:

$$= \left(2\sqrt{5}\right)^2 + 0$$

٣. إذن:

$$= 4 \times 5 = 20$$

س309 **الحلول غير التافهة لأنظمة المعادلات** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: ما هي قيم k التي تجعل للنظام $x + (k-4)y = 0$ و $(k-4)x + y = 0$ حلولاً غير تافهة؟

الخيارات:

أ) $(3, 5)$

ب) $(-3, -5)$

ج) $(-3, 5)$

د) $(3, -5)$

الإجابة: (أ) $(3, 5)$

التلميح: النظام المتجانس له حل غير تافه إذا كان محدد المعاملات يساوي صفراً.
الحل:
١. نساوي المحدد بالصفر:

$$\begin{vmatrix} 1 & k-4 \\ k-4 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

٢. بالحساب:

$$1-(k-4)^2=0 \;\Rightarrow\; (k-4)^2=1$$

٣. بأخذ الجذر:

$$k-4=\pm 1$$

٤. إذن:

$$k=3 \quad \text{أو} \quad k=5$$

س310 ترتيب النقاط على مستقيم

السؤال: تقع النقاط A,B,C,D على استقامة واحدة بحيث تقع B بين A و C، والنقطة C بين B و D. أي العبارات التالية غير صحيحة؟
الخيارات:
أ) $AB \le CD$
ب) $AC < BC$
ج) $BC+CD=BD$
د) $AB+BC=AC$
الإجابة: ب) $AC < BC$
التلميح: ارسم الترتيب A,B,C,D ولاحظ أن BC جزء من AC، فأيهما أكبر؟
الحل:
١. الترتيب على المستقيم هو A ثم B ثم C ثم D
٢. القطعة BC جزء من القطعة AC، إذن:

$$AC > BC$$

٣. وبالتالي العبارة $AC < BC$ غير صحيحة

س311 مقاطع الدالة مع المحاور

السؤال: الدالة $f(x)=x^2-4$ تقطع محور y عند النقطة
الخيارات:
أ) $(0,2)$
ب) $(0,4)$
ج) $(0,-2)$
د) $(0,-4)$
الإجابة: د) $(0,-4)$
التلميح: لإيجاد مقطع المحور الصادي نضع $x=0$، لا العكس.
الحل:
١. نضع $x=0$:

$$f(0)=0-4=-4$$

٢. إذن نقطة التقاطع:

$$(0,-4)$$

س312 **حل المعادلات الأسية باللوغاريتم الطبيعي** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $3^{x+5} = e^2$، فإن قيمة x تساوي

الخيارات:

أ) $\ln 5$

ب) $\dfrac{2 + 5\ln 3}{\ln 3}$

ج) $\dfrac{2 - 5\ln 3}{\ln 3}$

د) $\ln 3$

الإجابة: (ج) $\dfrac{2 - 5\ln 3}{\ln 3}$

التلميح: خذ ln للطرفين وتذكّر أن $\ln e = 1$، ثم افصل الحدود التي تحوي x

الحل:

١. بأخذ ln للطرفين:

$$(x+5)\ln 3 = 2\ln e = 2$$

٢. بالتوزيع:

$$x\ln 3 + 5\ln 3 = 2$$

٣. بالعزل:

$$x\ln 3 = 2 - 5\ln 3$$

٤. إذن:

$$x = \frac{2 - 5\ln 3}{\ln 3}$$

س313 **تعامد المتجهات** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان المتجهان $\langle 1, 2, 4\rangle$ و $\langle 2, 4, k\rangle$ متعامدين، فإن قيمة k

الخيارات:

أ) $\dfrac{5}{2}$

ب) $\dfrac{-5}{2}$

ج) 8

د) -8

الإجابة: (ب) $\dfrac{-5}{2}$

التلميح: شرط التعامد أن يكون الضرب القياسي للمتجهين مساوياً للصفر.

الحل:

١. نطبق شرط التعامد:

$$1 \times 2 + 2 \times 4 + 4 \times k = 0$$

٢. بالتبسيط:

$$2 + 8 + 4k = 0 \;\Rightarrow\; 4k = -10$$

٣. إذن:

$$k = \frac{-10}{4} = \frac{-5}{2}$$

س314 الانعكاس حول المستقيم $y = x$

السؤال: انعكاس النقطة $(8, 9)$ حول المستقيم $y = x$ هو

الخيارات:

أ) $(8, 9)$

ب) $(9, 8)$

ج) $(-8, 9)$

د) $(-9, 8)$

الإجابة: (ب) $(9, 8)$

التلميح: الانعكاس حول $y = x$ يبدّل الإحداثيين ولا يغيّر إشاراتهما.

الحل:

١. عند الانعكاس حول المستقيم $y = x$ نبدّل الإحداثيين:

$$(8, 9) \to (9, 8)$$

س315 قوانين الأسس — خاص بالمستوى الثاني (1444)

السؤال: إذا كان $10^{2y} = 25$، فإن 10^{-y} يساوي

الخيارات:

أ) 2

ب) 5

ج) $\frac{1}{5}$

د) $-\frac{1}{5}$

الإجابة: (ج) $\frac{1}{5}$

التلميح: اكتب المعادلة على صورة $(10^y)^2 = 5^2$ لتجد 10^y، ثم خذ مقلوبه.

الحل:

١. نعيد الكتابة:

$$(10^y)^2 = 5^2$$

٢. إذن:

$$10^y = 5$$

٣. والأس السالب يعني المقلوب:

$$10^{-y} = \frac{1}{5}$$

س316 الجداء التلسكوبي (1444)

السؤال: مجموعة حل المعادلة $x^2 = 16\left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \cdots \times \frac{1599}{1600}\right)$

الخيارات:

أ) ± 4

ب) ± 10

ج) $\pm \frac{1}{4}$

د) $\pm \frac{1}{10}$

الإجابة: (د) $\pm \frac{1}{10}$

التلميح: الحاصل تلسكوبي: بسط كل كسر يختصر مع مقام سابقه، فلا يتبقى إلا البسط الأول والمقام الأخير.

الحل:

٠١. بالاختصار التلسكوبي:

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \cdots \times \frac{1599}{1600} = \frac{1}{1600}$$

٠٢. بالتعويض:

$$x^2 = \frac{16}{1600} = \frac{1}{100}$$

٠٣. بأخذ الجذر:

$$x = \pm \frac{1}{10}$$

س317 المميز والحل الوحيد (1444)

السؤال: قيمة a التي تجعل للمعادلة $ax^2 - 12x = -9$ حلاً وحيداً

الخيارات:

أ) -4

ب) -3

ج) 3

د) 4

الإجابة: (د) 4

التلميح: رتّب المعادلة في الصورة القياسية أولاً، ثم اجعل المميز يساوي صفراً.

الحل:

٠١. نرتّب المعادلة:

$$ax^2 - 12x + 9 = 0$$

٠٢. نساوي المميز بالصفر:

$$(-12)^2 - 4(a)(9) = 0$$

٠٣. بالتبسيط:

$$144 = 36a$$

٠٤. إذن:

$$a = 4$$

س318 العبارات المنطقية في الهندسة (1444)

السؤال: "كل رباعي منتظم متوازي أضلاع"، هذه العبارة

الخيارات:

أ) صحيحة دائماً

ب) صحيحة أحياناً

ج) خاطئة أحياناً

د) خاطئة دائماً

الإجابة: (أ) صحيحة دائماً

التلميح: الرباعي المنتظم هو المربع، فهل ينطبق عليه تعريف متوازي الأضلاع؟

الحل:

٠١. الرباعي المنتظم هو المربع (أضلاعه متساوية وزواياه متساوية)

٠٢. وفي المربع كل ضلعين متقابلين متوازيان ومتساويان

٣. إذن ينطبق عليه تعريف متوازي الأضلاع، والعبارة صحيحة دائماً

س319 مدى الدالة التربيعية (1444)

السؤال: مدى الدالة $f(x) = 1 - x^2$

الخيارات:

أ) $(1, \infty)$
ب) $[1, \infty)$
ج) $(-\infty, 1)$
د) $(-\infty, 1]$

الإجابة: (د) $(-\infty, 1]$

التلميح: الإشارة السالبة أمام x^2 تقلب المنحنى لأسفل، فتكون القمة هي أكبر قيمة.

الحل:

١. بما أن $x^2 \geq 0$ فإن $-x^2 \leq 0$

٢. إذن:

$$1 - x^2 \leq 1$$

٣. والقيمة العظمى 1 تتحقق عند $x = 0$، إذن المدى:

$$(-\infty, 1]$$

س320 مجال الدالة الجذرية في المقام

السؤال: مجال الدالة $f(x) = \dfrac{2x + 2}{\sqrt{x^2 - 1}}$

الخيارات:

أ) R
ب) $R - \{1, -1\}$
ج) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
د) $(0, \infty) \cup (-\infty, 0)$

الإجابة: (ج) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

التلميح: الجذر في المقام يجمع شرطين في شرط واحد: ما تحته أكبر من الصفر تماماً.

الحل:

١. الشرط:

$$x^2 - 1 > 0 \;\Rightarrow\; x^2 > 1$$

٢. بأخذ الجذر:

$$|x| > 1 \;\Rightarrow\; x > 1 \text{ أو } x < -1$$

٣. إذن المجال:

$$(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$$

س321 المجموعات الجزئية

السؤال: مجموعة مكوّنة من 5 عناصر، أوجد عدد المجموعات الجزئية لها عدا $\varnothing$

الخيارات:

أ) 5
ب) 8
ج) 31
د) 32

الإجابة: (ج) 31

التلميح: عدد المجموعات الجزئية لمجموعة من n عنصراً هو 2^n، ثم استثنِ المطلوب استثناؤه.
الحل:
١. عدد المجموعات الجزئية:

$$2^n = 2^5 = 32$$

٢. باستثناء المجموعة الخالية:

$$32 - 1 = 31$$

س322 النمذجة بالقسمة

السؤال: قطعة من الحديد سمكها k، ويراد تقسيمها إلى عدة رقائق سمك الواحدة منها 1.5 cm. ما المعادلة التي تمثلها؟
الخيارات:
أ) $\frac{k}{3}$
ب) $\frac{2k}{3}$
ج) $\frac{3k}{2}$
د) $\frac{k}{2}$
الإجابة: (ب) $\frac{2k}{3}$
التلميح: عدد الرقائق $=$ السمك الكلي مقسوماً على سمك الرقيقة، و $1.5 = \frac{3}{2}$
الحل:
١. نحوّل العدد العشري إلى كسر:

$$1.5 = \frac{3}{2}$$

٢. نقسم:

$$k \div \frac{3}{2} = k \times \frac{2}{3} = \frac{2k}{3}$$

س323 تكوين المعادلة من جذريها

السؤال: $x = -1$ و $x = 4$ حلّان للمعادلة
الخيارات:
أ) $(x+1)(x+4) = 0$
ب) $(x-1)(x-4) = 0$
ج) $(x-1)(x+4) = 0$
د) $(x+1)(x-4) = 0$
الإجابة: (د) $(x+1)(x-4) = 0$
التلميح: الجذر السالب يقابله قوس بإشارة موجبة والعكس؛ تحقّق بالتعويض.
الحل:
١. إذا كان $x = -1$ جذراً فالعامل هو $x + 1$
٢. وإذا كان $x = 4$ جذراً فالعامل هو $x - 4$
٣. إذن المعادلة:

$$(x+1)(x-4) = 0$$

س324 المجموعة الخالية والاحتواء

السؤال: إذا كان $A = \{0\}$ و $B = \varnothing$ فإن

الخيارات:

أ) $A \cup B = \varnothing$

ب) $A \cap B = \{0\}$

ج) $A \subset B$

د) $B \subset A$

الإجابة: (د) $B \subset A$

التلميح: انتبه أن $\{0\}$ ليست مجموعة خالية بل تحتوي عنصراً واحداً هو الصفر.

الحل:

١. المجموعة الخالية مجموعة جزئية من أي مجموعة

٢. إذن:

$$B \subset A$$

٣. أما الاتحاد فيساوي $\{0\}$

٤. والتقاطع يساوي $\varnothing$

س325 ثلاثيات فيثاغورس

السؤال: ما نوع المثلث الذي أطوال أضلاعه 6, 8, 10؟

الخيارات:

أ) حاد الزوايا

ب) منفرج الزاوية

ج) قائم الزاوية

د) لا تمثل أضلاع مثلث

الإجابة: (ج) قائم الزاوية

التلميح: اختبر إن كان مربع أطول ضلع يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين.

الحل:

١. نختبر نظرية فيثاغورس:

$$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

٢. ومربع أطول ضلع:

$$10^2 = 100$$

٣. تساوى الطرفان، إذن المثلث قائم الزاوية

س326 الأنماط الهندسية (المتتابعات الهندسية)

السؤال: ما الحد التالي في النمط $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \ldots$

الخيارات:

أ) $\frac{5}{6}$

ب) $\frac{3}{2}$

ج) $\frac{1}{2}$

د) $\frac{4}{3}$

الإجابة: (د) $\frac{4}{3}$

التلميح: اقسم كل حد على الذي قبله لتكتشف أن القاعدة ضرب لا جمع.

الحل:

١. قاعدة النمط هي الضرب في 2:

$$\frac{1}{6} \times 2 = \frac{1}{3}, \qquad \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$$

٢. الحد التالي:

$$\frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3}$$

س327 النمذجة بالمعادلات الخطية

السؤال: اشترى صالح 6 كتب، واشترت هند x كتاباً، وكان إجمالي عدد الكتب 30 كتاباً. كم كتاباً اشترت هند؟

الخيارات:

أ) 6

ب) 12

ج) 24

د) 36

الإجابة: (ج) 24

التلميح: كوّن معادلة جمع بسيطة ثم اعزل المجهول.

الحل:

١. نكوّن المعادلة:

$$x + 6 = 30$$

٢. إذن:

$$x = 30 - 6 = 24$$

س328 الدوال الزوجية والفردية

السؤال: ما نوع الدالة $f(x) = \dfrac{x}{x^3 + x}$؟

الخيارات:

أ) زوجية

ب) فردية

ج) زوجية وفردية

د) ليست زوجية وليست فردية

الإجابة: (أ) زوجية

التلميح: عوّض بـ $-x$ وقارن الناتج بـ $f(x)$، وقاعدة سريعة: فردية على فردية تعطي زوجية.

الحل:

١. نعوّض بـ $-x$:

$$f(-x) = \frac{-x}{(-x)^3 + (-x)} = \frac{-x}{-(x^3 + x)}$$

٢. بالتبسيط:

$$= \frac{x}{x^3 + x} = f(x)$$

٣. وبما أن $f(-x) = f(x)$ فالدالة زوجية

س329 مجال الدالة الجذرية

السؤال: مجال الدالة $f(x) = \sqrt{x - 10}$

الخيارات:

أ) $(-10, \infty)$

ب) $[10, \infty)$
ج) $(10, \infty)$
د) $(-10, \infty]$
الإجابة: (ب) $[10, \infty)$
التلميح: الجذر في البسط يسمح بالتساوي بالصفر، فالقوس مغلق.
الحل:
١. الشرط:

$$x - 10 \geq 0$$

٢. إذن:

$$x \geq 10 \ \Rightarrow \ [10, \infty)$$

س330 مجال الدالة النسبية

السؤال: مجال الدالة $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2-1}$
الخيارات:
أ) R
ب) $R - \{1\}$
ج) $R - \{-1\}$
د) $R - \{1, -1\}$
الإجابة: (د) $R - \{1, -1\}$
التلميح: لا تختصر قبل إيجاد المجال، المجال يُحدَّد من المقام الأصلي.
الحل:
١. نوجد أصفار المقام:

$$x^2 - 1 = 0 \ \Rightarrow \ x^2 = 1$$

٢. إذن:

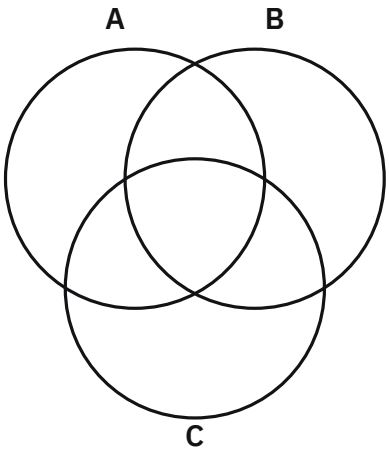
$$x = \pm 1$$

٣. المجال:

$$R - \{1, -1\}$$

س331 العمليات على المجموعات من مخطط فِن

السؤال: في الشكل المقابل، أي الآتي يمثل $(A \cap B) \cup (A \cap C)$؟ حيث $A \cap B = \{2, 4\}$ و $A \cap C = \{4, 6\}$



الخيارات:
أ) $\{4,6\}$
ب) $\{4,5\}$
ج) $\{2,4,6\}$
د) $\{2,4,5,6\}$
الإجابة: (ج) $\{2,4,6\}$
التلميح: نفّذ التقاطعين أولاً ثم اتحدهما، مع عدم تكرار العنصر المشترك.
الحل:
١. التقاطعان:

$$A \cap B = \{2,4\}, \qquad A \cap C = \{4,6\}$$

٢. الاتحاد:

$$\{2,4\} \cup \{4,6\} = \{2,4,6\}$$

س332 **خاصية** $a^{\log_a x} = x$ — خاص بالمستوى الثاني
السؤال: إذا كان $2^{\log_2 5} + 7^{\log_7 3} = 9^{\log_9 x}$ فإن قيمة x تساوي
الخيارات:
أ) 0
ب) 6
ج) 8
د) 9
الإجابة: (ج) 8
التلميح: الأساس ومقدار اللوغاريتم متطابقان في كل حد، فيختصران مباشرة.
الحل:
١. نطبق الخاصية $a^{\log_a x} = x$ حيث $x > 0$:

$$5 + 3 = x$$

٢. إذن:

$$x = 8$$

س333 **تبسيط المقادير الأسية** — خاص بالمستوى الثاني
السؤال: بسّط المقدار $\dfrac{2^{\sqrt{5x}+1} + 2^{\sqrt{5x}+1}}{2\sqrt{2}}$
الخيارات:
أ) $\sqrt{5x}$
ب) $2^{\sqrt{5x}}$
ج) $2^{\sqrt{5x}+\frac{1}{2}}$
د) $2^{\sqrt{5x}-\frac{1}{2}}$
الإجابة: (ج) $2^{\sqrt{5x}+\frac{1}{2}}$
التلميح: الحدّان في البسط متطابقان فمجموعهما ضعف أحدهما، واكتب $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$
الحل:
١. نجمع البسط:

$$2^{\sqrt{5x}+1} + 2^{\sqrt{5x}+1} = 2 \cdot 2^{\sqrt{5x}+1}$$

٢. نبسّط مع المقام:

$$\frac{2 \cdot 2^{\sqrt{5x}+1}}{2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{2^{\sqrt{5x}+1}}{2^{\frac{1}{2}}}$$

٣. بطرح الأسس:

$$= 2^{\sqrt{5x}+1-\frac{1}{2}} = 2^{\sqrt{5x}+\frac{1}{2}}$$

س334 الأنظمة المتجانسة والمحدد – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: ما قيمة k التي تجعل للنظام $2x + y = 0$ و $(k+1)x + \frac{1}{2}y = 0$ حلولاً غير منتهية؟

الخيارات:

أ) 0

ب) 1

ج) 2

د) 3

الإجابة: (أ) 0

التلميح: الحلول غير المنتهية للنظام المتجانس تتحقق عندما يكون المحدد صفراً.

الحل:

١. نساوي المحدد بالصفر:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ k+1 & \frac{1}{2} \end{vmatrix} = 0$$

٢. بالحساب:

$$1 - (k+1) = 0$$

٣. إذن:

$$k = 0$$

س335 المعادلات ذات الأسس الكسرية (1446)

السؤال: حل المعادلة $x^{\frac{3}{2}} + 4 = 31$

الخيارات:

أ) 27

ب) 9

ج) 6

د) 3

الإجابة: (ب) 9

التلميح: اعزل الحد الأسي أولاً، ثم ارفع الطرفين للقوة $\frac{2}{3}$، أو اكتب $27 = 3^3$

الحل:

١. بعزل الحد الأسي:

$$x^{\frac{3}{2}} = 27 = 3^3$$

٢. نكتب الطرف الأيسر:

$$\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^3 = 3^3$$

٣. بمساواة الأساسين:

$$x^{\frac{1}{2}} = 3 \;\Rightarrow\; x = 9$$

س336 معكوس المصفوفة وقواها — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $A^{-2}=\begin{bmatrix}4&0\\0&16\end{bmatrix}$، أوجد A

الخيارات:

أ) $\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&0\\0&\frac{1}{4}\end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix}-1&0\\0&\frac{-1}{4}\end{bmatrix}$

ج) $\begin{bmatrix}4&0\\0&\frac{1}{2}\end{bmatrix}$

د) $\begin{bmatrix}\frac{-1}{16}&0\\0&\frac{1}{4}\end{bmatrix}$

الإجابة: (أ) $\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&0\\0&\frac{1}{4}\end{bmatrix}$

التلميح: $A^{-2}=(A^{-1})^2$، وفي المصفوفة القطرية تُربَّع عناصر القطر فقط.

الحل:

١. نكتب:

$$(A^{-1})^2=\begin{bmatrix}4&0\\0&16\end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow\ A^{-1}=\begin{bmatrix}2&0\\0&4\end{bmatrix}$$

٢. نستخدم $A\cdot A^{-1}=I$:

$$\begin{bmatrix}x&0\\0&y\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2&0\\0&4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$$

٣. إذن:

$$2x=1,\quad 4y=1\ \Rightarrow\ x=\frac{1}{2},\quad y=\frac{1}{4}$$

٤. وبالتالي:

$$A=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&0\\0&\frac{1}{4}\end{bmatrix}$$

س337 جمع الكسور الجبرية المتناظرة (1446)

السؤال: إذا كانت $xyz=2$ و $x+y+z=10$، أوجد $\frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{xz}$

الخيارات:

أ) 2

ب) 3

ج) 4

د) 5

الإجابة: (د) 5
التلميح: وحّد المقامات على xyz؛ سيظهر مجموع المتغيرات في البسط مباشرة.
الحل:
١. بتوحيد المقامات:

$$\frac{z+x+y}{xyz}$$

٢. بالتعويض:

$$=\frac{10}{2}=5$$

س338 مدى دالة القيمة المطلقة

السؤال: مدى الدالة $f(x)=\left|x^2-2\right|-3$
الخيارات:
أ) $(-3,\infty)$
ب) $[-3,\infty)$
ج) $(-\infty,-3)$
د) $(-\infty,-3]$
الإجابة: (ب) $[-3,\infty)$
التلميح: القيمة المطلقة أصغر ما تكون هي الصفر، فما أصغر قيمة للدالة كلها؟
الحل:
١. أصغر قيمة للقيمة المطلقة هي الصفر:

$$\left|x^2-2\right|\geq 0$$

٢. بطرح 3:

$$\left|x^2-2\right|-3\geq -3$$

٣. إذن المدى:

$$[-3,\infty)$$

س339 المتطابقات الجبرية (1446)

السؤال: أوجد ناتج $a^2+(a+1)^2+\left(a^2+a\right)^2$
الخيارات:
أ) $\left(a^2+a+1\right)^2$
ب) $\left(a^2-a+1\right)^2$
ج) $\left(a^2+2a+1\right)^2$
د) $\left(a^2+a-1\right)^2$
الإجابة: (أ) $\left(a^2+a+1\right)^2$
التلميح: أسرع طريقة هي التعويض بـ $a=1$ واختبار الخيارات.
الحل:
١. بفك المربعات:

$$a^2+\left(a^2+2a+1\right)+\left(a^4+2a^3+a^2\right)$$

٢. بجمع المتشابهات:

$$a^4+2a^3+3a^2+2a+1$$

٣. وهذا مربع كامل لثلاثة حدود:

$$=\left(a^2+a+1\right)^2$$

٤. طريقة أخرى: نجرّب $a = 1$ فيكون الطرف الأيسر $1 + 4 + 4 = 9$، ولا يتحقق ذلك إلا في الفقرة (أ)

س340 متباينات القيمة المطلقة المزدوجة

السؤال: حل المتباينة $0 < |2x - 2| < 2$

الخيارات:

أ) $(0, 2)$

ب) $(0, 1) \cup (1, 2)$

ج) $(-2, 0) \cup (0, 2)$

د) $(2, 4)$

الإجابة: (ب) $(0, 1) \cup (1, 2)$

التلميح: الشرط $|u| > 0$ يستبعد النقطة التي تجعل ما داخل القيمة المطلقة صفراً، فتنقسم الفترة إلى فترتين.

الحل:

١. نستخدم القاعدة: إذا كان $a < |u| < b$ فإن $u \in (-b, -a) \cup (a, b)$

$$2x - 2 \in (-2, 0) \cup (0, 2)$$

٢. بإضافة 2 لكل الحدود:

$$2x \in (0, 2) \cup (2, 4)$$

٣. بالقسمة على 2:

$$x \in (0, 1) \cup (1, 2)$$

س341 مجال الدالة النسبية الجذرية

السؤال: مجال الدالة $f(x) = \dfrac{\sqrt{5x + 2}}{3x + 5}$

الخيارات:

أ) $\left(\dfrac{-3}{5}, \dfrac{-2}{5}\right)$

ب) $\left(-\infty, \dfrac{-3}{5}\right] \cup \left[\dfrac{-2}{5}, \infty\right)$

ج) $\left[\dfrac{-2}{5}, \infty\right)$

د) $\left(-\infty, \dfrac{-3}{5}\right) \cup \left(\dfrac{-3}{5}, \dfrac{-2}{5}\right) \cup \left(\dfrac{-2}{5}, \infty\right)$

الإجابة: (ج) $\left[\dfrac{-2}{5}, \infty\right)$

التلميح: أوجد شرط البسط وأصفار المقام، ثم لاحظ أن صفر المقام يقع خارج فترة البسط أصلاً.

الحل:

١. شرط البسط:

$$5x + 2 \geq 0 \;\Rightarrow\; x \geq \frac{-2}{5}$$

٢. أصفار المقام:

$$3x + 5 = 0 \;\Rightarrow\; x = \frac{-5}{3}$$

٣. المجال المشترك:

$$\left(R - \left\{\frac{-5}{3}\right\}\right) \cap \left[\frac{-2}{5}, \infty\right) = \left[\frac{-2}{5}, \infty\right)$$

س342 المعادلات الجذرية المتداخلة

السؤال: مجموعة حل المعادلة $\sqrt{\sqrt{x}+1}=\sqrt{x}-1$

الخيارات:

أ) $\varnothing$

ب) $\{0,9\}$

ج) $\{9\}$

د) $\{4\}$

الإجابة: (ج) $\{9\}$

التلميح: ربّع الطرفين ثم اجمع المتشابهات، وتحقّق من الجذور في المعادلة الأصلية لاستبعاد الدخيلة.

الحل:

١. بتربيع الطرفين:

$$\sqrt{x}+1=x-2\sqrt{x}+1$$

٢. بجمع المتشابهات:

$$x-3\sqrt{x}=0 \;\Rightarrow\; x=3\sqrt{x}$$

٣. بتربيع الطرفين مرة أخرى:

$$x^2-9x=0 \;\Rightarrow\; x(x-9)=0$$

٤. عند $x=0$ يصبح الطرف الأيمن -1 وهو مرفوض، إذن:

$$x=9$$

س343 المعادلات في الأعداد المركبة – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: ما أصغر مجموعة تحوي حلول المعادلة $(ix^2)^2+1=0$؟

الخيارات:

أ) R

ب) Z

ج) C

د) N

الإجابة: (ج) C

التلميح: بعض الجذور حقيقية وبعضها تخيلي، فما المجموعة التي تسعهما معاً؟

الحل:

١. نفك ونبسّط مع $i^2=-1$:

$$-x^4+1=0 \;\Rightarrow\; x^4-1=0$$

٢. بالتحليل:

$$(x^2-1)(x^2+1)=0$$

٣. من العامل الأول:

$$x=1 \quad \text{أو} \quad x=-1$$

٤. ومن العامل الثاني:

$$x=i \quad \text{أو} \quad x=-i$$

٥. وبما أن بعض الحلول تخيلية فأصغر مجموعة تحويها جميعاً هي C

س344 مسائل العمل والزمن (1446، 1447)

السؤال: عامل ينجز عمله في 9 ساعات، إذا ساعده عامل آخر وأنجزا عملهما في 3 ساعات، فكم عدد الساعات التي يستغرقها العامل الآخر إذا عمل بمفرده؟

الخيارات:

أ) $\frac{9}{2}$

ب) $\frac{9}{3}$

ج) 3

د) 6

الإجابة: (أ) $\frac{9}{2}$

التلميح: اجمع معدّلي الإنجاز (الجزء المنجز في الساعة) لا الأزمنة نفسها.

الحل:

١. نكوّن معادلة المعدلات:

$$\frac{1}{9}+\frac{1}{x}=\frac{1}{3}$$

٢. بتوحيد المقامات:

$$\frac{x+9}{9x}=\frac{1}{3}$$

٣. بالضرب التبادلي:

$$3x+27=9x \;\Rightarrow\; 6x=27$$

٤. إذن:

$$x=\frac{27}{6}=\frac{9}{2}$$

س345 معادلات القيمة المطلقة (1446)

السؤال: حل المعادلة $2|1-x|=x+5$

الخيارات:

أ) $\{1,7\}$

ب) $\{-1,-7\}$

ج) $\{-1,7\}$

د) $\{1,-7\}$

الإجابة: (ج) $\{-1,7\}$

التلميح: اعزل القيمة المطلقة أولاً، ثم افتح حالتين: موجبة وسالبة للطرف الآخر.

الحل:

١. بعزل القيمة المطلقة:

$$|1-x|=\frac{x+5}{2}$$

٢. الحالة الأولى:

$$2-2x=x+5 \;\Rightarrow\; 3x=-3 \;\Rightarrow\; x=-1$$

٣. الحالة الثانية:

$$2-2x=-x-5 \;\Rightarrow\; -x=-7 \;\Rightarrow\; x=7$$

س346 **المعادلات الأسية** – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: إذا كانت $16^{2x-1} = 4^{6x}$، أوجد قيمة x

الخيارات:

أ) 1

ب) -1

ج) $\frac{-1}{2}$

د) $\frac{1}{2}$

الإجابة: (ب) -1

التلميح: وحّد الأساس: $16 = 4^2$، ثم ساوِ الأسس.

الحل:

١. نوحّد الأساس:

$$(4^2)^{2x-1} = 4^{6x} \;\Rightarrow\; 4^{4x-2} = 4^{6x}$$

٢. بمساواة الأسس:

$$4x - 2 = 6x \;\Rightarrow\; -2 = 2x$$

٣. إذن:

$$x = -1$$

س347 **مجال مقلوب تركيب دالتين** – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: إذا كانت $f(x) = x^2 - 1$ و $g(x) = x - 1$، أوجد مجال $\frac{1}{(f \circ g)(x)}$

الخيارات:

أ) R

ب) $R - \{0, 1\}$

ج) $R - \{0, 2\}$

د) $(0, 2)$

الإجابة: (ج) $R - \{0, 2\}$

التلميح: كوّن التركيب أولاً، ثم استبعد القيم التي تجعله صفراً لأنه صار مقاماً.

الحل:

١. نوجد التركيب:

$$(f \circ g)(x) = (x-1)^2 - 1 = x^2 - 2x$$

٢. نستبعد أصفاره:

$$x^2 - 2x = 0 \;\Rightarrow\; x(x-2) = 0$$

٣. إذن:

$$x = 2 \text{ أو } x = 0$$

٤. المجال:

$$R - \{0, 2\}$$

س348 **الدالة العكسية للدالة النسبية** – خاص بالمستوى الثاني (1446، 1447)

السؤال: أوجد الدالة العكسية للدالة $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$

الخيارات:

أ) $\frac{x+2}{x-1}$

ب) $\dfrac{2x+1}{x-1}$
ج) $\dfrac{2x-1}{x-1}$
د) $\dfrac{-2x-1}{x-1}$

الإجابة: (د) $\dfrac{-2x-1}{x-1}$

التلميح: بدّل المتغيرين، اضرب طرفين في وسطين، ثم اجمع حدود y في طرف واحد.

الحل:

١. نبدّل المتغيرين:

$$x = \frac{y-1}{y+2}$$

٢. بالضرب التبادلي:

$$xy + 2x = y - 1$$

٣. بتجميع حدود y:

$$xy - y = -2x - 1 \;\Rightarrow\; y(x-1) = -2x - 1$$

٤. إذن:

$$f^{-1}(x) = \frac{-2x-1}{x-1}$$

س349 أنظمة المعادلات بالتعويض (1446)

السؤال: أوجد حل النظام $y = 2x - 5$ و $y = x - 2$

الخيارات:

أ) $(3, 1)$
ب) $(-3, 1)$
ج) $(3, -1)$
د) $(-3, -1)$

الإجابة: (أ) $(3, 1)$

التلميح: بما أن الطرف الأيسر واحد في المعادلتين، ساوِ الطرفين الأيمنين مباشرة.

الحل:

١. بمساواة المعادلتين:

$$2x - 5 = x - 2$$

٢. بالعزل:

$$x = 3$$

٣. بالتعويض:

$$y = 3 - 2 = 1$$

س350 محددات المصفوفات 3×3 – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: إذا كانت

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & a & b \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

و $|A| = 2$، ما العلاقة بين a و b؟

الخيارات:

أ) $a+b=1$
ب) $a=b+2$
ج) $a=b+1$
د) $a+b=2$

الإجابة: (ج) $a=b+1$

التلميح: الصف الأول فيه صفران، ففكّ المحدد بالنسبة له لتختصر الحسابات.

الحل:

١. بفكّ المحدد بالنسبة للصف الأول:

$$2(a\times 1-b\times 1)=2$$

٢. بالتبسيط:

$$2(a-b)=2 \;\Rightarrow\; a-b=1$$

٣. إذن:

$$a=b+1$$

س351 ضرب المصفوفات والمحدد – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$$

، أوجد $a+d$

الخيارات:

أ) 16
ب) 8
ج) -5
د) -4

الإجابة: (د) -4

التلميح: يكفي حساب عنصري القطر الرئيسي في حاصل الضرب.

الحل:

١. نضرب المصفوفتين:

$$\begin{bmatrix} 4-9 & 6+15 \\ 4+3 & 6-5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 21 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$$

٢. إذن:

$$a=-5, \qquad d=1$$

٣. وبالتالي:

$$a+d=-5+1=-4$$

س352 المتتابعات الهندسية بأساس سالب

السؤال: الحد التالي في النمط $18,\ -6,\ 2,\ -\frac{2}{3},\ldots$

الخيارات:

أ) 9
ب) -9
ج) $-\frac{2}{9}$
د) $\frac{2}{9}$

الإجابة: (د) $\frac{2}{9}$
التلميح: قاعدة النمط هي القسمة على -3، فالإشارة تتبادل في كل خطوة.
الحل:
١. القاعدة هي القسمة على -3
٢. بتطبيقها على الحد الأخير:

$$-\frac{2}{3} \div (-3) = -\frac{2}{3} \times \left(-\frac{1}{3}\right)$$

٣. إذن:

$$= \frac{2}{9}$$

س353 فك المربعات وتبسيط العبارات (1446)

السؤال: بسّط العبارة $(m-1)^2 - m^2 + 1$
الخيارات:
أ) $2m + 1$
ب) $-2m - 2$
ج) $-2m + 2$
د) $2m - 1$
الإجابة: (ج) $-2m + 2$
التلميح: فك المربع أولاً ثم اجمع المتشابهات، سيختصر الحد التربيعي.
الحل:
١. بفك المربع:

$$m^2 - 2m + 1 - m^2 + 1$$

٢. بجمع المتشابهات:

$$= -2m + 2$$

س354 النسبة المئوية والنمذجة

السؤال: يزيد راتب وفاء عن راتب خلود بمقدار 40%، وراتب خلود يساوي ضعف راتب نوال، والفرق بين راتب وفاء ونوال 9000. كم راتب خلود؟
الخيارات:
أ) 10000
ب) 15000
ج) 18000
د) 20000
الإجابة: (أ) 10000
التلميح: اجعل راتب نوال هو المجهول الأساسي، فراتب خلود $2x$ وراتب وفاء $2x$ زائد 40% منه.
الحل:
١. نفرض راتب نوال $= x$، فيكون راتب خلود $= 2x$
٢. راتب وفاء:

$$2x + \frac{40}{100}(2x)$$

٣. من الفرق بين وفاء ونوال:

$$2x + \frac{8x}{10} - x = 9000 \;\Rightarrow\; \frac{18x}{10} = 9000$$

٤. إذن:

$$18x = 90000 \;\Rightarrow\; x = 5000$$

٥. وبالتالي راتب خلود:

$$2 \times 5000 = 10000$$

س355 **المعادلات اللوغاريتمية** – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: حل المعادلة $\log_6 x + \log_6(x-9) = 2$

الخيارات:

أ) $\{-2, 10\}$

ب) $\{-3, 12\}$

ج) $\{10\}$

د) $\{12\}$

الإجابة: (د) $\{12\}$

التلميح: ادمج اللوغاريتمين ثم حوّل للصورة الأسية، واستبعد الجذر الذي يجعل ما داخل اللوغاريتم سالباً.

الحل:

١. ندمج اللوغاريتمين:

$$\log_6\left(x(x-9)\right) = 2$$

٢. نحوّل للصورة الأسية:

$$x^2 - 9x = 36$$

٣. بالتحليل:

$$x^2 - 9x - 36 = 0 \;\Rightarrow\; (x+3)(x-12) = 0$$

٤. الجذر $x = -3$ مرفوض لأن اللوغاريتم لا يُعرَّف لعدد سالب، إذن:

$$x = 12$$

س356 **المميز والحل الوحيد** (1446)

السؤال: أوجد قيمة a التي تجعل للمعادلة $x^2 + (1+2a)x + (a^2+2) = 0$ حلاً وحيداً

الخيارات:

أ) 7

ب) $\frac{7}{4}$

ج) $\frac{-7}{4}$

د) -4

الإجابة: (ب) $\frac{7}{4}$

التلميح: اجعل المميز صفراً، سيختصر الحد a^2 فتبقى معادلة خطية.

الحل:

١. نساوي المميز بالصفر:

$$(1+2a)^2 - 4(1)\left(a^2+2\right) = 0$$

٢. بفك المربع:

$$1 + 4a + 4a^2 - 4a^2 - 8 = 0$$

٣. بالتبسيط:

$$4a - 7 = 0$$

٤. إذن:

$$a = \frac{7}{4}$$

س357 **الدوال الأسية وإيجاد قاعدتها** – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: الدالة $f(x) = ab^x$ تتقاطع مع محور y عند $(0, 3)$ وتمر بالنقطة $(3, 24)$

الخيارات:

أ) $f(x) = 3(2)^x$

ب) $f(x) = 3(3)^x$

ج) $f(x) = 2(3)^x$

د) $f(x) = 2(2)^x$

الإجابة: أ) $f(x) = 3(2)^x$

التلميح: ابدأ بالنقطة التي فيها $x = 0$ لأن $b^0 = 1$ فتظهر قيمة a مباشرة.

الحل:

١. من النقطة $(0, 3)$:

$$3 = ab^0 \Rightarrow a = 3$$

٢. من النقطة $(3, 24)$:

$$24 = 3b^3 \Rightarrow b^3 = 8 \Rightarrow b = 2$$

٣. إذن:

$$f(x) = 3(2)^x$$

س358 **مجال حاصل قسمة دالتين جذريتين** (1446)

السؤال: مجال الدالة $f(x) = \dfrac{\sqrt{1 - x^2}}{\sqrt{x - 1}}$

الخيارات:

أ) R

ب) $[-1, 1]$

ج) $[-1, 1)$

د) $\varnothing$

الإجابة: د) $\varnothing$

التلميح: أوجد مجال البسط ومجال المقام ثم خذ التقاطع؛ قد يكون التقاطع خالياً.

الحل:

١. شرط البسط:

$$1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow |x| \leq 1 \Rightarrow [-1, 1]$$

٢. شرط المقام:

$$x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow (1, \infty)$$

٣. التقاطع:

$$[-1, 1] \cap (1, \infty) = \varnothing$$

س359 **قوانين المجموعات** (1446، 1447)

السؤال: إذا كانت $A, B \subseteq U$، أوجد $(A \cup B) \cap (A \cup (U - B))$

الخيارات:

أ) U

ب) A
ج) B
د) $\varnothing$

الإجابة: (ب) A

التلميح: $B - B$ هي متممة B، وطبّق خاصية التوزيع بالعكس ثم $B \cap B^c = \varnothing$

الحل:

١. نكتب المقدار بدلالة المتممة:

$$(A \cup B) \cap (A \cup B^c)$$

٢. بخاصية التوزيع:

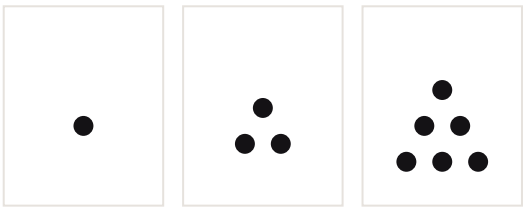
$$= A \cup (B \cap B^c)$$

٣. وبما أن $B \cap B^c = \varnothing$:

$$= A \cup \varnothing = A$$

س360 الأعداد المثلثية والأنماط (1446)

السؤال: أوجد عدد الكرات في a_{100} (النمط: $1,\ 3,\ 6,\ 10, \ldots$)



الشكل 1 الشكل 2 الشكل 3

الخيارات:

أ) 5050
ب) 5151
ج) 5051
د) 5150

الإجابة: (أ) 5050

التلميح: الفروق بين الحدود هي $2, 3, 4, \ldots$، وقاعدة النمط هي الأعداد المثلثية $\dfrac{n(n+1)}{2}$

الحل:

١. قاعدة النمط:

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

٢. بالتعويض:

$$a_{100} = \frac{100 \times 101}{2} = 50 \times 101$$

٣. إذن:

$$= 5050$$

س361 نفي العبارات المسوّرة (1446)

السؤال: نفي العبارة: "لكل $y \in \mathbb{R}$ يوجد $x \in \mathbb{R}$ حيث $y^2 > x$"

الخيارات:

أ) $\exists y \in R\, \forall x :\ y^2 > x$

ب) $\forall y \in R\, \exists x :\ y^2 \le x$

ج) $\exists y \in R\, \forall x :\ y^2 \le x$

د) $\exists x \in R\, \forall y :\ y^2 \le x$

الإجابة: (ج) $\exists y \in R\, \forall x :\ y^2 \le x$

التلميح: عند نفي عبارة بمسوّرين، تُقلب المسوّرات **كلها** مع الحفاظ على ترتيبها ومتغيّر كل منها (لكلٍّ ↔ يوجد)، ثم يُنفى المحمول وحده في النهاية — فيصبح y (الذي كان "لكل") وجوديًا، و x (الذي كان "يوجد") كلّيًا، ونفي "أكبر من" هو "أصغر من أو يساوي".

الحل:

١. العبارة الأصلية بترتيب مسوّراتها: $\forall y\, \exists x :\ y^2 > x$

٢. نقلب كل مسوّر مع إبقاء ترتيبه ومتغيّره كما هو (لا نُبدّل x بـ y): y كان كليًا فيصبح وجوديًا، و x كان وجوديًا فيصبح كليًا:

$$\exists y\, \forall x$$

٣. وننفي المحمول وحده في النهاية: نفي $y^2 > x$ هو $y^2 \le x$

٤. فالنفي الكامل:

$$\exists y \in R\, \forall x :\ y^2 \le x$$

س362 تبسيط الكسور الجبرية (1446)

السؤال: بسّط المقدار $\dfrac{16 - 4x}{x^2 - 16}$

الخيارات:

أ) $\dfrac{4}{x+4}$

ب) $\dfrac{-4}{x+4}$

ج) $x - 4$

د) $x + 4$

الإجابة: (ب) $\dfrac{-4}{x+4}$

التلميح: أخرج -4 عاملاً مشتركاً من البسط ليظهر العامل $(x-4)$ الموجود في المقام.

الحل:

١. نحلّل البسط والمقام:

$$\frac{-4(x-4)}{(x-4)(x+4)}$$

٢. بالاختصار:

$$= \frac{-4}{x+4}$$

س363 مجال مقلوب تركيب دالتين — خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: إذا كانت $f(x) = x^2$ و $g(x) = \sqrt{1-x}$، أوجد مجال $\dfrac{1}{(f \circ g)(x)}$

الخيارات:

أ) $R - \{1\}$

ب) $R - \{-1\}$

ج) $(-\infty, 1)$

د) $(-\infty, 1]$

الإجابة: ج) $(-\infty, 1)$

التلميح: لا تكتفِ بمجال التركيب الناتج؛ يجب أن يتقاطع مع مجال الدالة الداخلية g أيضاً.

الحل:

١. نوجد التركيب:

$$(f \circ g)(x) = \left(\sqrt{1-x}\right)^2 = 1 - x$$

٢. بما أنه في المقام:

$$1 - x \neq 0 \;\Rightarrow\; x \neq 1 \;\Rightarrow\; R - \{1\}$$

٣. ومجال g نفسها:

$$1 - x \geq 0 \;\Rightarrow\; x \leq 1 \;\Rightarrow\; (-\infty, 1]$$

٤. بالتقاطع:

$$(-\infty, 1] \cap (R - \{1\}) = (-\infty, 1)$$

س364 أنظمة المعادلات المتماثلة (1446)

السؤال: من النظام $2x + 3y = 8$ و $3x + 2y = 7$، أوجد $x^2 + y^2$

الخيارات:

أ) 12

ب) 8

ج) 5

د) 2

الإجابة: ج) 5

التلميح: المعاملات متبادلة، فجمع المعادلتين وطرحهما يبسّط النظام كثيراً.

الحل:

١. بجمع المعادلتين:

$$5x + 5y = 15 \;\Rightarrow\; x + y = 3$$

٢. بطرح الأولى من الثانية:

$$x - y = -1 \;\Rightarrow\; -x + y = 1$$

٣. بجمع الناتجين:

$$2y = 4 \;\Rightarrow\; y = 2, \qquad x = 1$$

٤. إذن:

$$x^2 + y^2 = 1 + 4 = 5$$

س365 المصفوفة المعكوسة وضرب المصفوفات — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: لدينا المصفوفتان

$$A = \begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & b \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 8 \\ -4 & 5 & 13 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

إذا كانت B معكوساً للمصفوفة A، أوجد $a - b$

الخيارات:

أ) 5

ب) -5

ج) 9

د) -9

الإجابة: (أ) 5

التلميح: استخدم $A \cdot A^{-1} = I$، ويكفي مقارنة عنصرين مناسبين في حاصل الضرب.

الحل:

١. من ضرب الصف الأول في العمود الأول:

$$-3a - 4 - 1 = 1 \;\Rightarrow\; -3a = 6 \;\Rightarrow\; a = -2$$

٢. من ضرب الصف الثاني في العمود الثاني:

$$3 + 5 + b = 1 \;\Rightarrow\; b = -7$$

٣. إذن:

$$a - b = -2 - (-7) = 5$$

س366 تبسيط المقادير الجذرية والأسية

السؤال: بسّط المقدار

$$\sqrt{\frac{130x^{500}}{400x^{300}} - \frac{105x^{400}}{400x^{200}}}$$

الخيارات:

أ) $\dfrac{x^{200}}{4}$

ب) $\dfrac{x^{200}}{2}$

ج) $\dfrac{x^{100}}{4}$

د) $\dfrac{4}{x^{100}}$

الإجابة: (ج) $\dfrac{x^{100}}{4}$

التلميح: اطرح أسس x في كل كسر أولاً، ثم اختصر المعاملات ووحّد المقامات قبل أخذ الجذر.

الحل:

١. بطرح الأسس في كل كسر:

$$\sqrt{\frac{13}{40}x^{200} - \frac{21}{80}x^{200}}$$

٢. بتوحيد المقامات:

$$= \sqrt{\frac{26}{80}x^{200} - \frac{21}{80}x^{200}} = \sqrt{\frac{5}{80}x^{200}}$$

٣. بالاختصار:

$$= \sqrt{\frac{1}{16}x^{200}}$$

٤. بأخذ الجذر:

$$= \frac{x^{100}}{4}$$

س367 المتتابعات الهندسية

السؤال: الحد التاسع في النمط $\dfrac{2}{3}, \dfrac{4}{9}, \dfrac{8}{27}, \ldots$

الخيارات:

أ) $\frac{2^9}{3}$
ب) $\frac{2}{3^9}$
ج) $\frac{2^9}{3^9}$
د) $\frac{3^9}{2^9}$

الإجابة: (ج) $\frac{2^9}{3^9}$

التلميح: أعد كتابة كل حد بصورة قوى: البسط قوى 2 والمقام قوى 3 بالأس نفسه.

الحل:

١. نعيد كتابة الحدود:

$$\frac{2}{3},\ \frac{2^2}{3^2},\ \frac{2^3}{3^3},\dots$$

٢. إذن الحد النوني:

$$a_n = \frac{2^n}{3^n}$$

٣. وبالتعويض:

$$a_9 = \frac{2^9}{3^9}$$

س368 أنظمة المعادلات في مسائل الشراء

السؤال: اشترى محمد 15 حبة موز وتفاح، ودفع 38 ريالاً، إذا كان ثمن حبة الموز ريالين وثمن حبة التفاح 3 ريالات. كم حبة موز اشترى؟

الخيارات:

أ) 8
ب) 7
ج) 6
د) 5

الإجابة: (ب) 7

التلميح: كوّن معادلة للعدد وأخرى للثمن، ثم عوّض $y = 15 - x$

الحل:

١. نفرض x عدد حبات الموز و y عدد حبات التفاح:

$$x + y = 15$$

$$2x + 3y = 38$$

٢. بالتعويض عن $y = 15 - x$:

$$2x + 3(15 - x) = 38 \ \Rightarrow\ 2x + 45 - 3x = 38$$

٣. بالتبسيط:

$$-x = -7 \ \Rightarrow\ x = 7$$

س369 المتباينات التربيعية

السؤال: مجموعة حل المتباينة $x^2 - 4 \le x - 2$

الخيارات:

أ) $(-1, 2)$
ب) $[-1, 2]$
ج) $(-\infty, -1] \cup [2, \infty)$

د) $(-\infty, -1) \cup (2, \infty)$

الإجابة: ب) $[-1, 2]$

التلميح: انقل الحدود لطرف واحد وحلّل، ثم استخدم خط الإشارة؛ المطلوب الفترة التي تكون فيها الإشارة سالبة.

الحل:

١. بنقل الحدود:

$$x^2 - x - 2 \leq 0$$

٢. بالتحليل:

$$(x - 2)(x + 1) \leq 0$$

٣. الجذران $x = -1$ و $x = 2$، وبدراسة خط الإشارة تكون الإشارة سالبة بين الجذرين

٤. ولوجود علامة التساوي تكون الفترة مغلقة:

$$[-1, 2]$$

س1032 نظام معادلات — الفرق بين مربعين

السؤال: إذا كان $x - y = 6$ و $x^2 - y^2 = 48$ فإن قيمة $x + y$ تساوي

الخيارات:

أ) 6

ب) 8

ج) 42

د) 74

الإجابة: ب) 8

التلميح: استعمل قانون الفرق بين مربعين: $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$، ثم عوّض بقيمة $x - y$ المعطاة.

الحل:

١. بالتحليل: $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y) = 48$

٢. بالتعويض بـ $x - y = 6$: $6(x + y) = 48$

٣. إذن $x + y = 8$

س1033 حاصل ضرب عبارات جبرية

السؤال: $(x - 3)(x - 3)(x + 3) = \cdots$

الخيارات:

أ) $(x^2 - 9)(x + 3)$

ب) $(x^2 + 9)(x - 3)$

ج) $(x^2 - 9)(x - 3)$

د) $(x^2 + 9)(x + 3)$

الإجابة: ج) $(x^2 - 9)(x - 3)$

التلميح: اضرب زوجَي الحدين المتشابهين $(x - 3)(x + 3)$ أولاً (فرق مربعين)، ثم اضرب الناتج في الحد المتبقي.

الحل:

١. اضرب $(x - 3)(x + 3) = x^2 - 9$ أولاً (فرق مربعين)

٢. اضرب الناتج في الحد المتبقي $(x - 3)$:

$$(x^2 - 9)(x - 3)$$

س1034 التحليل إلى عوامل — الفرق بين مربعين

السؤال: تحليل المقدار $81x^2 - 9$ في $\mathbb{R}$ هو

الخيارات:

أ) $(9x - 3)^2$

ب) $(9x-3)$
ج) $(9x-3)(9x+3)$
د) $(9x+3)$

الإجابة: (ج) $(9x-3)(9x+3)$

التلميح: اكتب كل حد على صورة مربع كامل: $81x^2=(9x)^2$ و $9=3^2$، ثم طبّق قانون الفرق بين مربعين.

الحل:

١. $81x^2-9=(9x)^2-3^2$
٢. بتطبيق فرق مربعين $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$:

$$(9x-3)(9x+3)$$

س1037 معكوس المصفوفة من معادلة مصفوفية — خاص بالمستوى الثاني (1444)

السؤال: إذا كانت A المصفوفة من الدرجة n و I مصفوفة الوحدة من الدرجة n، وعلمت أن $A^4+A^3+A-I=0$، أوجد معكوس A

الخيارات:

أ) A^3+A^2+I
ب) A^4+A^3+I
ج) A^4+A^3+A
د) A^4+A^3+A-I

الإجابة: (أ) A^3+A^2+I

التلميح: أعد ترتيب المعادلة لتحصل على $I=A\times$ (عبارة)، فالعبارة الناتجة هي معكوس A

الحل:

١. من المعطى: $A^4+A^3+A-I=0 \Rightarrow A^4+A^3+A=I$
٢. أخرج A عاملاً مشتركاً من الطرف الأيسر:

$$A(A^3+A^2+I)=I$$

٣. إذن حسب تعريف المعكوس: $A^{-1}=A^3+A^2+I$

س1039 الأنماط والمتتابعات العددية (1444)

السؤال: أكمل المتتابعة: $4,\ 10,\ 22,\ 46,\ \ldots$

الخيارات:

أ) 98
ب) 96
ج) 95
د) 94

الإجابة: (د) 94

التلميح: قارن كل حد بضعف الحد الذي قبله، ستجد أن كل حد يساوي ضعف سابقه زائد اثنين.

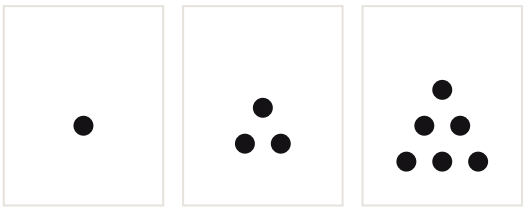
الحل:

١. لاحظ العلاقة: $10=2(4)+2$، و $22=2(10)+2$، و $46=2(22)+2$
٢. طبّق القاعدة نفسها على الحد الأخير:

$$2(46)+2=94$$

س1063 الأنماط والمتتابعات (1446، 1447)

السؤال: في الرسم المقابل، تُبنى الأنماط $a_1, a_2, a_3, \ldots$ من كرات مرتّبة على شكل مثلثات متتالية (a_1 كرة واحدة، a_2 ثلاث كرات، a_3 ست كرات). أوجد عدد الكرات في النمط a_{100}



الخيارات:
أ) 5050
ب) 5151
ج) 5052
د) 5110

الإجابة: (أ) 5050

التلميح: عدد الكرات في النمط n هو مجموع الأعداد الطبيعية من 1 إلى n (عدد مثلثي).

الحل:

١. عدد الكرات في النمط n يتبع الصيغة:

$$a_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

٢. نعوّض $n = 100$:

$$a_{100} = \frac{100 \times 101}{2} = 5050$$

س1064 **خواص المحددات (مصفوفات متشابهة)** – خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: إذا كانت A و P مصفوفتين مربعتين بحيث أن لها معكوس P^{-1}، وكانت العلاقة المعطاة هي:

$$\det(P^{-1}AP) = 3^9abc$$

فما هي قيمة محدد المصفوفة A (أي $\det(A)$)؟

الخيارات:
أ) $\det(A) = 3^9abc$
ب) $\det(A) = 3^9ab$
ج) $\det(A) = ac$
د) $\det(A) = a$

الإجابة: (أ) $\det(A) = 3^9abc$

التلميح: محدد الضرب يساوي حاصل ضرب المحددات، ومحدد المصفوفة يساوي محدد معكوسها المقلوب، فيختصر $\det(P^{-1})$ مع $\det(P)$

الحل:

١. بخاصية محدد الضرب:

$$\det(P^{-1}AP) = \det(P^{-1}) \times \det(A) \times \det(P)$$

٢. وبما أن $\det(P^{-1}) = \frac{1}{\det(P)}$:

$$\det(P^{-1}) \times \det(P) = 1$$

٣. إذن:

$$\det(P^{-1}AP) = \det(A)$$

٤. وبما أن المعطى $\det(P^{-1}AP) = 3^9abc$، فإن:

$$\det(A) = 3^9abc$$

س1065 **المعادلات اللوغاريتمية** — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: ما هي قيمة x التي تحقق المعادلة التالية:

$$\ln(x+1) = \ln(x-1) + 1$$

الخيارات:

أ) $\dfrac{e-1}{e+1}$

ب) $\dfrac{e+1}{e-1}$

ج) $e^2 - 1$

د) $\dfrac{2e}{e-1}$

الإجابة: (ب) $\dfrac{e+1}{e-1}$

التلميح: اجمع اللوغاريتمين في طرف واحد أولاً باستخدام خاصية الفرق، ثم حوّل المعادلة اللوغاريتمية إلى صورة أسية.

الحل:

١. ننقل الحدود اللوغاريتمية لطرف واحد:

$$\ln(x+1) - \ln(x-1) = 1 \;\Rightarrow\; \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = 1$$

٢. نحوّل إلى الصورة الأسية:

$$\frac{x+1}{x-1} = e$$

٣. نحل بالضرب التبادلي:

$$x+1 = e(x-1) = ex - e \;\Rightarrow\; x(e-1) = e+1$$

٤. إذن:

$$x = \frac{e+1}{e-1}$$

٥. تحقق المجال: يجب أن يكون $x > 1$، والقيمة الناتجة (≈ 2.16) تحقق ذلك.

س1066 **مجال الدالة الجذرية الكسرية** — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: ما هو مجال الدالة

$$f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$

الخيارات:

أ) $[-1, 1]$

ب) $[-1, 0) \cup (0, 1]$

ج) $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

د) $(-1, 0) \cup (0, 1)$

الإجابة: (ب) $[-1, 0) \cup (0, 1]$

التلميح: ما تحت الجذر يجب أن يكون غير سالب، والمقام يجب ألّا يساوي صفراً.

الحل:

١. شرط الجذر:

$$1 - x^2 \geq 0 \;\Rightarrow\; -1 \leq x \leq 1$$

٢. شرط المقام:

$$x \neq 0$$

٣. بدمج الشرطين:

$$[-1,0)\cup(0,1]$$

س1067 مدى الدالة القيمة المطلقة — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: ما هو مدى الدالة $f(x)=2-|x|$؟

الخيارات:

أ) $[2,\infty)$

ب) $(-\infty,2]$

ج) $(-\infty,-2]$

د) $[-2,2]$

الإجابة: (ب) $(-\infty,2]$

التلميح: القيمة المطلقة $|x|$ لا تكون سالبة أبداً، فأكبر قيمة لـ $f(x)$ تكون عند $|x|=0$

الحل:

١. بما أن $|x|\geq 0$ دائماً:

$$2-|x|\leq 2$$

٢. وعندما تكبر $|x|$ بلا حدود، تصغر $f(x)$ بلا حدود

٣. إذن المدى: $(-\infty,2]$

س1068 خواص المحددات (تبديل الصفوف) — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: إذا كانت المصفوفتان A و B معرّفتين كالآتي:

$$A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}c & d\\ a & b\end{bmatrix}$$

فما هي العلاقة الصحيحة بين محدد المصفوفتين ($\det A$ و $\det B$)؟

الخيارات:

أ) $\det(A)=\det(B)$

ب) $\det(A)=-\det(B)$

ج) $\det(A)\cdot\det(B)=1$

د) $\det(A)+\det(B)=1$

الإجابة: (ب) $\det(A)=-\det(B)$

التلميح: المصفوفة B هي المصفوفة A نفسها بعد تبديل صفيها، وتبديل صفّين في مصفوفة ينفي إشارة محددها.

الحل:

١. $\det(A)=ad-bc$

٢. $\det(B)=cb-da=bc-ad=-(ad-bc)$

٣. إذن:

$$\det(B)=-\det(A)\quad\Leftrightarrow\quad\det(A)=-\det(B)$$

س1069 تحويلات الدوال — الإزاحة الأفقية (1447)

السؤال: إذا أجرينا إزاحة للدالة $f(x)=x^2+2$ بمقدار 3 وحدات إلى اليسار، فما هو مقطع المحور y (الجزء المقطوع من محور الصادات) للدالة الجديدة؟

الخيارات:

أ) 5

ب) 9

ج) 11

د) 2

الإجابة: (ج) 11

التلميح: الإزاحة لليسار بمقدار 3 تعني تعويض x بـ $(x+3)$ في الدالة الأصلية، ثم عوّض $x=0$ لإيجاد مقطع y

الحل:

١. الدالة بعد الإزاحة:

$$g(x) = f(x+3) = (x+3)^2 + 2$$

٢. مقطع المحور y يكون عند $x=0$:

$$g(0) = (0+3)^2 + 2 = 9 + 2 = 11$$

س1105 ضرب المصفوفات — خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: إذا كانت

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

فإن $a+d$ تساوي

الخيارات:

أ) 23

ب) 20

ج) 22

د) 7

الإجابة: (ج) 22

التلميح: لا تحتاج إلى حاصل الضرب كاملاً، احسب عنصري القطر الرئيسي فقط (الصف الأول × العمود الأول، والصف الثاني × العمود الثاني).

الحل:

١. العنصر a = الصف الأول من المصفوفة الأولى × العمود الأول من الثانية:

$$a = (-1)(1) + (2)(2) = -1 + 4 = 3$$

٢. العنصر d = الصف الثاني من الأولى × العمود الثاني من الثانية:

$$d = (1)(3) + (4)(4) = 3 + 16 = 19$$

٣. إذن:

$$a + d = 3 + 19 = 22$$

س1106 تركيب الدوال — خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: إذا كانت $g(x) = 3x - 4$ و $f(x) = x^2 + 3$، فإن $(f \circ g)(x)$ يساوي

الخيارات:

أ) $3x^2 + 5$

ب) $9x^2 + 19$

ج) $9x^2 - 24x + 19$

د) $9x^2 - 12x + 19$

الإجابة: (ج) $9x^2 - 24x + 19$

التلميح: $(f \circ g)(x) = f\left(g(x)\right)$: عوّض $g(x)$ كاملة مكان x في f، وانتبه للحد الأوسط عند فك المربع.

الحل:

١. بالتعريف:

$$(f \circ g)(x) = f\left(g(x)\right) = (3x-4)^2 + 3$$

٢. بفك المربع:

$$(3x-4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$$

٣. بإضافة 3:

$$(f \circ g)(x) = 9x^2 - 24x + 19$$

٤. ملاحظة: الخيار $3x^2 + 5$ هو $(g \circ f)(x)$، أي الترتيب المعكوس.

س1107 **المصفوفة المعكوسة وضرب المصفوفات** — خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: إذا كانت

$$A = \begin{bmatrix} -24 & 18 & 5 \\ 20 & -15 & -4 \\ -5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

معكوس المصفوفة

$$B = \begin{bmatrix} a & 2 & 3 \\ 0 & 1 & b \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

، فأوجد $a + b$

الخيارات:

أ) 3

ب) 4

ج) 5

د) -3

الإجابة: ج) 5

التلميح: استخدم $A \cdot B = I$، واختر عنصرين من حاصل الضرب يحوي كلٌّ منهما مجهولًا واحدًا فقط.

الحل:

١. بما أن A معكوس B فإن $A \cdot B = I$

٢. العنصر $(1,1)$: الصف الأول من A في العمود الأول من B:

$$-24a + 18(0) + 5(5) = 1 \;\Rightarrow\; -24a = -24 \;\Rightarrow\; a = 1$$

٣. العنصر $(1,3)$: الصف الأول من A في العمود الثالث من B:

$$-24(3) + 18b + 5(0) = 0 \;\Rightarrow\; 18b = 72 \;\Rightarrow\; b = 4$$

٤. إذن:

$$a + b = 1 + 4 = 5$$

٥. للتحقق: عند $a = 1$ و $b = 4$ يعطي $A \cdot B$ مصفوفة الوحدة I في جميع عناصرها التسعة.

س1108 **مجال تركيب دالتين** — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: إذا كانت $f(x) = x^2$ و $g(x) = \sqrt{\dfrac{x^2+1}{2x}}$، فإن مجال $(f \circ g)(x)$ هو

الخيارات:

أ) $(0, \infty)$

ب) $R - \{0\}$

ج) $[0, \infty)$

د) R

الإجابة: أ) $(0, \infty)$

التلميح: مجال دالة التركيب يجب أن يكون ضمن مجال الدالة الداخلية g أولًا.

الحل:

١. مجال g: نحتاج $\frac{x^2+1}{2x} \geq 0$ مع $x \neq 0$، وبما أن $x^2+1>0$ دائمًا فالشرط $x>0$، أي أن:

$$D_g = (0, \infty)$$

٢. صيغة التركيب بعد التبسيط $\frac{x^2+1}{2x}$ معرّفة على $R-\{0\}$، لكن لا يجوز أخذ مجال الصيغة المبسّطة وحدها

٣. مجال التركيب:

$$D_g \cap (R-\{0\}) = (0, \infty)$$

س1109 إكمال المربع (المربع الكامل) (1447)

السؤال: قيمة c التي تجعل المقدار $x^2-6x+(c-6)$ مربعًا كاملًا هي

الخيارات:

أ) 6

ب) 9

ج) 15

د) 36

الإجابة: (ج) 15

التلميح: في المربع الكامل x^2+bx+k يكون الحد الثابت مساويًا لمربع نصف معامل x

الحل:

١. نصف معامل x: $\frac{-6}{2} = -3$، ومربعه 9

٢. نضع الحد الثابت $c-6=9$

٣. $c=15$، والمقدار $x^2-6x+9=(x-3)^2$

س1110 مدى الدالة الثابتة (1447)

السؤال: ما مدى الدالة $y=\sqrt{7}$؟

الخيارات:

أ) $\{0\}$

ب) $\{7\}$

ج) R

د) $\{\sqrt{7}\}$

الإجابة: (د) $\{\sqrt{7}\}$

التلميح: الدالة الثابتة تأخذ القيمة نفسها مهما كانت قيمة x

الحل:

١. الدالة $y=\sqrt{7}$ دالة ثابتة مجالها R

٢. جميع قيم x تُعطي القيمة نفسها $\sqrt{7}$

٣. المدى $= \{\sqrt{7}\}$

س1111 النمذجة بالمعادلات (1447)

السؤال: إذا ضُرب عدد موجب في نفسه، ثم أُضيف إلى الناتج مكعب العدد 2 فكان الناتج 33، فما هو العدد؟

الخيارات:

أ) 4

ب) 5

ج) 6

د) 7

الإجابة: (ب) 5

التلميح: ترجم العبارة إلى معادلة: (العدد)^2 + 2^3 = الناتج.
الحل:
١.

$$x^2 + 2^3 = 33$$

٢.

$$x^2 = 33 - 8 = 25$$

٣. $x = \pm 5$، وبما أن العدد موجب فإن $x = 5$

س1112 مدى دالة القيمة المطلقة (1447)

السؤال: إذا كانت $y = |x - 5| + 3$، فإن مدى الدالة هو
الخيارات:
أ) $(0, \infty)$
ب) $[0, \infty)$
ج) $(2, \infty)$
د) $[3, \infty)$
الإجابة: (د) $[3, \infty)$
التلميح: أصغر قيمة للقيمة المطلقة هي الصفر، متى تتحقق؟
الحل:
١. $|x - 5| \geq 0$ لكل x، وتساوي 0 عند $x = 5$
٢. إذن $y = |x - 5| + 3 \geq 3$، وتتحقق القيمة 3 فعلًا عند $x = 5$
٣. المدى $= [3, \infty)$

س1113 الدالة العكسية للدالة الخطية — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: يوفّر زياد 15 ريالًا كل يوم، فإذا كانت $f(x)$ تمثل المبلغ الذي يوفّره بعد x يومًا، فما قيمة $f^{-1}(30) + 1$؟
الخيارات:
أ) 1
ب) 2
ج) 3
د) 4
الإجابة: (ج) 3
التلميح: $f^{-1}(30)$ هو عدد الأيام اللازمة ليصبح المبلغ الموفَّر 30 ريالًا.
الحل:
١. $f(x) = 15x$
٢. $f^{-1}(30)$: نحل $15x = 30 \Rightarrow x = 2$
٣.

$$f^{-1}(30) + 1 = 2 + 1 = 3$$

س1114 المعادلات اللوغاريتمية — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: حل المعادلة $\ln 5 + \ln x - \pi = 0$ هو
الخيارات:
أ) $\dfrac{e^{\pi}}{5}$
ب) $\dfrac{e^{\pi}}{25}$
ج) $e^{\pi - 1}$
د) $5e^{\pi}$

الإجابة: (أ) $\dfrac{e^{\pi}}{5}$

التلميح: اجمع اللوغاريتمين في لوغاريتم واحد ثم حوّل إلى الصورة الأسية.

الحل:

١.

$$\ln 5 + \ln x = \pi \;\Rightarrow\; \ln(5x) = \pi$$

٢.

$$5x = e^{\pi}$$

٣.

$$x = \frac{e^{\pi}}{5}$$

س1115 المتباينات النسبية (1447)

السؤال: إذا كانت $x < 3$، فإن مجموعة حل المتباينة $\dfrac{1}{x} < 1$ هي

الخيارات:

أ) $(1, 3)$

ب) $(-\infty, 0) \cup (1, 3)$

ج) $(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$

د) $(0, 1)$

الإجابة: (ب) $(-\infty, 0) \cup (1, 3)$

التلميح: لا تضرب طرفي المتباينة في x مباشرة؛ انقل كل الحدود لطرف واحد وادرس إشارة الكسر.

الحل:

١.

$$\frac{1}{x} - 1 < 0 \;\Rightarrow\; \frac{1 - x}{x} < 0$$

٢. الكسر سالب عندما $x < 0$ أو $x > 1$، أي أن حل المتباينة هو:

$$(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$$

٣. بتقاطعها مع الشرط $x < 3$:

$$(-\infty, 0) \cup (1, 3)$$

س1116 فك المربعات وتبسيط العبارات الجبرية (1447)

السؤال: إذا كان $b = 5 - n$، فإن قيمة المقدار $-75 + 3b^2$ تساوي

الخيارات:

أ) $3n(n - 10)$

ب) $3n(n + 10)$

ج) $3n^2 - 150$

د) $3(n - 5)^2$

الإجابة: (أ) $3n(n - 10)$

التلميح: عوّض عن b ثم فك المربع واجمع الحدود الثابتة.

الحل:

١.

$$-75 + 3(5 - n)^2 = -75 + 3(n^2 - 10n + 25)$$

٢.

$$= -75 + 3n^2 - 30n + 75 = 3n^2 - 30n$$

٣.

$$= 3n(n-10)$$

س1117 **ضرب المصفوفات والمحدد** – خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: إذا كانت

$$\begin{bmatrix} a & 2 \\ b & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

، فأوجد محدد المصفوفة $\begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & b \end{bmatrix}$

الخيارات:

أ) -2

ب) -3

ج) -4

د) -6

الإجابة: (ج) -4

التلميح: اضرب المصفوفتين في الطرف الأيسر وقارن العناصر المتناظرة لإيجاد a و b

الحل:

١. حاصل الضرب:

$$\begin{bmatrix} 3a+2 & 2 \\ 3b+1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

٢. $3a+2=8 \Rightarrow a=2$ و $3b+1=-2 \Rightarrow b=-1$

٣.

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 2(-1)-2(1) = -4$$

س1118 **أنظمة المعادلات الخطية — الحذف** (1447)

السؤال: حل النظام

$$\begin{cases} 5x-2y=10 \\ 7x+2y=2 \end{cases}$$

هو

الخيارات:

أ) $x=1,\ y=\dfrac{5}{2}$

ب) $x=2,\ y=6$

ج) $x=1,\ y=-\dfrac{5}{2}$

د) $x=-2,\ y=-6$

الإجابة: (ج) $x=1,\ y=-\dfrac{5}{2}$

التلميح: معاملا y متعاكسان، اجمع المعادلتين لحذف y

الحل:

١. بالجمع: $12x=12 \Rightarrow x=1$

٢. بالتعويض في الأولى: $5-2y=10 \Rightarrow -2y=5 \Rightarrow y=-\dfrac{5}{2}$

٣. تحقق في الثانية: $7+2\left(-\dfrac{5}{2}\right)=7-5=2$ ✓

س1119 **التحليل إلى عوامل — الفرق بين مربعين** (1447)

السؤال: تحليل المقدار $3(4x^2-9y^2)-(6x-9y)$ هو

الخيارات:

أ) $3\left[(2x-3y)(2x+3y)-3(2x-3y)\right]$

ب) $3(2x-3y)(2x+3y-1)$

ج) $3(2x+3y)(2x-3y-1)$

د) $3(2x+3y)(2x-3y)-3(2x+3y)$

الإجابة: (ب) $3(2x-3y)(2x+3y-1)$

التلميح: اكتب $6x-9y$ على صورة $3(\dots)$ وحلّل $4x^2-9y^2$ كفرق بين مربعين، ثم ابحث عن العامل المشترك.

الحل:

١. $6x-9y=3(2x-3y)$ و $4x^2-9y^2=(2x-3y)(2x+3y)$

٢. المقدار:

$$3(2x-3y)(2x+3y)-3(2x-3y)$$

٣. بإخراج العامل المشترك $3(2x-3y)$:

$$3(2x-3y)(2x+3y-1)$$

س1160 **محدد المصفوفة المثلثية** — خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: قيم x التي تجعل محدد المصفوفة

$$\begin{bmatrix} x & 5 & 7 \\ 0 & 1+x & 6 \\ 0 & 0 & \dfrac{2x-1}{3} \end{bmatrix}$$

يساوي صفرًا هي

الخيارات:

أ) $-1,\ 1,\ \dfrac{1}{2}$

ب) $0,\ -1,\ \dfrac{1}{2}$

ج) $0,\ 1,\ \dfrac{1}{2}$

د) $0,\ -1,\ -\dfrac{1}{2}$

الإجابة: (ب) $0,\ -1,\ \dfrac{1}{2}$

التلميح: المصفوفة مثلثية علوية (كل العناصر تحت القطر الرئيس أصفار)، فما علاقة محددها بعناصر القطر الرئيس؟

الحل:

١. محدد المصفوفة المثلثية يساوي حاصل ضرب عناصر القطر الرئيس:

$$|A| = x\,(1+x)\,\frac{2x-1}{3}$$

٢. نساوي المحدد بالصفر:

$$x=0 \quad \text{أو} \quad 1+x=0 \Rightarrow x=-1 \quad \text{أو} \quad 2x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

٣. إذن القيم هي $0,\ -1,\ \dfrac{1}{2}$

س1161 أنظمة المتباينات الخطية (1442)

السؤال: أي النقاط الآتية تقع في منطقة حل نظام المتباينات $x - y > 2$ و $2x + y < 3$؟

الخيارات:

أ) $(-2, -3)$

ب) $(-2, 8)$

ج) $(2, 8)$

د) $(2, -8)$

الإجابة: (د) $(2, -8)$

التلميح: عوّض إحداثيي كل نقطة في المتباينتين معًا، النقطة المطلوبة تحقق الاثنتين.

الحل:

١. النقطة $(2, -8)$: $2 - (-8) = 10 > 2$ ✓ و $2(2) + (-8) = -4 < 3$ ✓ فهي تحقق المتباينتين.

٢. النقطة $(-2, -3)$: $-2 - (-3) = 1$ وهو ليس أكبر من 2 ✗

٣. النقطة $(-2, 8)$: $-2 - 8 = -10$ ليس أكبر من 2 ✗

٤. النقطة $(2, 8)$: $2 - 8 = -6$ ليس أكبر من 2 ✗

٥. إذن النقطة الوحيدة في منطقة الحل هي $(2, -8)$

س1169 مجال الدوال — اللوغاريتم والجذر في المقام — خاص بالمستوى الثاني (1444)

السؤال: مجال الدالة $f(x) = \dfrac{\ln x}{\sqrt{4 - x}}$ هو

الخيارات:

أ) $\mathbb{R} - \{4\}$

ب) $(0, 4)$

ج) $(0, 4]$

د) $(0, \infty)$

الإجابة: (ب) $(0, 4)$

التلميح: اكتب شرط كل جزء على حدة: اللوغاريتم يحتاج مدخلًا موجبًا، والجذر في المقام يحتاج ما تحته موجبًا تمامًا. ثم خذ التقاطع.

الحل:

١. شرط $\ln x$:

$$x > 0$$

٢. شرط $\sqrt{4 - x}$ في المقام (لا يساوي صفرًا):

$$4 - x > 0 \;\Rightarrow\; x < 4$$

٣. تقاطع الشرطين:

$$0 < x < 4 \;\Rightarrow\; (0, 4)$$

٤. العدد 4 مستبعد لأنه يجعل المقام صفرًا، فالخيار $(0, 4]$ خاطئ.

س1180 مدى الدالة (1448)

السؤال: أوجد مدى الدالة $f(x) = \dfrac{1 - x}{x - 3}$

الخيارات:

أ) R

ب) $R - \{3\}$

ج) $R - \{1\}$

د) $R - \{-1\}$

الإجابة: (د) $R - \{-1\}$

التلميح: عبّر عن x بدلالة y من المعادلة $y = f(x)$، وابحث عن القيمة التي لا يمكن أن يأخذها y مهما كان x

الحل:
١. ضع $y = \dfrac{1-x}{x-3}$، وحُلّ من أجل x:

$$y(x-3) = 1-x \;\Rightarrow\; yx - 3y = 1 - x$$
$$\Rightarrow\; x(y+1) = 1 + 3y \;\Rightarrow\; x = \frac{1+3y}{y+1}$$

٢. هذا التعبير معرَّف لكل قيم y ما عدا $y = -1$ (حيث يصبح المقام صفرًا).
٣. إذن مدى الدالة $= R - \{-1\}$

س1181 النمو الأسي (1448)

السؤال: أسهم شركة تتضاعف قيمتها كل 3 سنوات، فإذا كان سعرها الحالي 100 ريال، فكم سيكون سعرها بعد 15 سنة؟
الخيارات:
أ) 1200 ريال
ب) 1600 ريال
ج) 2400 ريال
د) 3200 ريال
الإجابة: (د) 3200 ريال
التلميح: احسب عدد مرات التضاعف خلال المدة المعطاة أولاً، ثم اضرب السعر الأصلي في 2 مرفوعة لهذا العدد.
الحل:
١. عدد فترات التضاعف خلال 15 سنة $= 15 \div 3 = 5$ فترات.
٢. السعر بعد 15 سنة $= 100 \times 2^5 = 100 \times 32 = 3200$ ريال.

س1188 المتطابقات الجبرية (فرق مربعين) (1448)

السؤال: $(n-1)^2 - (n+1)^2 = \cdots$
الخيارات:
أ) $-4n$
ب) $4n$
ج) $-2n+1$
د) $2n-1$
الإجابة: (أ) $-4n$
التلميح: وسّع كل مربع على حدة أولًا، ثم اطرح.
الحل:
١. $(n-1)^2 = n^2 - 2n + 1$ و $(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$
٢. $(n^2 - 2n + 1) - (n^2 + 2n + 1) = -4n$

س1191 مجال الدالة — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: أوجد مجال الدالة $-(x+4)^{-\frac{1}{2}}$
الخيارات:
أ) $(-4, \infty)$
ب) $(4, \infty)$
ج) $[-4, \infty)$
د) R
الإجابة: (أ) $(-4, \infty)$
التلميح: الأس السالب يعني قسمة، فلا يكفي أن يكون ما تحت الجذر غير سالب؛ يجب أن يكون موجبًا تمامًا حتى لا يصبح المقام صفرًا.
الحل:

١. $-(x+4)^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{x+4}}$، والمقدار $x+4$ هنا في المقام لا في البسط وحده، فلا يكفي أن يكون غير سالب بل يجب أن يكون موجبًا تمامًا حتى لا يصبح المقام صفرًا:

$$x+4>0$$

٢. السالب الخارجي لا يضيف أي شرط على المجال (فهو خارج الجذر تمامًا، ويؤثر على مدى الدالة لا على مجالها)، فإذن $x>-4$، أي أن مجال الدالة $=(-4,\infty)$

س1237 الأنماط العددية

السؤال: ما الحد التالي في النمط: $12,11,9,6,\ldots$ ؟

الخيارات:

أ) -3

ب) 2

ج) 3

د) 4

الإجابة: (ب) 2

التلميح: انظر إلى الفروق بين الحدود المتتالية.

الحل:

١. الفروق: $12-11=1$، $11-9=2$، $9-6=3$

٢. الفروق نفسها تتبع نمطًا: $1,2,3,\ldots$، فالفرق التالي 4

٣. الحد التالي $=6-4=2$

س1238 رتبة المصفوفة — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: ما رتبة المصفوفة

$$\begin{bmatrix} 4 & 9 & 0 \\ -2 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

؟

الخيارات:

أ) 9

ب) 3×2

ج) 2×3

د) 3×3

الإجابة: (د) 3×3

التلميح: رتبة المصفوفة = عدد الصفوف × عدد الأعمدة.

الحل:

١. المصفوفة بها 3 صفوف و3 أعمدة، فرتبتها 3×3

س1239 تساوي المصفوفات — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان

$$\begin{bmatrix} 4 & 9 & 0 \\ -2 & 5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x & 9 & 0 \\ -2 & y & 0 \end{bmatrix}$$

فإن $x+y$ تساوي ..

الخيارات:

أ) 3

ب) 4

ج) 7

د) 9

الإجابة: (ج) 7

التلميح: تساوي المصفوفتين يعني تساوي العناصر المتناظرة.

الحل:

١. $2x = 4 \Rightarrow x = 2$، و $y = 5$

٢. $x + y = 2 + 5 = 7$

س1240 جمع المصفوفات وضربها بعدد – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أوجد ناتج:

$$2\begin{bmatrix} 4 & 9 & 3 \\ -2 & 5 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 9 & 1 \\ -2 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

الخيارات:

أ) $\begin{bmatrix} 8 & 27 & 1 \\ -6 & 7 & 0 \end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix} 4 & 18 & 1 \\ -6 & 7 & 0 \end{bmatrix}$

ج) $\begin{bmatrix} 8 & 27 & 7 \\ -6 & 7 & 0 \end{bmatrix}$

د) $\begin{bmatrix} 8 & 27 & 1 \\ -4 & 7 & 9 \end{bmatrix}$

الإجابة: (ج) $\begin{bmatrix} 8 & 27 & 7 \\ -6 & 7 & 0 \end{bmatrix}$

التلميح: اضرب كل عنصر بالعدد أولًا، ثم اجمع العناصر المتناظرة.

الحل:

١.

$$2\begin{bmatrix} 4 & 9 & 3 \\ -2 & 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 18 & 6 \\ -4 & 10 & -2 \end{bmatrix}$$

٢. بإضافة المصفوفة الثانية:

$$\begin{bmatrix} 8+0 & 18+9 & 6+1 \\ -4-2 & 10-3 & -2+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 27 & 7 \\ -6 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

س1241 ضرب المصفوفات – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$ فأوجد A^2

الخيارات:

أ) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 16 & 64 \end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix} 9 & 18 \\ 36 & 72 \end{bmatrix}$

ج) $\begin{bmatrix} 5 & 20 \\ 20 & 80 \end{bmatrix}$

د) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$

الإجابة: (ب) $\begin{bmatrix} 9 & 18 \\ 36 & 72 \end{bmatrix}$

التلميح: $A^2 = A \times A$؛ كل عنصر في الناتج = مجموع حاصل ضرب عناصر الصف في عناصر العمود المقابل.

الحل:

١. العنصر $(1,1) = 1 \times 1 + 2 \times 4 = 1 + 8 = 9$
٢. العنصر $(1,2) = 1 \times 2 + 2 \times 8 = 2 + 16 = 18$
٣. العنصر $(2,1) = 4 \times 1 + 8 \times 4 = 4 + 32 = 36$
٤. العنصر $(2,2) = 4 \times 2 + 8 \times 8 = 8 + 64 = 72$
٥. إذن $A^2 = \begin{bmatrix} 9 & 18 \\ 36 & 72 \end{bmatrix}$

س1245 ترجمة العبارات اللفظية إلى رموز جبرية

السؤال: عبارة رياضية تكافئ العبارة اللفظية: يزيد طول فهد عن نصف طول نواف بـ 10 سم، فإذا رمزنا لطول نواف بالرمز x فإن طول فهد ..

الخيارات:

أ) $\frac{1}{2}x + 10$
ب) $\frac{1}{2}x - 10$
ج) $10 - 2x$
د) $2x + 10$

الإجابة: (أ) $\frac{1}{2}x + 10$

التلميح: "يزيد ... عن ... بـ" تعني: المقدار الأصغر + الزيادة.

الحل:

١. نصف طول نواف يساوي:

$$\frac{1}{2}x$$

٢. طول فهد يزيد عن ذلك بـ10، إذن طول فهد يساوي:

$$\frac{1}{2}x + 10$$

س1246 ترجمة العبارات اللفظية إلى رموز جبرية

السؤال: العبارة الرياضية التي تكافئ العبارة اللفظية: إذا صرف نواف مبلغ 150 ريالًا، وتبقى معه $(x - 1)$ ريالًا، فكم كان معه؟

الخيارات:

أ) $x + 150$
ب) $x - 150$
ج) $x + 149$
د) $x - 149$

الإجابة: (ج) $x + 149$

التلميح: المبلغ الأصلي = المتبقي + المصروف.

الحل:

١. المبلغ الأصلي $= (x - 1) + 150 = x + 149$

س1255 جبر الكسور: القسمة والتحليل (1447)

السؤال: أوجد ناتج المقدار التالي في أبسط صورة: $\frac{4x - 12}{(x-3)^2} \div \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 9}$

الخيارات:

أ) $\frac{1}{x+3}$
ب) $\frac{4}{x+3}$
ج) $\frac{x-3}{4}$

د) $\dfrac{4}{x-3}$

الإجابة: (ب) $\dfrac{4}{x+3}$

التلميح: حلّل كل حد، ثم اقلب الكسر الثاني واضربه في الأول، واختصر العوامل المشتركة.

الحل:

١.

$$\frac{4x-12}{(x-3)^2}=\frac{4(x-3)}{(x-3)^2}=\frac{4}{x-3}$$

٢.

$$\frac{x^2+6x+9}{x^2-9}=\frac{(x+3)^2}{(x-3)(x+3)}=\frac{x+3}{x-3}$$

٣. القسمة $=\dfrac{4}{x-3}\times\dfrac{x-3}{x+3}=\dfrac{4}{x+3}$

س1257 المتباينات الكسرية (1447)

السؤال: حل المتباينة: $\dfrac{x^2-1}{3x}\geq 0$

الخيارات:

أ) $[-1,1]$

ب) $[-1,0)\cup[1,\infty)$

ج) $[-1,0)\cup(0,1]$

د) $(-\infty,-1]\cup(0,1]$

الإجابة: (ب) $[-1,0)\cup[1,\infty)$

التلميح: حدد النقاط الحرجة من البسط والمقام، وادرس إشارة المقدار على كل فترة.

الحل:

١. النقاط الحرجة: $x=-1,0,1$ (من $x^2-1=(x-1)(x+1)$ و $3x$).

٢. بدراسة الإشارة: المقدار موجب أو صفر على $[-1,0)$ وعلى $[1,\infty)$، وسالب على الفترتين الأخريين، مع استبعاد $x=0$

٣. الحل: $[-1,0)\cup[1,\infty)$

س1258 مدى الدوال (1447)

السؤال: ما مدى الدالة $f(x)=1-|x|$؟

الخيارات:

أ) $[1,\infty)$

ب) $(-\infty,1]$

ج) $(-\infty,-1]$

د) $[-1,0]$

الإجابة: (ب) $(-\infty,1]$

التلميح: القيمة المطلقة دائمًا غير سالبة، فأكبر قيمة لـ $1-|x|$ تكون عند $|x|=0$

الحل:

١. بما أن $|x|\geq 0$ فإن $1-|x|\leq 1$، وتتحقق القيمة العظمى 1 عند $x=0$

٢. مع تزايد $|x|$ تتناقص $f(x)$ بلا حدود، فالمدى $(-\infty,1]$

س1275 محدد المصفوفات: خواصّ التشابه — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: إذا كانت المصفوفتان A,P مربعتين بحيث للمصفوفة P معكوس ضربي P^{-1}، وكانت العلاقة المعطاة هي $\det\left(P^{-1}AP\right)=3^6abc$، فأوجد $\det(A)$

الخيارات:

أ) $\det(A)=3^6abc$

ب) $\det(A) = 3^6 ab$
ج) $\det(A) = ac$
د) $\det(A) = a$

الإجابة: أ) $\det(A) = 3^6 abc$
التلميح: محدد المصفوفة لا يتغير بالتشابه (الضرب بمصفوفة ومعكوسها من الجهتين).
الحل:
١. $\det\left(P^{-1}AP\right) = \det(P^{-1})\det(A)\det(P) = \det(A)$ (لأن $\det(P^{-1})\det(P) = 1$).
٢. إذن $\det(A) = 3^6 abc$

س1284 الدالة العكسية — مسألة لفظية (1447)

السؤال: يوفّر عامل 15 ريالًا عن كل يوم عمل إضافي. إذا كانت الدالة $f(x) = 15x$ تمثل ما يوفّره مقابل x يومًا إضافيًا، أوجد $f^{-1}(30) + 1$
الخيارات:
أ) 2
ب) 3
ج) 4
د) 5

الإجابة: ب) 3
التلميح: $f^{-1}(30)$ تعني: كم يومًا إضافيًا يلزم ليوفّر 30 ريالًا؟
الحل:
١. $f(2) = 15 \times 2 = 30$، إذن $f^{-1}(30) = 2$
٢. $f^{-1}(30) + 1 = 2 + 1 = 3$

س1286 مجال تركيب الدوال — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: إذا كانت $f(x) = x^2$ و $g(x) = \sqrt{\dfrac{x^2+3}{2x}}$، فأوجد مجال $(f \circ g)(x)$
الخيارات:
أ) $R - \{0\}$
ب) $(0, \infty)$
ج) $(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$
د) $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

الإجابة: ب) $(0, \infty)$
التلميح: $(f \circ g)(x) = g(x)^2$، لكن المجال يُحدَّد بشرط تعريف $g(x)$ نفسها قبل التربيع.
الحل:
١. $(f \circ g)(x) = \left(\sqrt{\dfrac{x^2+3}{2x}}\right)^2 = \dfrac{x^2+3}{2x}$، لكن هذا يفترض أن $g(x)$ معرّفة أصلًا.
٢. $g(x)$ معرّفة إذا كان $\dfrac{x^2+3}{2x} \geq 0$ و $x \neq 0$. بما أن $x^2 + 3 > 0$ دائمًا، يلزم أن يكون $2x > 0$ حتى تكون الكسر موجبة.
٣. إذن $x > 0$، أي أن المجال $= (0, \infty)$

س1295 تبسيط مقدار جبري بالتعويض (1447)

السؤال: إذا كانت $p = n - 5$، فأوجد قيمة المقدار $3p^2 - 75$ بدلالة n في أبسط صورة.
الخيارات:
أ) $3n(n-5)$
ب) $3n(n-10)$
ج) $3n(n+10)$
د) $3n$

الإجابة: (ب) $3n(n-10)$
التلميح: عوّض بـ $p=n-5$ أولًا، ثم وسّع ووحّد الحدود، ثم حلّل بإخراج العامل المشترك.
الحل:
١. $$-75+3p^2=-75+3(n-5)^2=-75+3(n^2-10n+25)$$
٢. $=-75+3n^2-30n+75=3n^2-30n$
٣. بإخراج العامل المشترك: $3n^2-30n=3n(n-10)$

س1303 الدالة العكسية (1447)

السؤال: إذا كانت $f(x)=x^2$، والمجموعة $A=\{1,-2\}$، أوجد $f^{-1}(A)$
الخيارات:
أ) $\{-1,2\}$
ب) $\{1,-1\}$
ج) $\{-1,-2\}$
د) $\{1,4\}$
الإجابة: (ب) $\{1,-1\}$
التلميح: $f^{-1}(A)=\{x: f(x)\in A\}$؛ تحقق هل لكل عنصر في A أصل حقيقي تحت f
الحل:
١. $f(x)=1\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=\pm1$
٢. $f(x)=-2\Rightarrow x^2=-2$، لا يوجد حل حقيقي، فلا يضيف شيئًا.
٣. إذن $f^{-1}(A)=\{1,-1\}$

س1306 معادلات القيمة المطلقة (1447)

السؤال: مجموعة حل المعادلة $|x+3|+10=9$ هي
الخيارات:
أ) $\varnothing$
ب) $\{-4,1\}$
ج) $\{-4\}$
د) $\{1\}$
الإجابة: (أ) $\varnothing$
التلميح: اعزل القيمة المطلقة أولًا وانظر إلى إشارة الطرف الآخر.
الحل:
١. $|x+3|=9-10=-1$
٢. القيمة المطلقة لا تساوي عددًا سالبًا أبدًا، فلا يوجد حل: المجموعة $\varnothing$

س1309 محددات المصفوفات وخواصها – خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: إذا كانت $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$، $B=\begin{bmatrix}c & d\\ a & b\end{bmatrix}$، فإن
الخيارات:
أ) $|A|=|B|$
ب) $|A|=-|B|$
ج) $|A|=2|B|$
د) $|A|=\frac{1}{2}|B|$
الإجابة: (ب) $|A|=-|B|$
التلميح: B هي A بعد تبديل صفيها.

الحل:
١. $|A| = ad - bc$، و $|B| = cb - ad = -(ad - bc)$
٢. إذن $|A| = -|B|$ (تبديل صفين في المصفوفة يعكس إشارة محددها).

س1315 تبسيط المقادير النسبية (1447)

السؤال: أوجد ناتج المقدار التالي في أبسط صورة: $\dfrac{4x-12}{x^2-3x-4} \div \dfrac{(x-3)^2}{x^2-2x-3}$

الخيارات:
أ) $\dfrac{3}{x+4}$
ب) $\dfrac{-4}{x+4}$
ج) $\dfrac{-3}{x+3}$
د) $\dfrac{4}{x-4}$

الإجابة: (د) $\dfrac{4}{x-4}$

التلميح: حلّل كل حد، ثم اقلب الكسر الثاني واضرب، ثم اختصر.

الحل:
١. $4x-12 = 4(x-3)$، و $x^2-3x-4 = (x-4)(x+1)$، و $x^2-2x-3 = (x-3)(x+1)$
٢.
$$\frac{4(x-3)}{(x-4)(x+1)} \times \frac{(x-3)(x+1)}{(x-3)^2}$$
٣. بالاختصار: $\dfrac{4}{x-4}$

س1329 المجموعات والمسوّرات (1444، 1445)

السؤال: مجموعة مكوّنة من 5 عناصر، أوجد عدد المجموعات الجزئية لها عدا المجموعة الخالية.

الخيارات:
أ) 5
ب) 8
ج) 31
د) 32

الإجابة: (ج) 31

التلميح: عدد كل المجموعات الجزئية لمجموعة من n عنصرًا هو 2^n، فاطرح واحدًا لاستبعاد المجموعة الخالية.

الحل:
١. عدد كل المجموعات الجزئية $= 2^5 = 32$
٢. باستبعاد المجموعة الخالية: $32 - 1 = 31$

س1331 المعادلات التربيعية (1444، 1445)

السؤال: إذا كانت $x = 4,\ x = -1$ حلّين للمعادلة، فإن المعادلة هي

الخيارات:
أ) $(x+1)(x+4) = 0$
ب) $(x-1)(x-4) = 0$
ج) $(x-1)(x+4) = 0$
د) $(x+1)(x-4) = 0$

الإجابة: (د) $(x+1)(x-4) = 0$

التلميح: كل حل r يقابله عامل $(x-r)$

الحل:
١. الحل $x = -1$ يقابله العامل $(x + 1)$، والحل $x = 4$ يقابله العامل $(x - 4)$
٢. فالمعادلة $(x + 1)(x - 4) = 0$

س1332 المعادلات التربيعية (1444، 1445)

السؤال: إذا كان $(x + 1)$ جذرًا للمعادلة $2x^2 + 5x + 3 = 0$، فإن الجذر الآخر هو
الخيارات:
أ) $x + 3$
ب) $2x + 3$
ج) $x + 5$
د) $2x + 5$
الإجابة: (ب) $2x + 3$
التلميح: حلّل المقدار التربيعي إلى عاملين أحدهما $(x + 1)$
الحل:
١. $2x^2 + 5x + 3 = (2x + 3)(x + 1)$
٢. بما أن $(x + 1)$ أحد العاملين، فالعامل الآخر (الجذر الآخر) هو $2x + 3$

س1346 بناء معادلة تربيعية من جذريها (1446)

السؤال: إذا كان $x = -1$ و $x = 4$ حلّين للمعادلة، فما هذه المعادلة؟
الخيارات:
أ) $(x + 1)(x + 4) = 0$
ب) $(x - 1)(x - 4) = 0$
ج) $(x - 1)(x + 4) = 0$
د) $(x + 1)(x - 4) = 0$
الإجابة: (د) $(x + 1)(x - 4) = 0$
التلميح: إذا كان r جذرًا فإن $(x - r)$ عامل من عوامل المعادلة.
الحل:
١. الجذر $x = -1$ يقابل العامل $(x - (-1)) = (x + 1)$
٢. الجذر $x = 4$ يقابل العامل $(x - 4)$
٣. المعادلة: $(x + 1)(x - 4) = 0$

س1356 مسائل لفظية جبرية: أعداد فردية متتالية (1446)

السؤال: إذا كان مجموع أربعة أعداد فردية متتالية يساوي 328، فما أصغر هذه الأعداد؟
الخيارات:
أ) 39
ب) 41
ج) 79
د) 81
الإجابة: (ج) 79
التلميح: مثّل الأعداد الفردية المتتالية بـ $x, x + 2, x + 4, x + 6$ واجمعها.
الحل:
١. $x + (x + 2) + (x + 4) + (x + 6) = 328$
٢. $4x + 12 = 328 \Rightarrow 4x = 316 \Rightarrow x = 79$

س1358 مجال الدالة الكسرية (1446)

السؤال: مجال الدالة $f(x) = \dfrac{1}{x^3 - 16x}$

الخيارات:

أ) R

ب) $R - \{0, \pm 2\}$

ج) $R - \{0, \pm 4\}$

د) $(0, \infty)$

الإجابة: ج) $R - \{0, \pm 4\}$

التلميح: مجال الدالة الكسرية يستثني قيم x التي تُصفّر المقام.

الحل:

١. $$x^3 - 16x = x(x^2 - 16) = x(x-4)(x+4) = 0$$
$$\Rightarrow \; x = 0, 4, -4$$

٢. مجال الدالة $= R - \{0, \pm 4\}$

س1365 المعادلة التربيعية: شرط الحل الوحيد (1447)

السؤال: أوجد قيمة a التي تجعل للمعادلة $2x^2 + ax + 8 = 0$ حلاً وحيدًا

الخيارات:

أ) 7

ب) $\dfrac{7}{4}$

ج) $\dfrac{-7}{4}$

د) ± 8

الإجابة: د) ± 8

التلميح: الحل الوحيد يعني أن المميز يساوي صفرًا.

الحل:

١. $\Delta = a^2 - 4(2)(8) = 0 \;\Rightarrow\; a^2 = 64 \;\Rightarrow\; a = \pm 8$

س1369 أنظمة المعادلات: مسائل لفظية (1447)

السؤال: إذا كان سعر ثوبين وشماغ 360 ريالًا، وسعر 3 ثياب وشماغين 580 ريالًا، كم قيمة الثوب والشماغ معًا بالريال؟

الخيارات:

أ) 100

ب) 200

ج) 220

د) 240

الإجابة: ج) 220

التلميح: كوّن نظام معادلتين (ثمن الثوب x، ثمن الشماغ y)، ثم حلّهما لإيجاد $x + y$

الحل:

١. $2x + y = 360$، $3x + 2y = 580$

٢. بضرب الأولى في 2: $4x + 2y = 720$

٣. بطرح الثانية من الناتج: $x = 140$

٤. $y = 360 - 2(140) = 80$، فـ $x + y = 220$

س1373 المتتابعات الحسابية: الحد العام (1447)

السؤال: أوجد الحد العشرين في المتتابعة $-12, -8, -4, 0, \ldots$

الخيارات:

أ) 72

ب) 64

ج) -64

د) -72

الإجابة: (ب) 64

التلميح: استخدم قانون الحد العام $a_n = a_1 + (n-1)d$

الحل:

١. $a_1 = -12$، $d = 4$

٢.

$$a_{20} = -12 + (20-1)(4) = -12 + 76 = 64$$

س1379 مجال الدالة (1447)

السؤال: أوجد مجال الدالة $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x}}$

الخيارات:

أ) $(1, \infty)$

ب) $(-\infty, 1)$

ج) $(-\infty, 1]$

د) $R - \{1\}$

الإجابة: (ب) $(-\infty, 1)$

التلميح: المقدار تحت الجذر في المقام يجب أن يكون موجبًا تمامًا (لا يساوي صفرًا).

الحل:

١. $1 - x > 0 \Rightarrow x < 1$، فالمجال $(-\infty, 1)$

س1384 ضرب الدوال (1447)

السؤال: إذا كانت $f(x) = 2x - 1$، $g(x) = 3x + 7$، أوجد $f(x) \cdot g(x)$

الخيارات:

أ) $6x^2 - 11x + 7$

ب) $6x^2 + 11x + 7$

ج) $6x^2 + 11x - 7$

د) $6x^2 - 11x - 7$

الإجابة: (ج) $6x^2 + 11x - 7$

التلميح: اضرب كل حد في الحد الآخر (التوزيع الكامل) ثم اجمع الحدود المتشابهة.

الحل:

١.

$$(2x-1)(3x+7) = 6x^2 + 14x - 3x - 7 = 6x^2 + 11x - 7$$

س1391 مدى الدالة (1447)

السؤال: أوجد مدى الدالة $f(x) = 3 - \sqrt{x+2}$

الخيارات:

أ) $(-\infty, 3)$

ب) $(-\infty, 3]$

ج) $[3, \infty)$

د) $(-3, \infty)$

الإجابة: ب) $(-\infty, 3]$

التلميح: بما أن $\sqrt{x+2} \geq 0$ فإن $3 - \sqrt{x+2} \leq 3$

الحل:

١. $\sqrt{x+2} \geq 0$ لكل $x \geq -2$، فأقصى قيمة لـ f تحدث عند $\sqrt{x+2} = 0$ وتساوي 3، وتتناقص دون حد.

٢. المدى $= (-\infty, 3]$

س1394 تبسيط المقادير الجبرية (1447)

السؤال: أبسط صورة للمقدار $3x(2x+5) + 6(x - x^2)$

الخيارات:

أ) $21x - 6x^2$

ب) $12x^2 + 15x$

ج) $12x^2 + 21x$

د) $21x$

الإجابة: د) $21x$

التلميح: وزّع كل حد ثم اجمع واطرح الحدود المتشابهة.

الحل:

١. $3x(2x+5) = 6x^2 + 15x$، و $6(x - x^2) = 6x - 6x^2$

٢. المجموع $= 6x^2 + 15x + 6x - 6x^2 = 21x$

س1412 حل المتباينات المركّبة (1444، 1445)

السؤال: حل المتباينة $x - \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}(x-1)\right) < \frac{2}{3}(x-1)$

الخيارات:

أ) $(0, \infty)$

ب) $(-\infty, -5)$

ج) $(-5, \infty)$

د) $(0, 5)$

الإجابة: ب) $(-\infty, -5)$

التلميح: بسّط الطرف الأيسر من الداخل للخارج أولًا، ثم اضرب طرفي المتباينة في المضاعف المشترك الأصغر للمقامات لإزالة الكسور.

الحل:

١. الداخل: $x - \frac{1}{2}(x-1) = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$

٢. الطرف الأيسر: $x - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right) = x - \frac{x}{4} - \frac{1}{4}$

٣. المتباينة: $x - \frac{x}{4} - \frac{1}{4} < \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$

٤. بالضرب في 12: $12x - 3x - 3 < 8x - 8$

٥. $9x - 3 < 8x - 8 \Rightarrow x < -5$، أي مجموعة الحل $(-\infty, -5)$

س1428 المعادلات اللوغاريتمية — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: إذا كان $\ln x + \ln 5 + \pi = 0$، فأوجد قيمة x

الخيارات:

أ) $x = \frac{e^{\pi}}{5}$

ب) $x = \frac{e^{-\pi}}{5}$

ج) $x = 5e^{\pi}$

د) $x = 5e^{-\pi}$

الإجابة: ب) $x = \dfrac{e^{-\pi}}{5}$

التلميح: اجمع اللوغاريتمين في لوغاريتم واحد ثم اعزله وحوّل المعادلة إلى الصورة الأسية، مع الانتباه لإشارة π بعد نقلها.

الحل:

١. بخاصية $\ln a + \ln b = \ln(ab)$:

$$\ln(5x) + \pi = 0$$

٢. بعزل اللوغاريتم:

$$\ln(5x) = -\pi$$

٣. بالتحويل إلى الصورة الأسية:

$$5x = e^{-\pi}$$

٤. بالقسمة على 5:

$$x = \frac{e^{-\pi}}{5}$$

س1429 المجموعة الشاملة والمتممة (1448)

السؤال: إذا كانت $B \subseteq A$، وكانت A هي المجموعة الشاملة، وكانت $C = \{x : x \in A,\ x \notin B\}$، فأي المجموعات الآتية تمثل متممة المجموعة C؟

الخيارات:

أ) B^c

ب) B

ج) $\varnothing$

د) A^c

الإجابة: ب) B

التلميح: صِف عناصر C بالنسبة إلى B أولًا، ثم تذكّر أن متممة أي مجموعة هي ما يتبقى من المجموعة الشاملة خارجها.

الحل:

١. عناصر C هي عناصر A التي لا تنتمي إلى B:

$$C = A \setminus B$$

٢. بما أن A هي المجموعة الشاملة، فإن:

$$C = B^c$$

٣. متممة C هي متممة B^c:

$$C^c = (B^c)^c = B$$

٤. الخيار B^c يساوي C نفسها لا متممتها

٥. الخيار A^c يساوي $\varnothing$ لأن A هي المجموعة الشاملة

س1430 المعادلات الأسية — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: إذا كان $e^{x+2} = 3e^2$، فأوجد قيمة x

الخيارات:

أ) $\ln 2$

ب) $3\ln 2$

ج) $\ln 3$

د) $2\ln 3$

الإجابة: ج) $\ln 3$

التلميح: اقسم الطرفين على e^2 أولًا، ثم خذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين.
الحل:
١. نقسم الطرفين على e^2:

$$e^{x+2-2} = 3$$

٢. أي:

$$e^x = 3$$

٣. نأخذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين:

$$x = \ln 3$$

س1431 المعادلات الأسية – خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: أوجد قيمة x التي تحقق المعادلة $3^{2x} + 9^x + 3^{2x} + 1 = 244$
الخيارات:
أ) $x = 1$
ب) $x = 2$
ج) $x = 3$
د) $x = 4$
الإجابة: (ب) $x = 2$
التلميح: اكتب 9^x بدلالة الأساس 3، فتصبح الحدود الثلاثة الأولى متشابهة.
الحل:
١. نوحّد الأساس:

$$9^x = (3^2)^x = 3^{2x}$$

٢. بالتعويض في المعادلة:

$$3^{2x} + 3^{2x} + 3^{2x} + 1 = 244$$

٣. بجمع الحدود المتشابهة:

$$3 \cdot 3^{2x} = 243$$

٤. بالقسمة على 3:

$$3^{2x} = 81 = 3^4$$

٥. بمساواة الأسس:

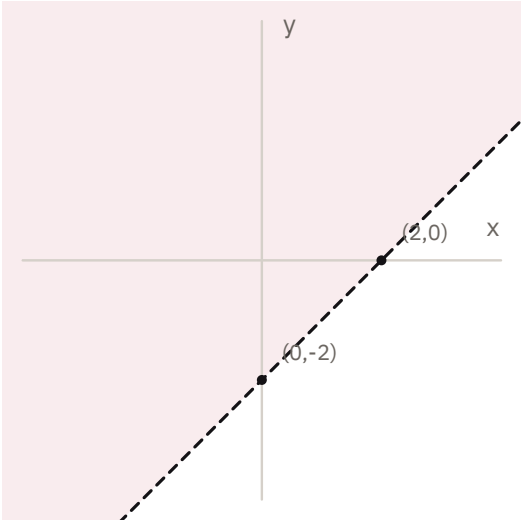
$$2x = 4$$

٦. إذن:

$$x = 2$$

س1432 تمثيل المتباينات الخطية بيانيًا (1448)

السؤال: بالاعتماد على التمثيل البياني الآتي، ما المتباينة التي تمثلها منطقة التظليل؟



الخيارات:
أ) $x+y>2$
ب) $x-y>2$
ج) $x+y<2$
د) $x-y<2$
الإجابة: (د) $x-y<2$
التلميح: أوجد معادلة المستقيم الحدّي من نقطتي تقاطعه مع المحورين، ثم اختبر نقطة الأصل: هل تقع في المنطقة المظللة؟
الحل:
١. المستقيم الحدّي يقطع محور y عند -2
٢. ويقطع محور x عند 2
٣. ميل المستقيم:

$$m=\frac{0-(-2)}{2-0}=1$$

٤. معادلة المستقيم:

$$y=x-2$$

٥. منطقة التظليل تقع أعلى المستقيم:

$$y>x-2$$

٦. بنقل الحدود:

$$x-y<2$$

٧. للتحقق: نقطة الأصل $(0,0)$ تقع في المنطقة المظللة
٨. وبالتعويض بها في المتباينة:

$$0-0<2$$

٩. رُسم المستقيم متقطعًا لأن نقاطه نفسها لا تحقق المتباينة التامة

س1433 **قوى المصفوفة القطرية** — خاص بالمستوى الثاني (1448)
السؤال: إذا كانت

$$A=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&-3&0\\0&0&-1\end{bmatrix}$$

، فأوجد مجموع عناصر القطر الرئيسي للمصفوفة A^{-3}

الخيارات:
أ) 3
ب) -1
ج) $-\dfrac{1}{27}$
د) $\dfrac{1}{27}$

الإجابة: (ج) $-\dfrac{1}{27}$

التلميح: قوة المصفوفة القطرية مصفوفة قطرية أيضًا، وكل عنصر على قطرها يُرفع للقوة نفسها.

الحل:

١. المصفوفة A قطرية، فنرفع كل عنصر من عناصر قطرها للقوة -3:

$$A^{-3} = \begin{bmatrix} 1^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & (-3)^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & (-1)^{-3} \end{bmatrix}$$

٢. نحسب عناصر القطر:

$$1^{-3} = 1, \quad (-3)^{-3} = -\frac{1}{27}, \quad (-1)^{-3} = -1$$

٣. مجموع عناصر القطر الرئيسي:

$$1 - \frac{1}{27} - 1 = -\frac{1}{27}$$

س1434 المتباينات التربيعية (1448)

السؤال: أوجد مجموعة حل المتباينة $3x^2 - 18x + 24 \geq 0$

الخيارات:
أ) $2 \leq x \leq 4$
ب) $2 < x < 4$
ج) $x \leq 2$ أو $x \geq 4$
د) $x < 2$ أو $x > 4$

الإجابة: (ج) $x \leq 2$ أو $x \geq 4$

التلميح: حلّل المقدار إلى عوامل لتجد الجذرين، ثم حدّد إشارته خارج الجذرين وبينهما، وانتبه هل تشمل المتباينة المساواة.

الحل:

١. نُخرج العامل المشترك 3:

$$3\left(x^2 - 6x + 8\right) \geq 0$$

٢. نحلّل المقدار التربيعي:

$$3(x - 2)(x - 4) \geq 0$$

٣. الجذران: $x = 2$ و $x = 4$
٤. معامل x^2 موجب، فالمقدار موجب خارج الجذرين وسالب بينهما
٥. المتباينة تشمل المساواة، فيدخل الجذران في الحل
٦. مجموعة الحل: $x \leq 2$ أو $x \geq 4$

س1506 مجال الدالة اللوغاريتمية — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: إذا كانت $f(x) = \dfrac{|x+2|}{\ln|x+1|}$، فأوجد مجال الدالة.

الخيارات:

أ) $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$
ب) $\mathbb{R} \setminus \{-2, 0\}$
ج) $\mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 0\}$
د) $\mathbb{R} \setminus \{-2, -1\}$

الإجابة: (ج) $\mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 0\}$

التلميح: راعِ شرطين: أن يكون ما داخل اللوغاريتم موجبًا، وألا يساوي المقام صفرًا.

الحل:

١. البسط $|x + 2|$ معرّف لكل الأعداد الحقيقية، فلا يفرض أي شرط

٢. شرط اللوغاريتم أن يكون ما داخله موجبًا:

$$|x + 1| > 0$$

٣. القيمة المطلقة موجبة دائمًا إلا حين تنعدم، فنستبعد:

$$x \neq -1$$

٤. شرط المقام ألا يساوي صفرًا:

$$\ln |x + 1| \neq 0$$

٥. اللوغاريتم الطبيعي يساوي صفرًا عند العدد 1 فقط:

$$|x + 1| \neq 1$$

٦. من $x + 1 \neq 1$ نستبعد:

$$x \neq 0$$

٧. ومن $x + 1 \neq -1$ نستبعد:

$$x \neq -2$$

٨. بعد استبعاد القيم الثلاث يكون المجال:

$$\mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 0\}$$

س1507 المعادلات اللوغاريتمية – خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: حل المعادلة اللوغاريتمية $\log(x - 1) + \log(x + 1) = 1$، علمًا بأن اللوغاريتم عشري.

الخيارات:

أ) $\sqrt{10}$
ب) $\sqrt{11}$
ج) 11
د) $-\sqrt{11}$

الإجابة: (ب) $\sqrt{11}$

التلميح: اجمع اللوغاريتمين في لوغاريتم واحد، ثم حوّل إلى الصورة الأسية بالأساس 10، ولا تنسَ شرط المجال.

الحل:

١. بخاصية جمع اللوغاريتمات:

$$\log(x - 1) + \log(x + 1) = \log\big((x - 1)(x + 1)\big)$$

٢. فتصبح المعادلة:

$$\log\left(x^2 - 1\right) = 1$$

٣. الأساس 10، فبالتحويل إلى الصورة الأسية:

$$x^2 - 1 = 10$$

٤. بإضافة 1 للطرفين:

$$x^2 = 11$$

٥. بأخذ الجذر التربيعي:

$$x = \pm\sqrt{11}$$

٦. شرط المجال أن يكون ما داخل كل لوغاريتم موجبًا:

$$x - 1 > 0 \quad , \quad x + 1 > 0$$

٧. والشرطان معًا يعنيان:

$$x > 1$$

٨. القيمة $-\sqrt{11}$ لا تحقق الشرط فتُستبعد، ويبقى الحل:

$$x = \sqrt{11}$$

س1508 الدالة الثابتة وتمثيلها البياني (1448)

السؤال: إذا كان مجال دالة هو جميع الأعداد الحقيقية، وكان مداها المجموعة $\{\sqrt{7}\}$، فما طبيعة تمثيلها البياني؟

الخيارات:

أ) مستقيم أفقي

ب) مستقيم رأسي

ج) قطع مكافئ

د) منحنى جيبي

الإجابة: (أ) مستقيم أفقي

التلميح: إذا احتوى المدى قيمة واحدة فقط، فماذا تكون قيمة y مهما تغيّرت قيمة x؟

الحل:

١. المدى يحتوي قيمة واحدة فقط هي $\sqrt{7}$

٢. إذن قيمة y لا تتغير مهما تغيّرت قيمة x، فالدالة ثابتة

٣. قاعدة الدالة:

$$f(x) = \sqrt{7}$$

٤. تمثيلها البياني مستقيم أفقي يوازي محور x ويقطع محور y عند $\sqrt{7}$

٥. المستقيم الرأسي لا يمثل دالة أصلًا

٦. القطع المكافئ والمنحنى الجيبي يأخذان أكثر من قيمة واحدة في المدى

س1509 متباينات القيمة المطلقة — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: حل متباينة القيمة المطلقة $\left|\frac{x}{4} - \frac{x}{8}\right| < \frac{7}{8}$

الخيارات:

أ) $(-8, 8)$

ب) $(-7, 7)$

ج) $[-7, 7]$

د) $(-\infty, -7) \cup (7, \infty)$

الإجابة: (ب) $(-7, 7)$

التلميح: وحّد المقامين داخل القيمة المطلقة أولًا، ثم تخلّص من المقام وطبّق قاعدة $|x| < a$.

الحل:

١. نوحّد المقامين داخل القيمة المطلقة:

$$\frac{x}{4}-\frac{x}{8}=\frac{2x-x}{8}=\frac{x}{8}$$

٢. فتصبح المتباينة:

$$\left|\frac{x}{8}\right|<\frac{7}{8}$$

٣. نضرب الطرفين في العدد الموجب 8:

$$|x|<7$$

٤. المتباينة $|x|<a$ تكافئ $-a<x<a$
٥. إذن:

$$-7<x<7$$

٦. المتباينة تامة، فالطرفان -7 و7 لا ينتميان إلى الحل
٧. مجموعة الحل بالأقواس المفتوحة:

$$(-7,7)$$

س1510 مدى الدالة (1448)

السؤال: أوجد مدى الدالة $f(x)=-x^{-2}$
الخيارات:
أ) $(0,\infty)$
ب) $(-\infty,0)$
ج) $\mathbb{R}$
د) $[0,\infty)$
الإجابة: (ب) $(-\infty,0)$
التلميح: حوّل الأس السالب إلى مقلوب، ثم حدّد إشارة الدالة لكل x في مجالها.
الحل:
١. الأس السالب يعني المقلوب:

$$f(x)=-\frac{1}{x^2}$$

٢. الدالة معرّفة لكل $x\neq 0$، وعندها يكون $x^2>0$
٣. إذن:

$$\frac{1}{x^2}>0$$

٤. وبوجود الإشارة السالبة:

$$f(x)<0$$

٥. الدالة لا تساوي صفرًا أبدًا، لأن بسط الكسر 1 لا ينعدم
٦. كل عدد سالب $-c$ تبلغه الدالة عند $x=\frac{1}{\sqrt{c}}$
٧. إذن المدى جميع الأعداد السالبة:

$$(-\infty,0)$$

س1511 العمليات على المجموعات (1448)

السؤال: إذا كانت $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و $B = \{4, 5, 6\}$، فأوجد ناتج العملية $(A - B) \cup (B \cap B^c)$

الخيارات:

أ) $\{1, 2, 3\}$

ب) $\{4, 5, 6\}$

ج) $\varnothing$

د) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

الإجابة: (أ) $\{1, 2, 3\}$

التلميح: أوجد الفرق $A - B$ أولًا، ثم تذكّر أنه لا يوجد عنصر مشترك بين أي مجموعة ومتممتها.

الحل:

١. الفرق $A - B$ هو عناصر A التي لا تنتمي إلى B:

$$A - B = \{1, 2, 3\}$$

٢. المتممة B^c تحوي كل العناصر التي ليست في B

٣. فلا يوجد عنصر مشترك بين B ومتممتها:

$$B \cap B^c = \varnothing$$

٤. بالتعويض في العملية:

$$(A - B) \cup \varnothing = \{1, 2, 3\}$$

س1512 المعادلات اللوغاريتمية — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: أوجد قيمة x في المعادلة اللوغاريتمية $\log_3 81 = x$

الخيارات:

أ) 3

ب) 2

ج) 4

د) 5

الإجابة: (ج) 4

التلميح: حوّل المعادلة إلى الصورة الأسية، ثم اكتب 81 قوةً للعدد 3.

الحل:

١. تعريف اللوغاريتم: $\log_a b = x$ تكافئ $a^x = b$

٢. بالتحويل إلى الصورة الأسية:

$$3^x = 81$$

٣. نكتب 81 قوةً للعدد 3:

$$81 = 3^4$$

٤. فتصبح المعادلة:

$$3^x = 3^4$$

٥. بمساواة الأسس:

$$x = 4$$

س1513 معكوس المصفوفة — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: إذا كان $AB = I$، وكانت $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$، فما المصفوفة B؟

الخيارات:

أ) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

ب) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

ج) $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

د) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

الإجابة: (ب) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

التلميح: إذا كان حاصل ضرب مصفوفتين يساوي مصفوفة الوحدة، فإحداهما معكوس الأخرى.

الحل:

١. بما أن $AB = I$، فإن B هي معكوس المصفوفة A:

$$B = A^{-1}$$

٢. معكوس المصفوفة من الرتبة الثانية:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

٣. محدد المصفوفة A:

$$\det(A) = (0)(1) - (1)(1) = -1$$

٤. بالتعويض في القانون:

$$A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

٥. بضرب كل عنصر في -1:

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

٦. للتحقق:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

س1514 **الدالة العكسية للدالة النسبية** – خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: إذا كانت الدالة $f(x) = \dfrac{3x + 1}{x - 1}$، فما مدى الدالة العكسية $f^{-1}(x)$؟

الخيارات:

أ) $\mathbb{R} - \{3\}$

ب) $\mathbb{R} - \{1\}$

ج) $\mathbb{R} - \{-1\}$

د) $\mathbb{R}$

الإجابة: (ب) $\mathbb{R} - \{1\}$

التلميح: مدى الدالة العكسية يساوي مجال الدالة الأصلية.

الحل:

١. مدى الدالة العكسية f^{-1} يساوي مجال الدالة الأصلية f

٢. الدالة f نسبية، فنستبعد من مجالها ما يجعل المقام صفرًا:

$$x - 1 \neq 0$$

٣. إذن:

$$x \neq 1$$

٤. مجال الدالة الأصلية:

$$\mathbb{R} - \{1\}$$

٥. فيكون مدى الدالة العكسية:

$$\mathbb{R} - \{1\}$$

٦. الخيار $\mathbb{R} - \{3\}$ هو مجال الدالة العكسية لا مداها، لأن $y = 3$ خط التقارب الأفقي للدالة الأصلية

س1515 **الأنماط العددية** (1448)

السؤال: أكمل النمط الآتي: $16,\ 4,\ 8,\ 2,\ 4,\ \ldots$

الخيارات:

أ) 8

ب) 2

ج) 1

د) 4

الإجابة: (ج) 1

التلميح: قارن كل حد بالحد الذي يليه؛ النمط يتناوب بين عمليتين.

الحل:

١. النمط يتناوب بين عمليتين: القسمة على 4 ثم الضرب في 2

٢. الحد الثاني:

$$16 \div 4 = 4$$

٣. الحد الثالث:

$$4 \times 2 = 8$$

٤. الحد الرابع:

$$8 \div 4 = 2$$

٥. الحد الخامس:

$$2 \times 2 = 4$$

٦. الحد التالي بالقسمة على 4:

$$4 \div 4 = 1$$

المعيار الثالث: الهندسة

عدد الأسئلة: 250

س370 ميل المستقيم والقطع المكافئ – خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: مستقيم يقطع القطع المكافئ $y = 2x^2 - 8x + 9$ عند النقطتين $(b, 1)$ و $(0, a)$. ما ميل المستقيم؟

الخيارات:

أ) -4

ب) -2

ج) 2

د) 4

الإجابة: (أ) -4

التلميح: عوّض كل نقطة في معادلة القطع لإيجاد a ثم b، ثم طبّق قانون الميل.

الحل:

١. من النقطة $(0, a)$:

$$a = 2(0)^2 - 8(0) + 9 = 9$$

٢. من النقطة $(b, 1)$:

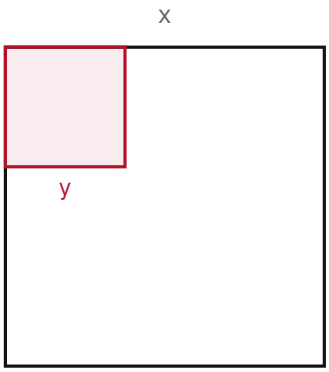
$$1 = 2b^2 - 8b + 9 \;\Rightarrow\; b^2 - 4b + 4 = 0 \;\Rightarrow\; (b-2)^2 = 0 \;\Rightarrow\; b = 2$$

٣. بقانون الميل:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 1}{0 - 2} = \frac{8}{-2} = -4$$

س371 التمثيل الهندسي للمتطابقات (1442)

السؤال: الشكل المظلل المقابل يمثل (مربع كبير ضلعه x اقتُطع منه مربع صغير ضلعه y)



الخيارات:

أ) $\sqrt{x + y} = |x + y|$

ب) $(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$

ج) $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$

د) $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

الإجابة: (د) $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$
التلميح: المساحة المظللة = مساحة المربع الكبير ناقص مساحة المربع الصغير.
الحل:
١. المساحة المظللة:

$$x^2 - y^2$$

٢. وهي فرق بين مربعين:

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

س372 **الضرب الداخلي للمتجهات** – خاص بالمستوى الثاني (1442)
السؤال: الضرب الداخلي للمتجهين $\langle 1, -1, 0\rangle$ و $\langle -1, -2, 3\rangle$ يساوي
الخيارات:
أ) $\langle -1, 2, 0\rangle$
ب) $\langle 3, 2, 0\rangle$
ج) 5
د) 1
الإجابة: (د) 1
التلميح: ناتج الضرب الداخلي عدد لا متجه، اضرب المرّكبات المتناظرة واجمع.
الحل:
١. نضرب المرّكبات المتناظرة:

$$1 \times (-1) + (-1) \times (-2) + 0 \times 3$$

٢. بالجمع:

$$= -1 + 2 + 0 = 1$$

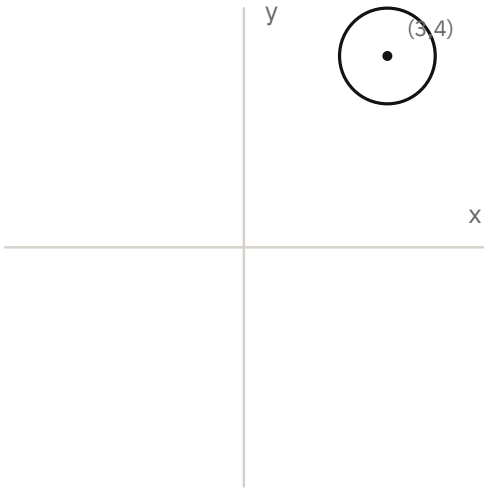
س373 **المسافة بين نقطتين ونصف قطر الدائرة** – خاص بالمستوى الثاني (1442)
السؤال: إذا كانت النقطة $(0, 4)$ تقع على محيط الدائرة التي مركزها $(3, 0)$، فكم يكون طول نصف قطر الدائرة؟
الخيارات:
أ) 3
ب) 4
ج) 5
د) 6
الإجابة: (ج) 5
التلميح: نصف القطر هو المسافة بين المركز وأي نقطة على المحيط.
الحل:
١. نطبق قانون المسافة:

$$\sqrt{(0 - 3)^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{9 + 16}$$

٢. إذن:

$$= \sqrt{25} = 5$$

س374 **معادلة الدائرة** – خاص بالمستوى الثاني (1442)
السؤال: ما معادلة الدائرة الموضحة بالرسم؟ (مركزها $(3, 4)$ ونصف قطرها 1)



الخيارات:

أ) $x^2 + y^2 - 3x - 4x = 1$

ب) $x^2 + y^2 + 3x - 4x = 1$

ج) $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 1$

د) $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$

الإجابة: (د) $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$

التلميح: الصورة القياسية $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$، وإشارة الإحداثي تنعكس داخل القوس.

الحل:

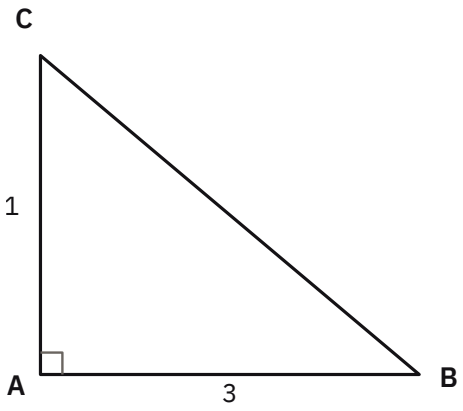
٠١ مركز الدائرة $(3,4)$ ونصف قطرها 1

٠٢ بالتعويض في الصورة القياسية:

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$$

س375 **النسب المثلثية في المثلث القائم** – خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: باستعمال الشكل المقابل (مثلث قائم وتره 3 والضلع المجاور للزاوية θ طوله 1) أوجد $\sin\theta$



الخيارات:

أ) $\frac{1}{2}$

ب) $\frac{2}{3}$

ج) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

د) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

الإجابة: ج) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

التلميح: أوجد الضلع المقابل بنظرية فيثاغورس أولاً، ثم $\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

الحل:

٠١ بنظرية فيثاغورس:

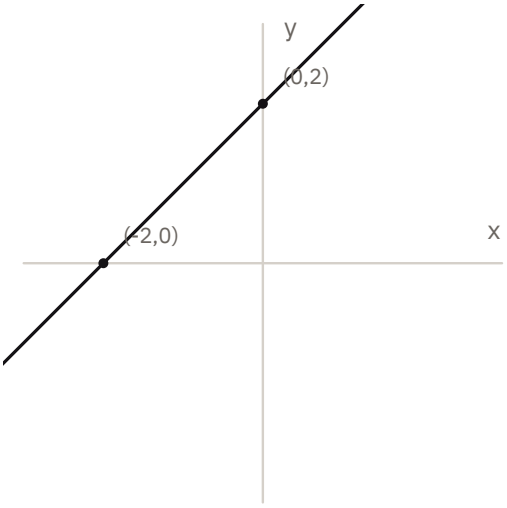
$$\sqrt{9-1} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

٠٢ إذن:

$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

س376 معادلة المستقيم من نقطتين (1442)

السؤال: معادلة المستقيم المار بالنقطتين $a(-2,0)$ و $b(0,2)$ في الشكل المجاور هي



الخيارات:

أ) $y = x + 2$

ب) $y = x - 2$

ج) $y = -x + 2$

د) $y = -x - 2$

الإجابة: أ) $y = x + 2$

التلميح: احسب الميل من النقطتين، ثم استخدم صيغة النقطة والميل.

الحل:

٠١ الميل:

$$m = \frac{0-2}{-2-0} = \frac{-2}{-2} = 1$$

٠٢ بصيغة النقطة والميل:

$$y - 0 = 1\,(x - (-2))$$

٠٣ إذن:

$$y = x + 2$$

س377 **الانعكاس حول المحاور** (1442)

السؤال: انعكاس النقطة $A(-2,3)$ حول محور السينات هي

الخيارات:

أ) $(2,3)$

ب) $(-2,3)$

ج) $(2,-3)$

د) $(-2,-3)$

الإجابة: (د) $(-2,-3)$

التلميح: الانعكاس حول محور السينات يغيّر إشارة الإحداثي الصادي فقط.

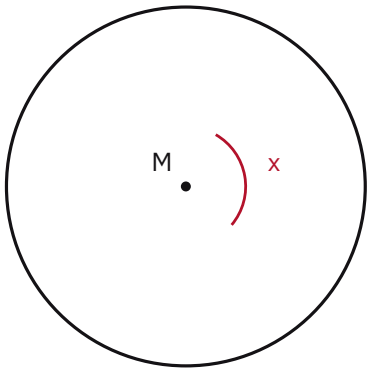
الحل:

١. عند الانعكاس حول محور x نغيّر إشارة y:

$$(-2,3) \to (-2,-3)$$

س378 **الزوايا المركزية والمحيطية في الدائرة** – خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: أوجد قياس الزاوية المركزية x في الشكل المجاور، إذا كانت الزاوية المحيطية المقابلة للقوس نفسه 35°



الخيارات:

أ) 75°

ب) 70°

ج) 35°

د) 30°

الإجابة: (ب) 70°

التلميح: الزاوية المحيطية نصف قياس القوس المقابل، والزاوية المركزية تساوي قياس القوس.

الحل:

١. الزاوية المحيطية 35° تقابل قوساً قياسه:

$$2 \times 35 = 70^\circ$$

٢. الزاوية المركزية تساوي قياس القوس المقابل لها:

$$m\angle x = 70^\circ$$

س379 المسافة بين نقطتين

السؤال: ما المسافة بين النقطتين $(4,8)$ و $(1,4)$؟

الخيارات:

أ) 4

ب) $\sqrt{20}$

ج) 5

د) $\sqrt{30}$

الإجابة: (ج) 5

التلميح: طبّق قانون المسافة؛ ستحصل على ثلاثية فيثاغورس معروفة.

الحل:

١. بقانون المسافة:

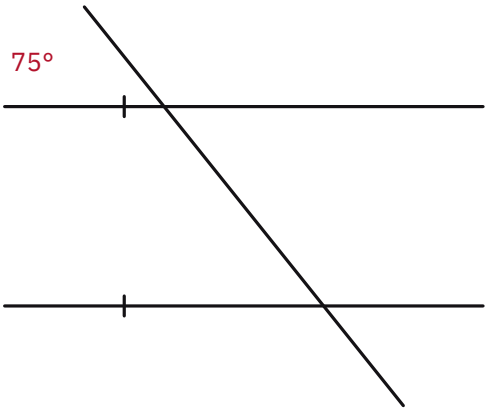
$$\sqrt{(1-4)^2+(4-8)^2}=\sqrt{9+16}$$

٢. إذن:

$$=\sqrt{25}=5$$

س380 الزوايا الناتجة عن قاطع لمستقيمين متوازيين

السؤال: في الشكل المقابل، إذا كان $m\angle 1=75^\circ$ فأي مما يأتي يكون خاطئاً؟



الخيارات:

أ) $\angle 4$ و $\angle 1$ متطابقتان

ب) مجموع $\angle 3$ و $\angle 2$ يساوي 180°

ج) $\angle 4$ و $\angle 2$ متطابقتان

د) $m\angle 1<m\angle 4$

الإجابة: (أ) $\angle 4$ و $\angle 1$ متطابقتان

التلميح: احسب قياس $\angle 4$ أولاً بالتناظر، ثم قارنها بـ $\angle 1$.

الحل:

١. الفقرة (ب) صحيحة لأنهما زاويتان متحالفتان مجموعهما 180°

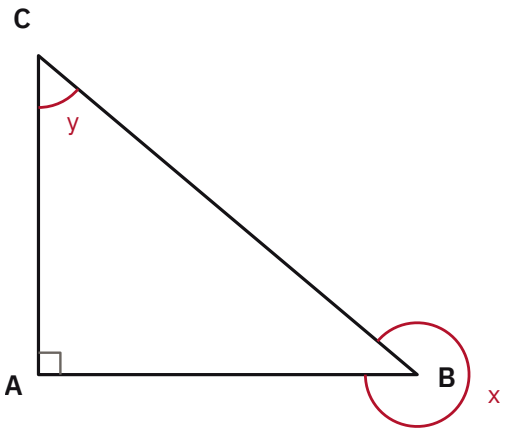
٢. والفقرة (ج) صحيحة لأنهما زاويتان متناظرتان

٣. وبما أن $m\angle 4=105^\circ$ (بالتناظر مع الزاوية 2) فالفقرة (د) صحيحة أيضاً

٤. إذن العبارة الخاطئة هي تطابق $\angle 1$ و $\angle 4$

س381 الزوايا الخارجية للمثلث

السؤال: أوجد قيمة $x + y$ في الشكل التالي (زاويتان خارجيتان لمثلث قائم الزاوية عند B)



الخيارات:

أ) $90°$

ب) $180°$

ج) $270°$

د) $360°$

الإجابة: (ج) $270°$

التلميح: الزاوية الخارجية تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين البعيدتين، وزوايا المثلث مجموعها $180°$

الحل:

١. لأنهما زاويتان خارجيتان:

$$m\angle x = m\angle 2 + m\angle B, \qquad m\angle y = m\angle 1 + m\angle B$$

٢. بالجمع:

$$m\angle x + m\angle y = (m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle B) + m\angle B$$

٣. وبما أن مجموع زوايا المثلث $180°$ و $m\angle B = 90°$:

$$= 180 + 90 = 270°$$

س382 النسبة بين زوايا المثلث

السؤال: النسبة بين قياس زوايا مثلث هي $5 : 3 : 1$، ما قياس أكبر زواياه؟

الخيارات:

أ) $120°$

ب) $100°$

ج) $80°$

د) $60°$

الإجابة: (ب) $100°$

التلميح: اقسم $180°$ على مجموع أجزاء النسبة ثم اضرب في الجزء الأكبر.

الحل:

١. مجموع أجزاء النسبة:

$$1 + 3 + 5 = 9$$

٢. قيمة الجزء الواحد:

$$\frac{180}{9} = 20$$

٣. أكبر زاوية:

$$20 \times 5 = 100^\circ$$

س383 العلاقة بين المستقيمات بالميل

السؤال: إذا كان $3y + x = 5$ و $y - 3x = 6$ فإن المستقيمين

الخيارات:

أ) متوازيان
ب) متعامدان
ج) متخالفان
د) متطابقان

الإجابة: (ب) متعامدان

التلميح: اكتب كل معادلة بصيغة الميل والمقطع، ثم اضرب الميلين: إذا كان الناتج -1 فهما متعامدان.

الحل:

١. ميل المستقيم الأول:

$$3y = 5 - x \;\Rightarrow\; y = \frac{5}{3} - \frac{1}{3}x \;\Rightarrow\; m_1 = -\frac{1}{3}$$

٢. ميل المستقيم الثاني:

$$y = 6 + 3x \;\Rightarrow\; m_2 = 3$$

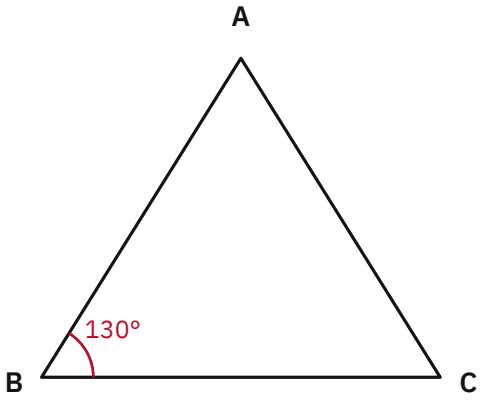
٣. حاصل ضرب الميلين:

$$3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$$

٤. إذن المستقيمان متعامدان

س384 المثلث متطابق الضلعين والزاوية الخارجية

السؤال: في الشكل المقابل أوجد $m\angle A$ في مثلث متطابق الضلعين، إذا كانت الزاوية الخارجية عند B تساوي 130°



الخيارات:

أ) 100°
ب) 80°
ج) 60°
د) 50°

الإجابة: (ب) 80°

التلميح: الزاوية الخارجية تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين البعيدتين، وزاويتا القاعدة متطابقتان.

الحل:
١. المثلث متطابق الضلعين إذن زاويتا القاعدة متطابقتان
٢. الزاوية الخارجية تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين البعيدتين:

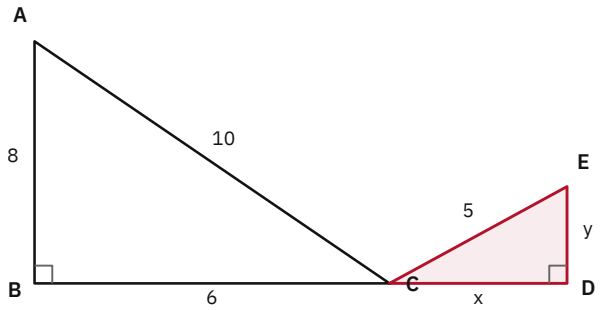
$$130 = 50 + 80$$

٣. إذن:

$$m\angle A = 80^\circ$$

س385 نظرية فيثاغورس ومساحة المثلث (1442)

السؤال: مساحة المنطقة المظللة في الشكل أدناه تساوي



الخيارات:
أ) 5
ب) 6
ج) 9
د) 12

الإجابة: (ب) 6

التلميح: طبّق فيثاغورس مرتين: مرة لإيجاد الوتر ومرة على الجزء المظلل، ثم استخدم قانون مساحة المثلث.

الحل:
١. من فيثاغورس:

$$AC = 10 \Rightarrow x = 4$$

٢. بتطبيق فيثاغورس على الجزء المظلل:

$$y = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$$

٣. مساحة المثلث:

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

س386 خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل

السؤال: الحدّ الأدنى لمتوازي الأضلاع حتى يكون مستطيلاً احتواؤه على

الخيارات:
أ) زاوية قائمة
ب) زاويتين قائمتين
ج) ثلاث زوايا قائمة
د) أربع زوايا قائمة

الإجابة: (أ) زاوية قائمة

التلميح: في متوازي الأضلاع الزوايا المتقابلة متطابقة والمتحالفة متكاملة، فماذا يحدث لو صارت زاوية واحدة قائمة؟
الحل:
١. في متوازي الأضلاع الزوايا المتقابلة متطابقة والزوايا المتحالفة مجموعها 180°
٢. فإذا كانت زاوية واحدة قائمة صارت مقابلتها قائمة، وصارت المتحالفتان:

$$180 - 90 = 90^\circ$$

٣. إذن زاوية قائمة واحدة تكفي لجعله مستطيلاً

س387 الزوايا المتتامة والنسبة

السؤال: زاويتان متتامتان النسبة بين قياسيهما 4 : 1، قياس الزاوية الصغرى يساوي
الخيارات:
أ) 16°
ب) 18°
ج) 36°
د) 72°
الإجابة: (ب) 18°
التلميح: المتتامتان مجموعهما 90° (والمتكاملتان 180°) — لا تخلط بينهما.
الحل:
١. مجموع المتتامتين 90°:

$$x + 4x = 90$$

٢. بالتبسيط:

$$5x = 90 \;\Rightarrow\; x = 18^\circ$$

س388 معادلة المستقيم الموازي

السؤال: معادلة المستقيم المار بالنقطة $(2, -1)$ ويوازي $2x - 3y = 5$ هي
الخيارات:
أ) $3y - 2x = -7$
ب) $3y + 2x = -7$
ج) $3y - 2x = 7$
د) $3y + 2x = 7$
الإجابة: (أ) $3y - 2x = -7$
التلميح: المتوازيان لهما الميل نفسه؛ استخرج ميل المعادلة المعطاة ثم استخدم صيغة النقطة والميل.
الحل:
١. نكتب المعادلة المعطاة بصيغة الميل:

$$2x - 3y = 5 \;\Rightarrow\; y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3} \;\Rightarrow\; m = \frac{2}{3}$$

٢. بصيغة النقطة والميل:

$$y + 1 = \frac{2}{3}(x - 2)$$

٣. بالضرب في 3 والترتيب:

$$3y + 3 = 2x - 4 \;\Rightarrow\; 3y - 2x = -7$$

س389 معادلة المستقيم بالميل والمقطع

السؤال: معادلة الخط المستقيم القاطع للمحور y عند 1 والموازي للمستقيم $y = 2x + 3$ هي

الخيارات:

أ) $y = 2x + 1$

ب) $y = 2x - 1$

ج) $y = -\frac{1}{2}x + 1$

د) $y = -\frac{1}{2}x - 1$

الإجابة: (أ) $y = 2x + 1$

التلميح: الميل يُنسخ من المستقيم الموازي، والمقطع الصادي معطى مباشرة.

الحل:

١. المتوازيان لهما الميل نفسه:

$$m = 2$$

٢. والمقطع الصادي:

$$b = 1$$

٣. بصيغة الميل والمقطع $y = mx + b$:

$$y = 2x + 1$$

س390 التناظر حول المحاور

السؤال: تناظر الدالة $y = x^2 + 1$ حول المحور x هو

الخيارات:

أ) $y = x^2 - 1$

ب) $y = x^2 + 1$

ج) $y = -x^2 + 1$

د) $y = -x^2 - 1$

الإجابة: (د) $y = -x^2 - 1$

التلميح: التناظر حول محور x يعني استبدال y بـ $-y$ ثم إعادة الترتيب.

الحل:

١. نستبدل y بـ $-y$:

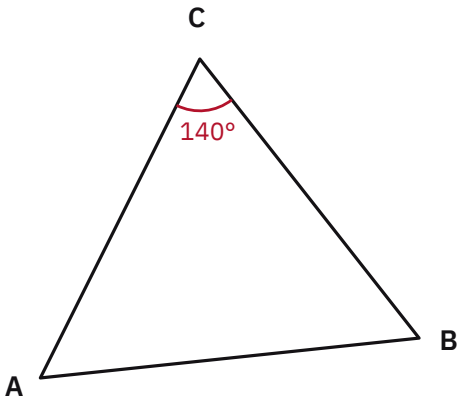
$$-y = x^2 + 1$$

٢. بالضرب في -1:

$$y = -x^2 - 1$$

س391 القطعة المتوسطة في المثلث والزوايا

السؤال: في الشكل التالي ما قيمة x؟ (زاوية خارجية قياسها $140°$ تقابل $(2x + 10)°$ بالتناظر)



الخيارات:
أ) 55
ب) 60
ج) 65
د) 70

الإجابة: (ج) 65

التلميح: القطعة المنصّفة للمثلث توازي الضلع الثالث، فالزاويتان متناظرتان ومتطابقتان.

الحل:

١. الزاوية الخارجية:

$$180 - 50 + 10 = 140^\circ$$

٢. وبالتناظر:

$$2x + 10 = 140$$

٣. إذن:

$$2x = 130 \;\Rightarrow\; x = 65$$

س392 طول المتجه والمتجهات المتعامدة – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان u, v متجهين متعامدين، وكان $\|u\| = \|v\| = 3$، فأوجد قيمة $\|u - v\|$

الخيارات:
أ) 0
ب) 3
ج) $2\sqrt{3}$
د) $3\sqrt{2}$

الإجابة: (د) $3\sqrt{2}$

التلميح: التعامد يجعل الضرب الداخلي صفراً، فيتبقى مجموع مربعي الطولين.

الحل:

١. لأنهما متعامدان فإن الضرب الداخلي:

$$u \cdot v = 0$$

٢. نطبق قانون طول الفرق:

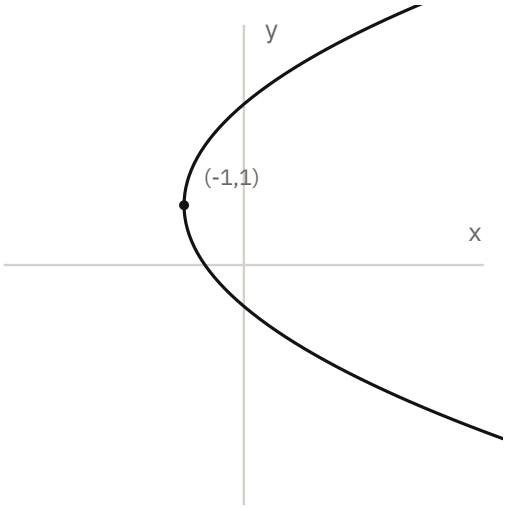
$$\|u - v\|^2 = \|u\|^2 + \|v\|^2 = 9 + 9 = 18$$

٣. إذن:

$$\|u - v\| = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

س393 **معادلة القطع المكافئ** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: معادلة القطع المكافئ الموضح بالرسم (رأسه $(-1,1)$ وفتحته لليمين)



الخيارات:

أ) $(y-1)^2 = 3(x+1)$

ب) $(y-1)^2 = -3(x+1)$

ج) $(x+1)^2 = 3(y-1)$

د) $(x+1)^2 = -3(y-1)$

الإجابة: أ) $(y-1)^2 = 3(x+1)$

التلميح: اتجاه القطع أفقي يعني أن التربيع على y، وفتحته لليمين تعني أن $4p$ موجب.

الحل:

١. اتجاه القطع أفقي، إذن التربيع على y

٢. الفتحة لليمين تعني أن المعامل موجب:

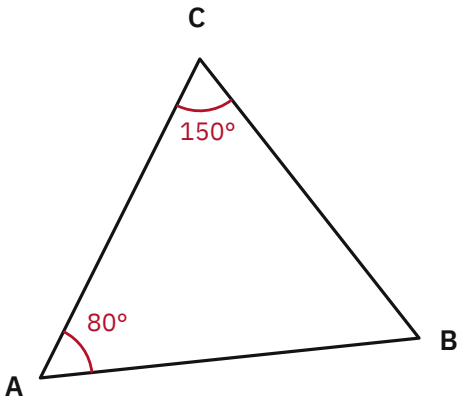
$$4p = 3 > 0$$

٣. وبما أن الرأس $(-1,1)$:

$$(y-1)^2 = 3(x+1)$$

س394 **منصّف الزاوية ومجموع زوايا المثلث** (1444)

السؤال: إذا كان BE منصّفاً للزاوية B فإن قيمة $x°$، حيث الزاوية عند A تساوي $80°$ والزاوية الخارجية عند C تساوي $150°$



الخيارات:
أ) $100°$
ب) $110°$
ج) $115°$
د) $125°$
الإجابة: (ج) $115°$
التلميح: أوجد الزاوية الداخلية عند C أولاً من الزاوية الخارجية، ثم زاوية B من مجموع زوايا المثلث.
الحل:
١. الزاوية الداخلية عند C:

$$m\angle ACB = 180 - 150 = 30°$$

٢. من مجموع زوايا المثلث:

$$m\angle ABC = 180 - (80 + 30) = 70°$$

٣. وبما أن BE منصّف:

$$m\angle EBC = 35°$$

٤. إذن في المثلث EBC:

$$m\angle x = 180 - (30 + 35) = 115°$$

س395 متباينة المثلث

السؤال: مثلث أطوال أضلاعه x, y, z حيث $x < z$، ما الاختيار الصحيح دائمًا؟
الخيارات:
أ) $x > y$
ب) $x > z$
ج) $x - y < z$
د) $x + y < z$
الإجابة: (ج) $x - y < z$
التلميح: متباينة المثلث: طول أي ضلع أكبر من الفرق بين الآخرين وأصغر من مجموعهما.
الحل:
١. متباينة المثلث تنص على:

$$|x - y| < z < x + y$$

٢. الخيار (د) يخالفها لأنه يجعل z أكبر من المجموع
٣. والخياران (أ) و (ب) ليسا صحيحين دائمًا

٤. إذن الصحيح دائماً هو:

$$x - y < z$$

س396 **النسب المثلثية في المسائل التطبيقية** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: تم إسناد سلّم طوله 6 m على جدار ويصنع زاوية 30° ثم تم رفعه إلى أن أصبحت الزاوية 45°، فكم الفرق في المسافة على الجدار؟

الخيارات:

أ) $3(\sqrt{2}-1)$

ب) $3(1-\sqrt{2})$

ج) $2\sqrt{3}$

د) $2(\sqrt{3}-1)$

الإجابة: (أ) $3(\sqrt{2}-1)$

التلميح: الارتفاع على الجدار هو الضلع المقابل للزاوية، فاستخدم sin في الحالتين ثم اطرح.

الحل:

١. في الحالة الأولى:

$$\sin 30^\circ = \frac{x}{6} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = 3$$

٢. في الحالة الثانية:

$$\sin 45^\circ = \frac{x}{6} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$$

٣. الفرق:

$$3\sqrt{2} - 3 = 3(\sqrt{2}-1)$$

س397 **تشابه المثلثات**

السؤال: طول ظل طفل على الجدار يساوي 3 وطول الطفل يساوي 1، فما المسافة بين الطفل والجدار إذا كانت المسافة بين الطفل والمصباح تساوي 2؟

الخيارات:

أ) 2

ب) 4

ج) 6

د) 8

الإجابة: (ب) 4

التلميح: كوّن تناسباً بين المثلثين المتشابهين، ثم اطرح المسافة بين الطفل والمصباح من الناتج.

الحل:

١. بتشابه المثلثين:

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = 6$$

٢. المسافة بين الطفل والجدار:

$$6 - 2 = 4$$

س398 **مركز الدائرة المحيطة بالمثلث**

السؤال: إذا علمت أن O هي نقطة التقاء منصّفَي الضلعين AB و AC، وكان $|OB| = 10$، فما طول OC؟

الخيارات:

أ) 4

ب) 7.5
ج) 12
د) 10

الإجابة: (د) 10

التلميح: نقطة تلاقي العمودين المنصّفين هي مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث.

الحل:

١. نقطة تلاقي منصّفَي الضلعين هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث

٢. ورؤوس المثلث تقع على الدائرة، فأنصاف الأقطار متطابقة

٣. إذن:

$$OC = OB = 10$$

س399 **المتطابقات المثلثية** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $\sin\theta = \frac{1}{2}$ و $\cos\theta > 0$، فما قيمة $\sec\theta$؟

الخيارات:

أ) $\frac{2}{\sqrt{3}}$
ب) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
ج) $\frac{1}{2}$
د) $\sqrt{3}$

الإجابة: (أ) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

التلميح: $\sec\theta$ مقلوب $\cos\theta$، واستخدم المتطابقة $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ مع شرط الإشارة.

الحل:

١. من المتطابقة:

$$\cos^2\theta = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \;\Rightarrow\; \cos\theta = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$$

٢. ولأن $\cos\theta > 0$:

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

٣. وبمتطابقة المقلوب:

$$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

س400 **المكعبات والتصور المكاني**

السؤال: لدينا 64 مكعباً متطابق الأحرف رُتّبت لتكون مكعباً كبيراً، طُليت الأوجه الخارجية للمكعب، ثم فُكّك إلى المكعبات الصغيرة مرة أخرى. كم مكعباً لم يمسّه الطلاء؟

الخيارات:

أ) 16
ب) 8
ج) 4
د) 1

الإجابة: (ب) 8

التلميح: المكعب الكبير $4 \times 4 \times 4$، والمكعبات غير المطلية تكوّن مكعباً داخلياً أصغر بوحدتين في كل بُعد.

الحل:

٠١ المكعب الكبير من الرتبة:

$$4 \times 4 \times 4 = 64$$

٠٢ المكعبات الداخلية التي لا تمسّ أي وجه تكوّن مكعباً:

$$(4-2) \times (4-2) \times (4-2)$$

٠٣ إذن:

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

س401 الدوال المثلثية العكسية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) \in \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$، فما قيمة $\cos\left(\sin^{-1}\frac{1}{3}\right)$؟

الخيارات:

أ) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

ب) $\frac{1}{3}$

ج) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

د) $\frac{3}{2\sqrt{2}}$

الإجابة: (أ) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

التلميح: افرض الزاوية y ثم ارسم مثلثاً قائماً مقابله 1 ووتره 3، واستخرج المجاور بفيثاغورس.

الحل:

٠١ نفرض:

$$y = \sin^{-1}\frac{1}{3} \;\Rightarrow\; \sin y = \frac{1}{3}$$

٠٢ بفيثاغورس نوجد الضلع المجاور:

$$\sqrt{9-1} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

٠٣ إذن:

$$\cos y = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

س402 معادلة القطع المكافئ من رأسه — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $(2,1)$ ومفتوح لليسار

الخيارات:

أ) $(y-1)^2 = 2 - x$

ب) $(y-1)^2 = x - 2$

ج) $(y+1)^2 = 2 - x$

د) $(x-1)^2 = 2 - y$

الإجابة: (أ) $(y-1)^2 = 2 - x$

التلميح: الفتحة لليسار تعني معاملاً سالباً في الطرف الآخر، والتربيع يكون على y

الحل:

٠١ القطع أفقي إذن التربيع على y، والرأس $(2,1)$

٠٢ الفتحة لليسار تعني إشارة سالبة:

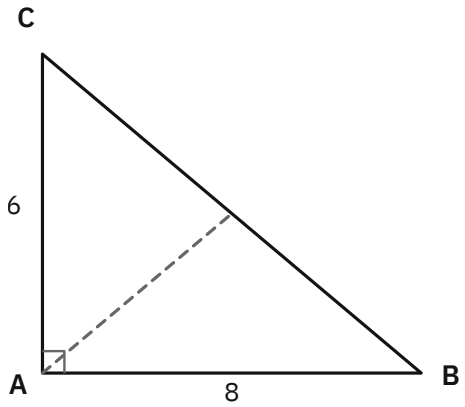
$$(y-1)^2 = -(x-2)$$

٣. إذن:

$$(y-1)^2 = 2 - x$$

س403 الارتفاع على الوتر في المثلث القائم

السؤال: ما قيمة x في الشكل المقابل (مثلث قائم ضلعاه 6 و 8 و x هو الارتفاع على الوتر)؟



الخيارات:
أ) 4.6
ب) 4.8
ج) 6.4
د) 6.8

الإجابة: (ب) 4.8

التلميح: الارتفاع على الوتر

$$= \frac{\text{حاصل ضرب الضلعين القائمين}}{\text{الوتر}}$$

الحل:

١. بنظرية فيثاغورس نوجد الوتر:

$$\sqrt{36+64} = 10$$

٢. بقانون الارتفاع على الوتر:

$$x = \frac{6 \times 8}{10} = \frac{48}{10} = 4.8$$

س404 التحويلات الهندسية

السؤال: التحويل الذي يُحوّل أي نقطة وفق القاعدة $(x, y) \to (-x, -y)$ هو

الخيارات:
أ) تماثل حول نقطة الأصل
ب) دوران حول نقطة الأصل بزاوية $90°$
ج) تماثل حول محور x
د) انسحاب

الإجابة: (أ) تماثل حول نقطة الأصل

التلميح: تغيّرت إشارتا الإحداثيين معاً دون تبديل مواقعهما، فأي تحويل يفعل ذلك؟

الحل:

١. تغيّر إشارة الإحداثيين معاً يكافئ الدوران $180°$ حول نقطة الأصل

٢. وهو نفسه التماثل حول نقطة الأصل:

$$(x, y) \to (-x, -y)$$

س405 المسافة بين نقطتين بمتغير

السؤال: المسافة بين النقطتين $(3a, 0)$ و $(0, 4a)$

الخيارات:

أ) $5a$

ب) $5|a|$

ج) $25a$

د) $25a^2$

الإجابة: (ب) $5|a|$

التلميح: الجذر التربيعي لـ a^2 هو $|a|$ وليس a، لأن المسافة لا تكون سالبة.

الحل:

١. بقانون المسافة:

$$\sqrt{(4a-0)^2 + (0-3a)^2} = \sqrt{16a^2 + 9a^2}$$

٢. بالتبسيط:

$$= \sqrt{25a^2} = 5|a|$$

س406 رموز التطابق والتساوي

السؤال: إذا كان ABC مثلثاً يطابق المثلث EDF فإن

الخيارات:

أ) $ABC = EDF$

ب) $ABC \perp EDF$

ج) $ABC \parallel EDF$

د) $ABC \cong EDF$

الإجابة: (د) $ABC \cong EDF$

التلميح: التطابق له رمز خاص يختلف عن رمز التساوي.

الحل:

١. التطابق يكون بين العناصر (الأشكال) ورمزه $\cong$

٢. أما التساوي فيكون بين القياسات ورمزه $=$

٣. إذن:

$$ABC \cong EDF$$

س407 الانسحاب

السؤال: أجرينا انسحاباً للنقطة $(2, -1)$ إلى اليسار بمقدار أربع وحدات ثم انسحاباً إلى أعلى بمقدار ثلاث وحدات

الخيارات:

أ) $(2, -2)$

ب) $(-2, 2)$

ج) $(-2, -1)$

د) $(6, 2)$

الإجابة: (ب) $(-2, 2)$

التلميح: اليسار يطرح من x، والأعلى يجمع إلى y

الحل:

١. الانسحاب لليسار أربع وحدات يطرح من الإحداثي السيني

٢. والانسحاب للأعلى ثلاث وحدات يجمع إلى الإحداثي الصادي:

$$(2-4,\ -1+3)$$

٣. إذن:

$$(-2, 2)$$

س408 تركيب التحويلات الهندسية

السؤال: تم عمل انعكاس للنقطة (a, b) حول محور y ثم دوران بزاوية $90°$ عكس عقارب الساعة، فما النقطة الناتجة؟

الخيارات:

أ) $(-a, b)$

ب) $(-a, -b)$

ج) $(-b, -a)$

د) (b, a)

الإجابة: ج) $(-b, -a)$

التلميح: نفّذ التحويلين بالترتيب: الانعكاس أولاً ثم الدوران؛ ودوران $90°$ عكس عقارب الساعة يحوّل (x, y) إلى $(-y, x)$

الحل:

١. الانعكاس حول محور y يغيّر إشارة الإحداثي السيني:

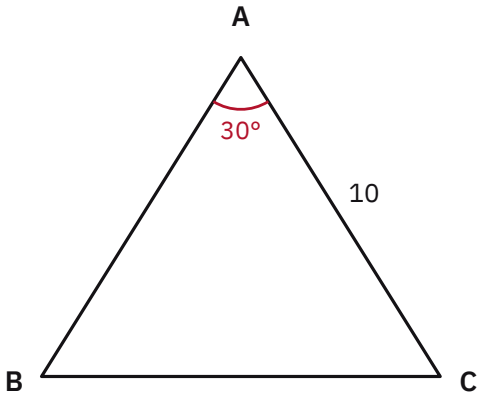
$$(a, b) \to (-a, b)$$

٢. ثم الدوران $90°$ عكس عقارب الساعة:

$$(-a, b) \to (-b, -a)$$

س409 المثلث الثلاثيني الستيني

السؤال: ما قيمة d في المثلث ABC إذا كان $AC = 10$ والزاويتان عند A كلٌّ منهما $30°$؟



الخيارات:

أ) 5

ب) 10

ج) 15

د) 20

الإجابة: ب) 10

التلميح: في المثلث الثلاثيني الستيني، الضلع المقابل للزاوية $30°$ يساوي نصف الوتر.

الحل:

١. في المثلث الثلاثيني الستيني، الضلع المقابل للزاوية $30°$ نصف الوتر:

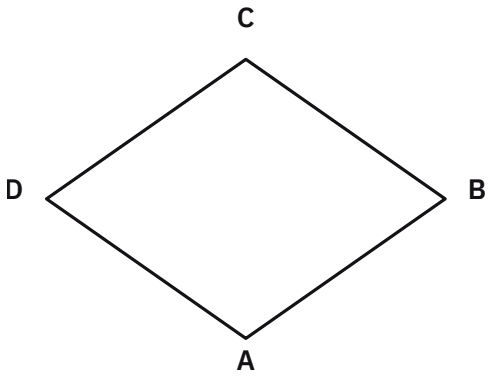
$$\frac{10}{2} = 5$$

٢. والقاعدة مكوّنة من جزأين متطابقين:

$$d = 5 + 5 = 10$$

س410 محاور التناظر

السؤال: عدد محاور تناظر الشكل (معيّنان متطابقان يلتقيان عند رأس واحد، أحدهما فوق الآخر)



الخيارات:

أ) 1

ب) 2

ج) 3

د) 4

الإجابة: (ب) 2

التلميح: محور التناظر هو المستقيم الذي يقسم الشكل إلى جزأين متطابقين تماماً، جرّب الأفقي والرأسي والمائل.

الحل:

١. محور التناظر هو المستقيم الذي يقسم الشكل إلى جزأين متطابقين

٢. الشكل يقبل محوراً رأسياً يمرّ بنقطة التقاء المعيّنين، ومحوراً أفقياً عند نقطة الالتقاء

٣. إذن عدد محاور التناظر $= 2$

س411 رأس القطع المكافئ بإكمال المربع – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: رأس القطع المكافئ الذي معادلته $y = 1 - x - x^2$

الخيارات:

أ) $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{4}\right)$

ب) $\left(\frac{1}{2}, \frac{-5}{4}\right)$

ج) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{4}\right)$

د) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{-5}{4}\right)$

الإجابة: (ج) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{4}\right)$

التلميح: رتّب المعادلة ثم أكمل المربع لتصل إلى الصورة القياسية $(x-h)^2=4p(y-k)$
الحل:
١. نرتّب المعادلة:

$$x^2+x=1-y$$

٢. نكمل المربع بإضافة $\frac{1}{4}$ للطرفين:

$$x^2+x+\frac{1}{4}=1-y+\frac{1}{4}$$

٣. بالتبسيط:

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=-\left(y-\frac{5}{4}\right)$$

٤. إذن الرأس:

$$\left(-\frac{1}{2},\frac{5}{4}\right)$$

س412 نظرية الرسوم البيانية (الأشجار)

السؤال: شجرة بها n من الرؤوس، فكم عدد أضلاعها؟
الخيارات:
أ) n
ب) $n-1$
ج) n^2
د) $2n$
الإجابة: (ب) $n-1$
التلميح: الشجرة رسم متصل بلا دورات؛ جرّب برأسين ثم بثلاثة رؤوس ولاحظ العلاقة.
الحل:
١. الشجرة رسم متصل لا يحتوي دورات
٢. عند إضافة كل رأس جديد يُضاف ضلع واحد فقط
٣. إذن عدد الأضلاع:

$$n-1$$

س413 نقطة منتصف القطعة المستقيمة

السؤال: إذا كانت $p=(1,-2)$ تقع في منتصف القطعة المستقيمة AB وكانت $A=(-3,4)$، فما إحداثيات النقطة B؟
الخيارات:
أ) $(-1,1)$
ب) $\left(\frac{-1}{2},\frac{1}{2}\right)$
ج) $(3,-4)$
د) $(5,-8)$
الإجابة: (د) $(5,-8)$
التلميح: طبّق قانون نقطة المنتصف ثم اعزل إحداثيي النقطة المجهولة؛ يكفي إيجاد x لتمييز الخيار.
الحل:
١. بقانون نقطة المنتصف:

$$\left(\frac{-3+x_2}{2},\frac{4+y_2}{2}\right)=(1,-2)$$

٢. من الإحداثي السيني:

$$-3 + x_2 = 2 \Rightarrow x_2 = 5$$

٣. من الإحداثي الصادي:

$$4 + y_2 = -4 \Rightarrow y_2 = -8$$

٤. إذن:

$$B = (5, -8)$$

س414 مركز الدائرة من المعادلة العامة – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مركز الدائرة التي معادلتها $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 23 = 0$

الخيارات:

أ) $(-2, 3)$

ب) $(2, -3)$

ج) $(3, -2)$

د) $(-3, 2)$

الإجابة: (أ) $(-2, 3)$

التلميح: المركز هو $\left(\frac{-\text{معامل } x}{2}, \frac{-\text{معامل } y}{2}\right)$ في الصورة العامة.

الحل:

١. نطبق القاعدة المختصرة:

$$\left(\frac{-\text{معامل } x}{2}, \frac{-\text{معامل } y}{2}\right)$$

٢. بالتعويض:

$$\left(\frac{-4}{2}, \frac{-(-6)}{2}\right)$$

٣. إذن المركز:

$$(-2, 3)$$

س415 الانعكاس حول المستقيم $y = x$

السؤال: انعكاس النقطة $(2, 0)$ حول المستقيم $y = x$ هو النقطة

الخيارات:

أ) $(2, 0)$

ب) $(0, 2)$

ج) $(-2, 0)$

د) $(0, -2)$

الإجابة: (ب) $(0, 2)$

التلميح: الانعكاس حول $y = x$ يبدّل الإحداثيين دون تغيير الإشارات.

الحل:

١. نبدّل الإحداثيين:

$$(2, 0) \to (0, 2)$$

س416 الانعكاس حول مستقيم أفقي

السؤال: صورة النقطة $(2,-1)$ بالانعكاس حول المستقيم $y=3$ هي

الخيارات:

أ) $(4,-1)$

ب) $(2,7)$

ج) $(2,-1)$

د) $(-1,2)$

الإجابة: (ب) $(2,7)$

التلميح: القانون: $(x,y)\to(x,\ 2k-y)$ عند الانعكاس حول $y=k$

الحل:

١. نطبق القانون:

$$(x,y)\to(x,\ 2k-y)$$

٢. بالتعويض $k=3$:

$$(2,\ 2\times 3-(-1))=(2,\ 6+1)$$

٣. إذن:

$$(2,7)$$

س417 القطع الناقص — خاصية البؤرتين — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مجموع بعدي النقطة $(0,4)$ عن بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$ يساوي

الخيارات:

أ) 6

ب) 8

ج) 10

د) 12

الإجابة: (ب) 8

التلميح: الخاصية المميزة للقطع الناقص: مجموع بعدي أي نقطة عليه عن البؤرتين يساوي طول المحور الأكبر $2a$

الحل:

١. المقام الأكبر يحدد a:

$$a^2=16\ \Rightarrow\ a=4$$

٢. طول المحور الأكبر:

$$2a=2\times 4=8$$

٣. وهو مجموع بعدي أي نقطة على القطع عن البؤرتين

س418 معادلة المستقيم الموازي

السؤال: ما معادلة المستقيم الذي يوازي المستقيم $-2x+y=-4$ ويمر بالنقطة $(5,3)$؟

الخيارات:

أ) $y=2x-7$

ب) $y=2x+13$

ج) $y=\frac{1}{2}x-7$

د) $y=\frac{1}{2}x+13$

الإجابة: (أ) $y=2x-7$

التلميح: الميل في الصورة العامة $\frac{-\text{معامل } x}{\text{معامل } y} =$، والمتوازيان لهما الميل نفسه.

الحل:

١. ميل المستقيم المعطى:

$$m = \frac{-(-2)}{1} = 2$$

٢. بصيغة النقطة والميل:

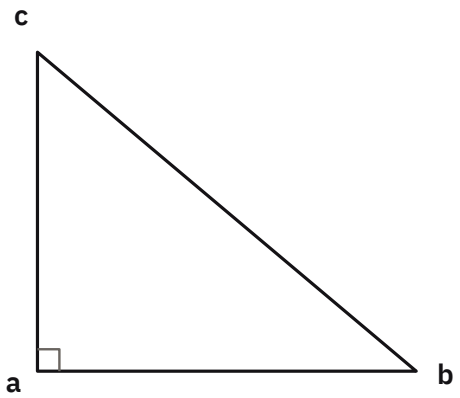
$$y - 3 = 2(x - 5)$$

٣. إذن:

$$y = 2x - 10 + 3 = 2x - 7$$

س419 نقطة تلاقي القطع المتوسطة

السؤال: المثلث abc قائم الزاوية في c، فإذا كانت m نقطة التقاء القطع المتوسطة $\overline{ah}$ و $\overline{cd}$، فإن طول $\overline{ab}$ يساوي



الخيارات:

أ) $2md$

ب) $3md$

ج) $5md$

د) $6md$

الإجابة: (د) $6md$

التلميح: المتوسط من الزاوية القائمة يساوي نصف الوتر، ونقطة التلاقي تقسم المتوسط بنسبة $2 : 1$

الحل:

١. المتوسط من الزاوية القائمة نصف الوتر:

$$ab = 2cd$$

٢. ونقطة التلاقي تقسم المتوسط بنسبة $2 : 1$، فيكون:

$$cd = 3md$$

٣. بالتعويض:

$$ab = 2(3md) = 6md$$

س420 نقطة المنتصف

السؤال: إذا كانت النقطة $(4,3)$ تقع في منتصف المسافة بين النقطتين $(5,z)$ و $(x,0)$، فإن قيمة $x+z$ تساوي

الخيارات:

أ) 9
ب) 7
ج) 6
د) 2

الإجابة: (أ) 9

التلميح: طبّق قانون نقطة المنتصف على كل إحداثي على حدة.

الحل:

١. من الإحداثي السيني:

$$\frac{5+x}{2}=4 \Rightarrow x=3$$

٢. من الإحداثي الصادي:

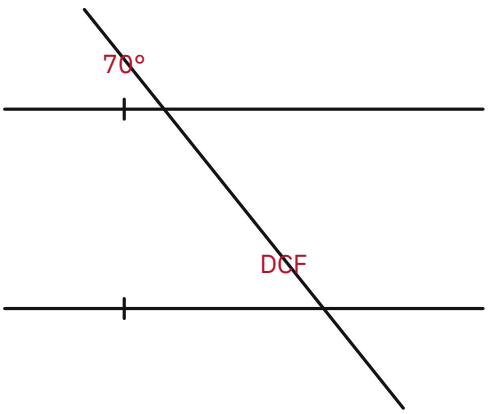
$$\frac{z+0}{2}=3 \Rightarrow z=6$$

٣. إذن:

$$x+z=3+6=9$$

س421 الزوايا في المثلث القائم مع التوازي

السؤال: في الشكل المقابل إذا كانت $CD \parallel AB$ و $EF \perp AB$ و $m\angle CFD = 70°$، فإن قياس الزاوية DCF يساوي



الخيارات:

أ) $20°$
ب) $30°$
ج) $40°$
د) $50°$

الإجابة: (أ) $20°$

التلميح: العمودية على أحد المتوازيين تعني العمودية على الآخر، فالمثلث قائم الزاوية.

الحل:

١. بما أن $CD \parallel AB$ و $EF \perp AB$ فإن:

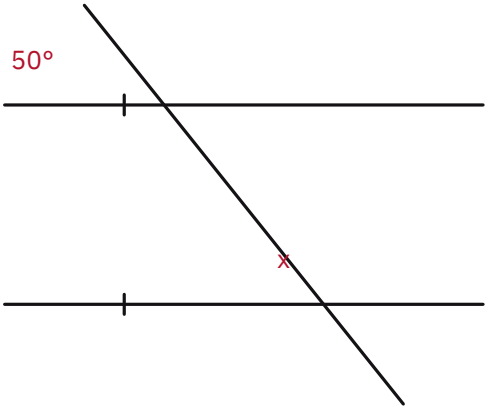
$$m\angle FDC = 90°$$

٢. ومن مجموع زوايا المثلث:

$$m\angle DCF = 180 - (70 + 90) = 20^\circ$$

س422 الزوايا المتناظرة والمتجاورة

السؤال: في الشكل المقابل ما قيمة x إذا كانت الزاوية المعطاة 50°؟



الخيارات:

أ) 100°

ب) 110°

ج) 120°

د) 130°

الإجابة: (د) 130°

التلميح: استخدم التناظر لنقل الزاوية 50° بجوار x، ثم اجعل مجموعهما 180°

الحل:

١. الزاوية المجاورة لـ x تساوي 50° بالتناظر

٢. والزاويتان المتجاورتان على خط مستقيم مجموعهما 180°:

$$x = 180 - 50 = 130^\circ$$

س423 مجموع زوايا المضلع

السؤال: مضلّع خماسي أربع من زواياه 105° و 130° و 50° و 130°، ما قياس زاويته الخامسة x؟

الخيارات:

أ) 155°

ب) 135°

ج) 145°

د) 125°

الإجابة: (د) 125°

التلميح: مجموع زوايا مضلّع عدد أضلاعه n يساوي $(n-2) \times 180$

الحل:

١. مجموع زوايا الخماسي:

$$(5 - 2) \times 180 = 540^\circ$$

٢. بطرح الزوايا المعلومة:

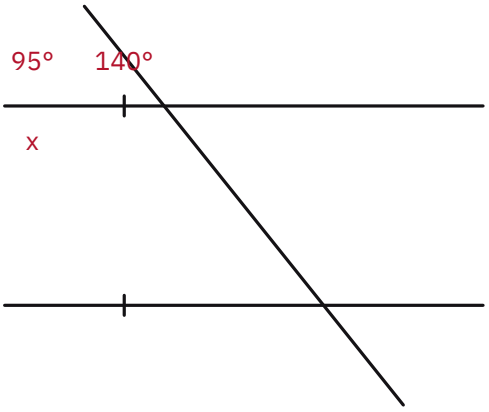
$$x = 540 - (105 + 130 + 50 + 130)$$

٣. إذن:

$$x = 540 - 415 = 125^\circ$$

س424 الزوايا المتقابلة بالرأس

السؤال: في الشكل أدناه ما قيمة x إذا كانت الزاويتان 95° و x تقابلان بالرأس الزاوية 140°؟



الخيارات:

أ) 40
ب) 45
ج) 50
د) 55

الإجابة: (ب) 45

التلميح: الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان، فمجموع الزاويتين يساوي 140°

الحل:

١. بتطابق الزاويتين المتقابلتين بالرأس:

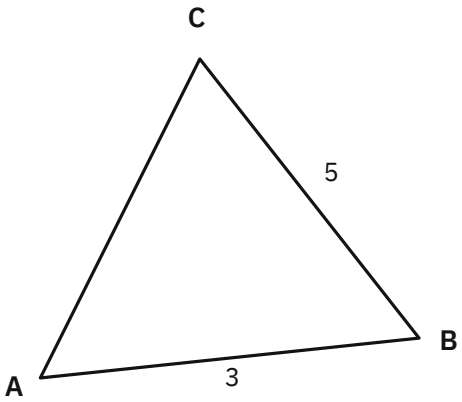
$$x + 95 = 140$$

٢. إذن:

$$x = 140 - 95 = 45$$

س425 تشابه المثلثات

السؤال: في الشكل أدناه ما قيمة x (مثلثان متشابهان أضلاعهما 3 و 5 و x و $x + 4$)؟



الخيارات:
أ) 4
ب) 6
ج) 8
د) 10

الإجابة: (ب) 6

التلميح: في المثلثين المتشابهين تكون الأضلاع المتناظرة متناسبة، فكوّن تناسباً واضرب تبادلياً.

الحل:

٠١ بالتناسب:

$$\frac{x}{x+4} = \frac{3}{5}$$

٠٢ بالضرب التبادلي:

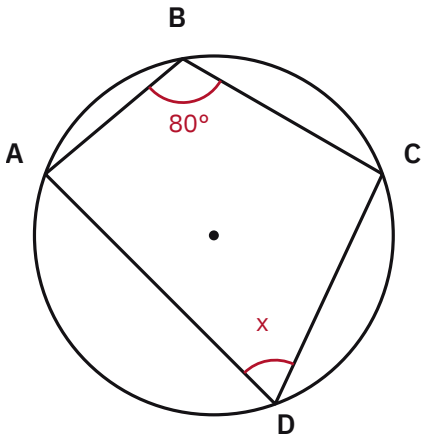
$$5x = 3x + 12$$

٠٣ إذن:

$$2x = 12 \;\Rightarrow\; x = 6$$

س426 **الشكل الرباعي الدائري** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: في الشكل أدناه ما قيمة x (رباعي مرسوم داخل دائرة، والزاوية المقابلة لـ x تساوي $80°$)؟



الخيارات:

أ) 90
ب) 95
ج) 100
د) 105

الإجابة: (ج) 100

التلميح: في الشكل الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين متكاملتان.

الحل:

١. في الرباعي الدائري:

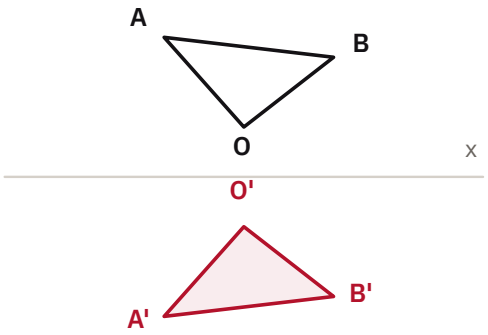
$$x + 80 = 180$$

٢. إذن:

$$x = 100$$

س427 أنواع التحويلات الهندسية

السؤال: إذا كان المثلث $A'B'O'$ هو صورة المثلث ABO فإن نوع التحويل الممثل بالشكل هو



الخيارات:

أ) انعكاس
ب) انتقال
ج) دوران
د) تمدد

الإجابة: (أ) انعكاس

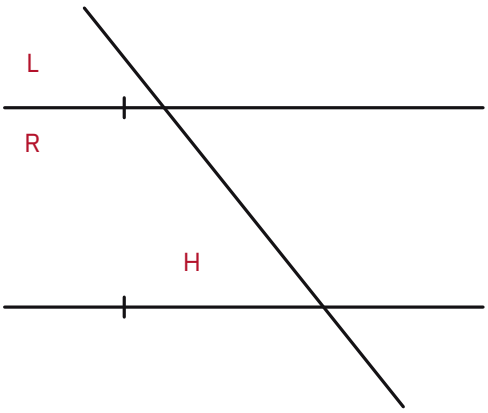
التلميح: الصورة معكوسة أسفل المحور بالحجم نفسه، فما التحويل الذي يحافظ على الحجم ويقلب الاتجاه؟

الحل:

١. الصورة تحافظ على الأبعاد نفسها فليست تمدداً
٢. وهي مقلوبة حول المحور x
٣. إذن التحويل انعكاس حول محور x

س428 المستقيمات المتوازية والقطع المتناسبة

السؤال: إذا كان L, R, H ثلاثة مستقيمات متوازية كما في الشكل أدناه وكان $AB = BC$ فإن



الخيارات:
أ) $AB = DE$
ب) $BC = EF$
ج) $DE = EF$
د) $AC = BE$
الإجابة: ج) $DE = EF$
التلميح: المتوازيات التي تقطع أجزاءً متساوية من قاطع تقطع أجزاءً متساوية من أي قاطع آخر.
الحل:
١. من تناسب القطع بين المتوازيات:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

٢. وبما أن $AB = BC$ فإن النسبة تساوي 1
٣. إذن:

$$DE = EF$$

س429 المسافة بين نقطتين
السؤال: إذا كانت المسافة بين النقطتين $(1, y)$ و $(1, -2)$ تساوي 3 فإن إحدى قيم y هي
الخيارات:
أ) 3
ب) 1
ج) -1
د) -3
الإجابة: ب) 1
التلميح: الإحداثي السيني متساوٍ فالقطعة رأسية، والمسافة هي الفرق بين الإحداثيين الصاديين.
الحل:
١. بقانون المسافة:

$$\sqrt{(1-1)^2 + (y+2)^2} = 3$$

٢. بالتبسيط:

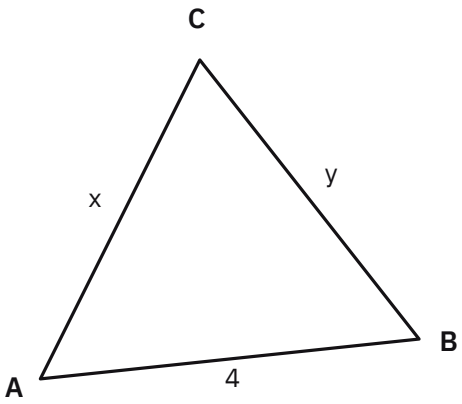
$$|y + 2| = 3$$

٣. بأخذ الحالة الموجبة:

$$y + 2 = 3 \;\Rightarrow\; y = 1$$

س430 التناسب العكسي والتشابه

السؤال: باستخدام الشكل أدناه (مثلثان متشابهان أضلاعهما 4 و y و x و 12)، أي العبارات التالية صائبة؟



الخيارات:

أ) y تتناسب طردياً مع x

ب) y^2 تتناسب طردياً مع x

ج) y تتناسب عكسياً مع x

د) y^2 تتناسب عكسياً مع x

الإجابة: (ج) y تتناسب عكسياً مع x

التلميح: إذا كان حاصل ضرب المتغيرين ثابتاً $xy = k$ فالعلاقة تناسب عكسي.

الحل:

١. المثلثان متشابهان لوجود زاويتين متساويتين، إذن الأضلاع متناسبة:

$$\frac{x}{12} = \frac{4}{y}$$

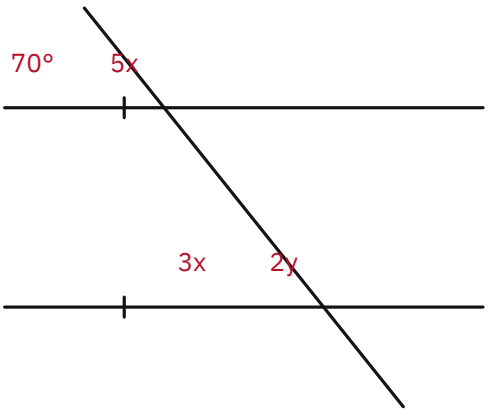
٢. بالضرب التبادلي:

$$xy = 48$$

٣. وهذا هو تعريف التناسب العكسي $xy = k$

س431 الزوايا المتحالفة

السؤال: في الشكل المقابل أوجد قيمة $x + y$ (الزوايا $5x$ و 70 متحالفتان، و $2y$ و $3x$ متحالفتان)



الخيارات:
أ) 70
ب) 79
ج) 90
د) 110

الإجابة: (ب) 79

التلميح: الزاويتان المتحالفتان مجموعهما $180°$؛ ابدأ بالمعادلة التي فيها مجهول واحد.

الحل:

٠١ من المتحالفتين الأوليين:

$$5x + 70 = 180 \Rightarrow 5x = 110 \Rightarrow x = 22$$

٠٢ من المتحالفتين الأخريين:

$$2y + 3x = 180 \Rightarrow 2y + 66 = 180$$

٠٣ إذن:

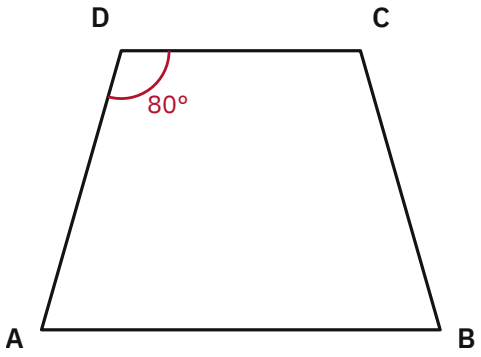
$$2y = 114 \Rightarrow y = 57$$

٠٤ وبالتالي:

$$x + y = 22 + 57 = 79$$

س432 شبه المنحرف والزوايا المتحالفة

السؤال: $ABCD$ شبه منحرف، أوجد $m\angle A$ إذا كانت $m\angle D = 80°$



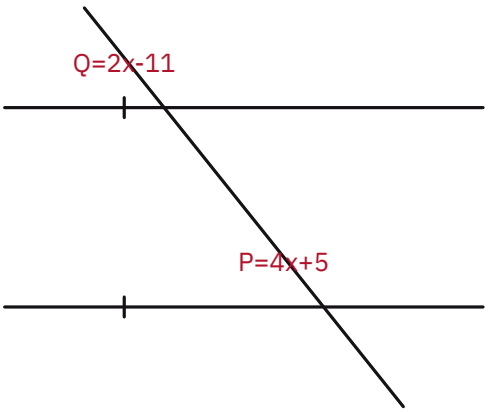
الخيارات:
أ) $80°$
ب) $100°$
ج) $110°$
د) $120°$
الإجابة: (ب) $100°$
التلميح: الضلعان AB و DC متوازيان، فالزاويتان A و D متحالفتان.
الحل:
١. بما أن $AB \parallel DC$ فإن $\angle A$ و $\angle D$ متحالفتان:

$$m\angle A + m\angle D = 180$$

٢. إذن:

$$m\angle A = 180 - 80 = 100°$$

س433 الزوايا المتحالفة والمعادلات
السؤال: في الشكل أدناه المستقيمان M, L متوازيان، إذا كان $m\angle P = 4x + 5$ و $m\angle Q = 2x - 11$، فما قياس الزاوية P بالدرجات؟



الخيارات:
أ) 129
ب) 119
ج) 139
د) 149
الإجابة: (أ) 129
التلميح: الزاويتان متحالفتان فمجموعهما $180°$؛ أوجد x ثم عوّض في تعبير $\angle P$ لا تتوقف عند x
الحل:
١. من التحالف:

$$4x + 5 + 2x - 11 = 180$$

٢. بالتبسيط:

$$6x - 6 = 180 \;\Rightarrow\; 6x = 186 \;\Rightarrow\; x = 31$$

٣. بالتعويض:

$$m\angle P = 4(31) + 5 = 129$$

س434 **شروط معادلة الدائرة** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: ما قيمة c التي تجعل المعادلة $(2x-1)^2 - cy^2 - 6y = 14$ تمثل دائرة؟

الخيارات:

أ) -4

ب) -2

ج) 2

د) 4

الإجابة: (أ) -4

التلميح: شرط الدائرة تساوي معاملي x^2 و y^2؛ فك التربيع أولاً لتظهر قيمة معامل x^2

الحل:

١. بفك التربيع:

$$4x^2 - 4x + 1 - cy^2 - 6y - 14 = 0$$

٢. معامل x^2 هو 4، ومعامل y^2 هو $-c$

٣. بمساواتهما:

$$-c = 4 \;\Rightarrow\; c = -4$$

س435 **الضرب الداخلي للمتجهات** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $\vec{u} = \langle 1, -1, 2 \rangle$ و $\vec{v} = \langle 3, 1, 1 \rangle$ فإن حاصل ضرب $\vec{u} \cdot \vec{v}$ يساوي

الخيارات:

أ) 4

ب) 6

ج) $(3, -1, 2)$

د) $(4, 0, 3)$

الإجابة: (أ) 4

التلميح: ناتج الضرب الداخلي عدد لا متجه، فاستبعد الخيارات التي على صورة متجهات.

الحل:

١. نضرب المركّبات المتناظرة ونجمع:

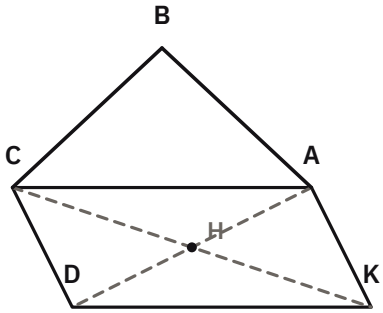
$$(1 \times 3) + (-1 \times 1) + (2 \times 1)$$

٢. إذن:

$$= 3 - 1 + 2 = 4$$

س436 **القطع المستقيمة المتخالفة في الفضاء** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: الشكل أدناه مرسوم في الفضاء الثلاثي (شكل يشبه المنزل: مثلث رأسه B وقاعدته CA، ومستطيل $CAKD$ ونقطة H مركزه)، أي قطعة مستقيمة تخالف $\overline{BC}$؟



الخيارات:
أ) $\overline{AC}$
ب) $\overline{DH}$
ج) $\overline{AK}$
د) $\overline{BH}$

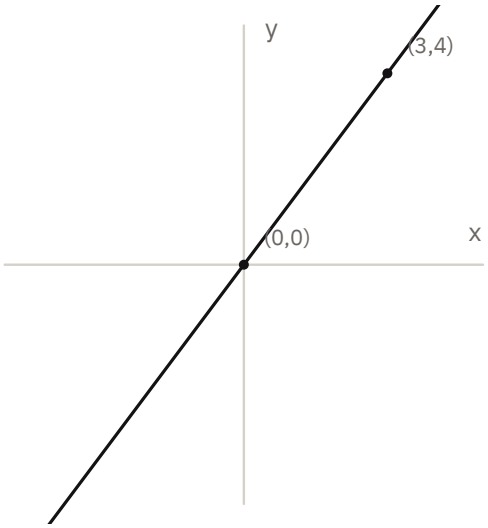
الإجابة: ج) $\overline{AK}$

التلميح: المتخالفتان لا تتقاطعان ولا تتوازيان ولا تقعان في المستوى نفسه، استبعد كل قطعة تلتقي BC أو تشاركها مستوى.

الحل:
١. القطعتان المتخالفتان غير متقاطعتين وغير متوازيتين ولا تقعان في المستوى نفسه
٢. القطع $\overline{AC}$ و $\overline{BH}$ تلتقيان $\overline{BC}$، و $\overline{DH}$ تشاركها مستوى
٣. إذن المتخالفة هي $\overline{AK}$

س437 المسافة بين نقطتين

السؤال: في الشكل أدناه طول AC يساوي، حيث $A(0,0)$ و $C(3,4)$



الخيارات:
أ) 5
ب) 7
ج) 16
د) 25

الإجابة: (أ) 5
التلميح: الإحداثيان 3 و 4 يشيران إلى ثلاثية فيثاغورس المشهورة.
الحل:
١. بقانون المسافة:

$$AC = \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{9+16}$$

٢. إذن:

$$= \sqrt{25} = 5$$

س438 تمييز معادلات القطوع المخروطية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $x^2 = -9y$ تمثل معادلة
الخيارات:
أ) قطع ناقص طرفا محوره الأصغر $(0,3)$ و $(0,-3)$
ب) قطع ناقص بؤرتاه $(0,3)$ و $(0,-3)$
ج) قطع مكافئ مفتوح إلى أسفل
د) قطع مكافئ مفتوح إلى اليسار
الإجابة: (ج) قطع مكافئ مفتوح إلى أسفل
التلميح: التربيع على متغير واحد فقط يعني قطعاً مكافئاً، والتربيع على x يعني فتحة رأسية.
الحل:
١. التربيع على متغير واحد فقط، إذن المعادلة تمثل قطعاً مكافئاً
٢. التربيع على x يعني أن القطع مفتوح رأسياً
٣. ومعامل y سالب، إذن القطع مفتوح لأسفل

س439 الزوايا المتجاورة على خط مستقيم

السؤال: إذا كان $m\angle 4 = (2x+60)^\circ$ و $m\angle 3 = (2x)^\circ$ فإن $m\angle 3$ يساوي
الخيارات:
أ) 70
ب) 60
ج) 50
د) 40
الإجابة: (ب) 60
التلميح: الزاويتان متجاورتان على خط مستقيم فمجموعهما 180°؛ لا تتوقف عند قيمة x
الحل:
١. من التجاور:

$$2x + 2x + 60 = 180$$

٢. بالتبسيط:

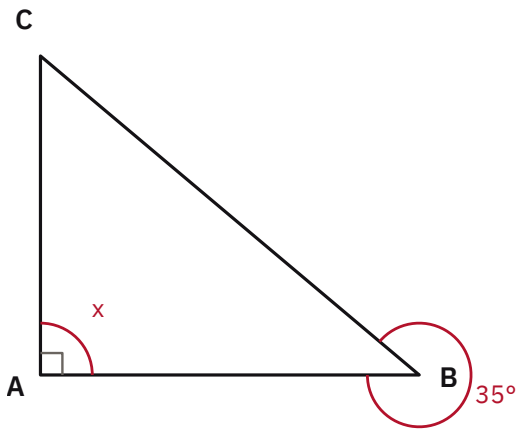
$$4x = 120 \;\Rightarrow\; x = 30$$

٣. بالتعويض:

$$m\angle 3 = 2 \times 30 = 60$$

س440 الزاوية الخارجية للمثلث

السؤال: قيمة x في الشكل أدناه، حيث الزاوية الخارجية $(2x - 30)^\circ$ والزاويتان الداخليتان البعيدتان x° و 35°



الخيارات:

أ) 75

ب) 70

ج) 65

د) 60

الإجابة: (ج) 65

التلميح: الزاوية الخارجية تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين غير المجاورتين لها.

الحل:

١. نطبق نظرية الزاوية الخارجية:

$$2x - 30 = x + 35$$

٢. بالتبسيط:

$$2x - x = 35 + 30$$

٣. إذن:

$$x = 65$$

س441 تركيب التحويلات الهندسية

السؤال: أُجري انسحاب إلى اليمين للنقطة $(2, -3)$ بمقدار وحدة واحدة، ثم انسحاب إلى أسفل بمقدار وحدتين، ثم تناظر حول نقطة الأصل. ما مجموع إحداثيات النقطة الناتجة؟

الخيارات:

أ) 8

ب) 2

ج) -8

د) -2

الإجابة: (ب) 2

التلميح: نفّذ التحويلات بالترتيب خطوة خطوة، والتناظر حول نقطة الأصل يغيّر إشارتي الإحداثيين.

الحل:

١. الانسحاب لليمين وحدة:

$$(2, -3) \to (3, -3)$$

٢. الانسحاب لأسفل وحدتين:

$$(3, -3) \to (3, -5)$$

٣. التناظر حول نقطة الأصل:

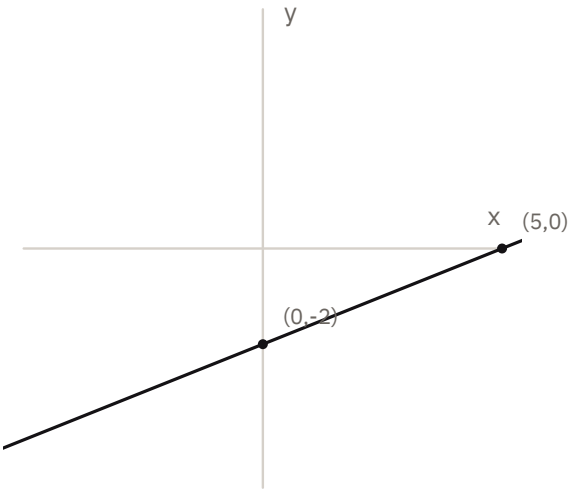
$$(3,-5) \to (-3,5)$$

٤. مجموع الإحداثيات:

$$-3+5=2$$

س442 معادلة المستقيم من الرسم

السؤال: أي مما يلي يمثل معادلة المستقيم المبيّن في الشكل أدناه (يمر بالنقطتين $(5,0)$ و $(0,-2)$)؟



الخيارات:

أ) $y=\frac{2}{5}x+2$

ب) $y=10x+2$

ج) $y=10x-2$

د) $y=\frac{2}{5}x-2$

الإجابة: (د) $y=\frac{2}{5}x-2$

التلميح: استخرج النقطتين من تقاطعي المستقيم مع المحورين، ثم احسب الميل والمقطع.

الحل:

١. الميل من النقطتين:

$$m=\frac{-2-0}{0-5}=\frac{-2}{-5}=\frac{2}{5}$$

٢. المقطع الصادي من النقطة $(0,-2)$ هو -2

٣. إذن:

$$y=\frac{2}{5}x-2$$

س443 نظرية فيثاغورس في مسائل تطبيقية

السؤال: تحرّك هادي كيلومترين باتجاه الشرق، ثم سار شمالاً ثلاثة كيلومترات، ثم انعطف غرباً ومشى كيلومتراً واحداً. ما المسافة بين نقطة البداية وموضعه الحالي بالكيلومتر؟

الخيارات:

أ) 4

ب) $\sqrt{4}$
ج) 10
د) $\sqrt{10}$

الإجابة: (د) $\sqrt{10}$

التلميح: الإزاحة الأفقية الصافية هي فرق الشرق والغرب لا مجموعهما، ثم طبّق فيثاغورس.

الحل:

١. الإزاحة الأفقية الصافية:

$$2 - 1 = 1$$

٢. الإزاحة الرأسية:

$$3$$

٣. بنظرية فيثاغورس:

$$\sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$$

س444 العلاقة بين المستقيمات

السؤال: ما التمثيل البياني لمعادلتي المستقيمين $y - 3x = -5$ و $3y + x = 8$؟

الخيارات:

أ) مستقيمان متعامدان
ب) مستقيمان متوازيان
ج) يقطعان المحور x في نفس النقطة
د) يقطعان المحور y في نفس النقطة

الإجابة: (أ) مستقيمان متعامدان

التلميح: استخرج الميلين واضربهما، إذا كان الناتج -1 فالمستقيمان متعامدان.

الحل:

١. ميل الأول:

$$y = 3x - 5 \;\Rightarrow\; m_1 = 3$$

٢. ميل الثاني:

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{8}{3} \;\Rightarrow\; m_2 = -\frac{1}{3}$$

٣. حاصل الضرب:

$$3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$$

٤. إذن المستقيمان متعامدان

س445 ميل المستقيم بعد التحويل

السؤال: إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (a, b) و (c, d) يساوي 0.5، فما ميل المستقيم المار بالنقطتين $(2 - 4a,\ 3 - 4b)$ و $(2 - 4c,\ 3 - 4d)$؟

الخيارات:

أ) 0.5
ب) 2
ج) -0.5
د) -2

الإجابة: (أ) 0.5

التلميح: بسّط البسط والمقام، سيظهر العامل -4 في الاثنين فيختصر.

الحل:

٠١ ميل المستقيم الأول:

$$\frac{d-b}{c-a}=0.5$$

٠٢ ميل المستقيم الثاني:

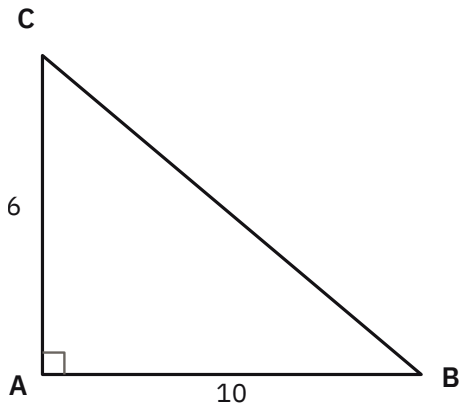
$$\frac{(3-4d)-(3-4b)}{(2-4c)-(2-4a)}=\frac{-4(d-b)}{-4(c-a)}$$

٠٣ بالاختصار:

$$=\frac{d-b}{c-a}=0.5$$

س446 نظرية فيثاغورس والإحداثيات

السؤال: في الشكل أدناه، ما إحداثيات النقطة A (الوتر 10 والارتفاع 6)؟



الخيارات:
أ) $(6,8)$
ب) $(8,6)$
ج) $(6,10)$
د) $(10,6)$

الإجابة: (ب) $(8,6)$

التلميح: الإحداثي الصادي معلوم من الرسم، والسيني يُستخرج بفيثاغورس.

الحل:

٠١ بفيثاغورس نوجد الإحداثي السيني:

$$\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{100-36}=\sqrt{64}=8$$

٠٢ والإحداثي الصادي من الرسم هو 6

٠٣ إذن:

$$A=(8,6)$$

س447 نظرية فيثاغورس في مسائل تطبيقية

السؤال: يعمل نواف في مصنع يبعد عن منزله مسافة 30 km في اتجاه الشمال. إذا نُقل المصنع لمسافة 30 km غرب موقعه الحالي، فكم ستكون المسافة بالكيلومتر بين الموقع الجديد للمصنع ومنزل نواف؟

الخيارات:
أ) $42\sqrt{2}$

ب) $30\sqrt{2}$
ج) 42
د) 30

الإجابة: (ب) $30\sqrt{2}$

التلميح: الاتجاهان متعامدان فيتكوّن مثلث قائم متطابق الضلعين، ووتره = الضلع $\times\sqrt{2}$

الحل:

١. بنظرية فيثاغورس:

$$x = \sqrt{30^2 + 30^2} = \sqrt{900 + 900}$$

٢. بالتبسيط:

$$= \sqrt{900 \times 2} = 30\sqrt{2}$$

س448 المثال المضاد

السؤال: أي شكل مما يأتي يمكن أن يكون مثالاً مضاداً للاستنتاج الآتي: "إذا تطابقت أضلاع الشكل الرباعي فإنه مربع"؟

الخيارات:

أ) المعيّن
ب) المستطيل
ج) شبه المنحرف
د) متوازي الأضلاع

الإجابة: (أ) المعيّن

التلميح: المثال المضاد يحقق الفرض (أضلاع متطابقة) ولا يحقق النتيجة (ليس مربعاً).

الحل:

١. المثال المضاد يحقق الفرض ولا يحقق النتيجة

٢. المعيّن شكل رباعي أضلاعه متطابقة لكنه ليس مربعاً بالضرورة (زواياه ليست قائمة)

٣. إذن المعيّن هو المثال المضاد

س449 الأرباع في المستوى الإحداثي

السؤال: إذا كان $x > 2$، فأين تقع النقطة $(x-2,\ 2-x)$؟

الخيارات:

أ) الربع الأول
ب) الربع الثاني
ج) الربع الثالث
د) الربع الرابع

الإجابة: (د) الربع الرابع

التلميح: جرّب قيمة مناسبة مثل $x = 3$ وحدّد إشارتي الإحداثيين.

الحل:

١. نختار $x = 3$:

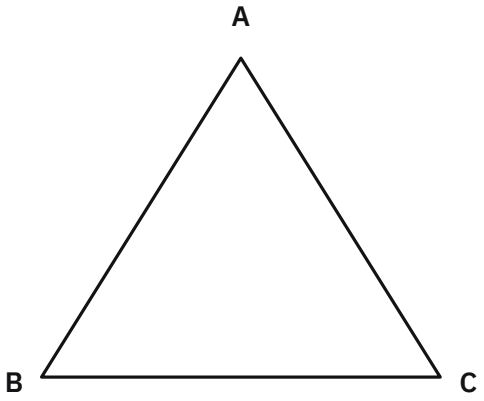
$$(3-2,\ 2-3) = (1, -1)$$

٢. الإحداثي السيني موجب والصادي سالب

٣. إذن النقطة في الربع الرابع

س450 المثلث متطابق الضلعين

السؤال: في الشكل أدناه أي العبارات الآتية تكافئ $m\angle A = m\angle C$؟



الخيارات:

أ) $AB = AC$

ب) $AB = BC$

ج) $m\angle A = m\angle B$

د) $m\angle B = m\angle C$

الإجابة: ب) $AB = BC$

التلميح: الزاويتان A و C هما زاويتا القاعدة، والضلعان المقابلان لهما هما المتطابقان.

الحل:

١. تطابق زاويتي القاعدة يعني أن المثلث متطابق الضلعين

٢. الضلعان المقابلان للزاويتين A و C هما BC و AB

٣. إذن:

$$AB = BC$$

س451 نصف قطر الدائرة من المعادلة العامة — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: طول نصف قطر الدائرة $x^2 + y^2 + 8y = 9$ يساوي

الخيارات:

أ) 3

ب) 4

ج) 5

د) 6

الإجابة: ج) 5

التلميح: القاعدة:

$$r = \sqrt{\left(\frac{\text{معامل } x}{2}\right)^2 + \left(\frac{\text{معامل } y}{2}\right)^2 - \text{الحد المطلق}}$$

، وانتبه لنقل الحد المطلق للطرف الآخر.

الحل:

١. نصف معامل x هو 0، ونصف معامل y هو 4

٢. نطبق القاعدة:

$$r = \sqrt{0^2 + 4^2 + 9} = \sqrt{16 + 9}$$

٣. إذن:

$$r = \sqrt{25} = 5$$

س452 إشارات الإحداثيات في الأرباع

السؤال: إذا كانت (x, y) جميع النقاط في المستوى التي تحقق $x \leq 0$ و $xy \geq 0$، فإن هذه النقاط تمثل الربع

الخيارات:

أ) الأول
ب) الثاني
ج) الثالث
د) الرابع

الإجابة: (ج) الثالث

التلميح: إذا كان x سالباً وحاصل الضرب غير سالب، فما إشارة y؟

الحل:

١. من الشرط الأول $x \leq 0$ أي أن x سالبة
٢. ومن $xy \geq 0$ يجب أن تكون y سالبة أيضاً ليكون الحاصل موجباً
٣. والنقطة $(-, -)$ تقع في الربع الثالث

س453 انسحاب المستقيمات

السؤال: إذا أجرينا انسحاباً لمستقيم معادلته $y = x - 1$ بمقدار 5 وحدات إلى اليمين، فما معادلة المستقيم الجديد؟

الخيارات:

أ) $y = x - 5$
ب) $y = x + 5$
ج) $y = x - 6$
د) $y = 5x - 1$

الإجابة: (ج) $y = x - 6$

التلميح: الانسحاب لليمين يعني استبدال x بـ $(x - 5)$ داخل المعادلة، لا طرح 5 من الناتج.

الحل:

١. نستبدل x بـ $(x - 5)$:

$$y = (x - 5) - 1$$

٢. إذن:

$$y = x - 6$$

س454 معادلة المستقيم العمودي

السؤال: معادلة المستقيم العمودي على المستقيم $y = 2x + 1$ ويمر بالنقطة $(2, -4)$ هي

الخيارات:

أ) $y = -2x$
ب) $y = 2x - 8$
ج) $y = \frac{-1}{2}x - 3$
د) $y = \frac{-1}{2}x - 5$

الإجابة: (ج) $y = \frac{-1}{2}x - 3$

التلميح: ميل العمودي هو المقلوب الضربي السالب، ثم عوّض بالنقطة لتحديد المقطع.

الحل:

١. شرط التعامد:

$$2 \times m_2 = -1 \;\Rightarrow\; m_2 = \frac{-1}{2}$$

٢. بصيغة النقطة والميل:

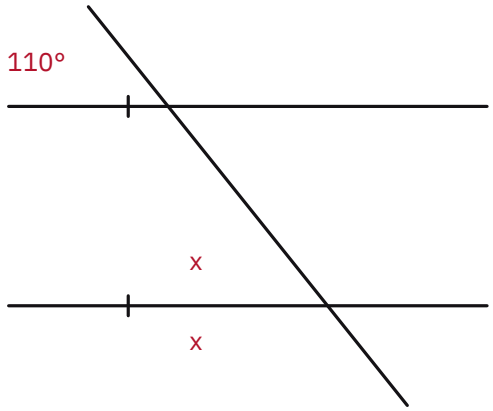
$$y + 4 = \frac{-1}{2}(x - 2)$$

٣. بالتبسيط:

$$y = \frac{-1}{2}x + 1 - 4 = \frac{-1}{2}x - 3$$

س455 المثلث متطابق الساقين والزوايا

السؤال: في الشكل أدناه، إذا كان المستقيمان L_1, L_2 متوازيين، فما قيمة a؟ (الزاوية العليا $110°$ وزاويتا القاعدة x متطابقتان)



الخيارات:
أ) 30
ب) 35
ج) 40
د) 45

الإجابة: (ب) 35

التلميح: أوجد x أولاً من الزاوية المستقيمة، ثم استخدم التناظر ومجموع زوايا المثلث.

الحل:

١. من الزاوية المستقيمة:

$$2x + 110 = 180 \Rightarrow 2x = 70 \Rightarrow x = 35$$

٢. ومن مجموع زوايا المثلث مع التناظر:

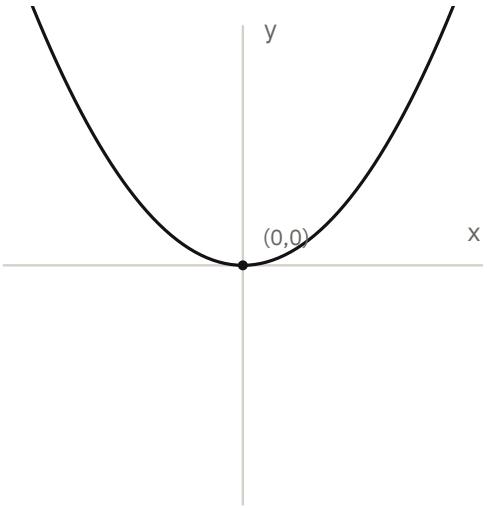
$$x + a + 110 = 180$$

٣. إذن:

$$35 + a + 110 = 180 \Rightarrow a = 35$$

س456 انسحاب القطع المكافئ

السؤال: إذا تم عمل انسحاب للقطع المكافئ $y = x^2$ في الشكل أدناه ليكون رأسه $(-1, 2)$، فما معادلة القطع الجديد؟



الخيارات:
أ) $y-1=(x+2)^2$
ب) $y+1=(x-2)^2$
ج) $y+2=(x-1)^2$
د) $y-2=(x+1)^2$

الإجابة: (د) $y-2=(x+1)^2$

التلميح: الصورة القياسية $y-k=(x-h)^2$، وانتبه لانعكاس إشارتي h و k

الحل:

١. الصورة القياسية للقطع الذي رأسه (h,k):

$$y-k=(x-h)^2$$

٢. بالتعويض $h=-1$ و $k=2$:

$$y-2=(x-(-1))^2$$

٣. إذن:

$$y-2=(x+1)^2$$

س457 **القطع المكافئ من الدليل والبؤرة** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: ما معادلة القطع المكافئ الذي معادلة دليله $x=-2$ والبؤرة $(2,0)$؟

الخيارات:
أ) $y^2=8x$
ب) $x^2=8y$
ج) $x^2=4y$
د) $y^2=4x$

الإجابة: (أ) $y^2=8x$

التلميح: دليل رأسي يعني قطعاً أفقياً (التربيع على y)؛ حلّ نظام $h-p=-2$ و $h+p=2$

الحل:

١. معادلة الدليل رأسية إذن التربيع على y

٢. من الدليل والبؤرة:

$$h-p=-2, \qquad h+p=2$$

٣. بحل النظام:

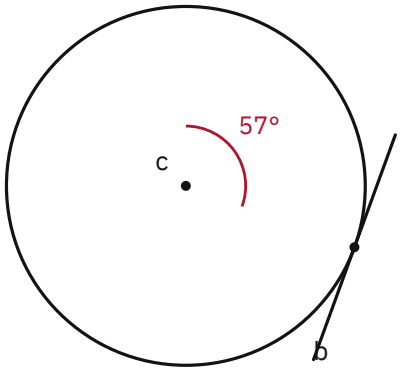
$$h=0, \qquad p=2$$

٤. بالتعويض في $(y-k)^2 = 4p(x-h)$:

$$y^2 = 8x$$

س458 **المماس ونصف القطر** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان المستقيم ab مماساً للدائرة C عند النقطة b، والزاوية عند المركز $57°$، ما قيمة الزاوية cab؟



الخيارات:
أ) $23°$
ب) $33°$
ج) $43°$
د) $90°$

الإجابة: (ب) $33°$

التلميح: المماس عمودي على نصف القطر عند نقطة التماس، فالمثلث قائم.

الحل:

١. المماس عمودي على نصف القطر:

$$m\angle abc = 90°$$

٢. من مجموع زوايا المثلث:

$$m\angle cab = 180 - (90 + 57)$$

٣. إذن:

$$= 33°$$

س459 **تساوي المتجهات** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: متجه نقطة بدايته $(0,0)$ ونقطة نهايته $(1,1)$، المتجه الذي يساويه هو الذي نقطة بدايته

الخيارات:
أ) $(1,1)$ ونقطة نهايته $(0,0)$
ب) $(1,1)$ ونقطة نهايته $(3,3)$
ج) $(1,1)$ ونقطة نهايته $(1,0)$
د) $(1,0)$ ونقطة نهايته $(2,1)$

الإجابة: (د) $(1,0)$ ونقطة نهايته $(2,1)$

التلميح: المتجهان متساويان إذا تطابقت صورتهما الإحداثية (النهاية ناقص البداية)، لا موقعهما.

الحل:

١. الصورة الإحداثية للمتجه المعطى:

$$\langle 1,1\rangle - \langle 0,0\rangle = \langle 1,1\rangle$$

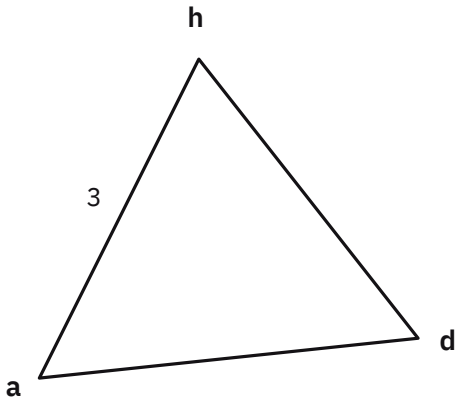
٢. نختبر الفقرة (د):

$$\langle 2,1\rangle - \langle 1,0\rangle = \langle 1,1\rangle$$

٣. تطابقت الصورتان الإحداثيتان، إذن المتجهان متساويان

س460 تشابه المثلثات

السؤال: في الشكل أدناه، إذا كان $\frac{dh}{ad} = \frac{1}{2}$ و $bc = 3$ cm، فما طول $\overline{ab}$ بالسنتيمتر؟



الخيارات:

أ) 3

ب) 4

ج) 6

د) 8

الإجابة: (ج) 6

التلميح: المثلثان متشابهان لوجود زاويتين متطابقتين، فكوّن تناسباً بين الأضلاع المتناظرة.

الحل:

١. المثلث abc يشابه المثلث adh لوجود زاويتين متطابقتين

٢. بالتناسب:

$$\frac{dh}{ad} = \frac{bc}{ab} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{ab}$$

٣. إذن:

$$ab = 3 \times 2 = 6$$

س461 العمليات على المتجهات — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $\bar{a} = (x,y)$ و $\bar{b} = (y,x)$ متجهين، و $3a - b = (0,-8)$، فإن قيمة المتجه $\bar{a}$ تساوي

الخيارات:

أ) $(-1,-3)$

ب) $(-1,3)$

ج) $(1,-3)$

د) $(1,3)$

الإجابة: (أ) $(-1,-3)$

التلميح: اطرح المركّبات المتناظرة لتحصل على معادلتين في مجهولين، ثم حلّهما بالتعويض.

الحل:

٠١ نطبق تعريف الطرح على المركّبات:

$$3a - b = (3x - y,\ 3y - x) = (0, -8)$$

٠٢ من المركّبة الأولى:

$$3x - y = 0 \ \Rightarrow\ y = 3x$$

٠٣ بالتعويض في الثانية:

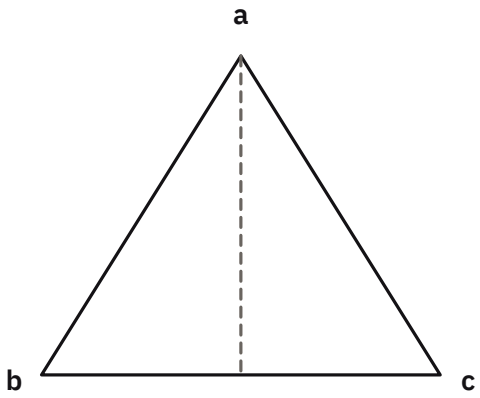
$$3(3x) - x = -8 \ \Rightarrow\ 8x = -8 \ \Rightarrow\ x = -1$$

٠٤ إذن:

$$y = 3(-1) = -3 \ \Rightarrow\ \bar{a} = (-1, -3)$$

س462 المثلث الثلاثيني الستيني

السؤال: إذا كان abc مثلثاً متطابق الضلعين، وكان $ad = 1$ cm (الارتفاع)، فما طول $\overline{bc}$ بالسنتيمتر؟



الخيارات:

أ) $\sqrt{3}$

ب) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

ج) $2\sqrt{3}$

د) $3\sqrt{2}$

الإجابة: ج) $2\sqrt{3}$

التلميح: في المثلث الثلاثيني الستيني، الضلع المقابل لـ $30°$ نصف الوتر، والمقابل لـ $60°$ يساوي نصف الوتر في $\sqrt{3}$

الحل:

٠١ الضلع المقابل للزاوية $30°$ نصف الوتر:

$$ad = 1 \ \Rightarrow\ ab = 2 \text{ cm}$$

٠٢ والضلع المقابل للزاوية $60°$:

$$db = \sqrt{3}, \qquad cd = \sqrt{3}$$

٠٣ إذن:

$$bc = db + cd = \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

س463 القطع المستقيمة والنسب

السؤال: تقع المدن A, B, C على استقامة واحدة، إذا كانت المسافة بين A و B ثلث المسافة بين B و C، وكانت المسافة بين B و C تساوي 114 km، فإن المسافة بين A و C بالكيلومتر تساوي

الخيارات:

أ) 38

ب) 48

ج) 142

د) 152

الإجابة: (د) 152

التلميح: B تقع بين A و C، فالمسافة الكلية مجموع الجزأين لا فرقهما.

الحل:

١. نكتب المسافة الكلية:

$$AC = AB + BC = \frac{1}{3}BC + BC$$

٢. بالتبسيط:

$$AC = \frac{4}{3}BC$$

٣. بالتعويض:

$$AC = \frac{4}{3} \times 114 = 152$$

س464 الميل والمقطع الصادي

السؤال: الميل m والمقطع الصادي b بالنسبة للمستقيم $3x + 5y = 15$ هما

الخيارات:

أ) $m = -\frac{3}{5},\ b = 5$

ب) $m = 5,\ b = -\frac{3}{5}$

ج) $m = 3,\ b = 5$

د) $m = -\frac{3}{5},\ b = 3$

الإجابة: (د) $m = -\frac{3}{5},\ b = 3$

التلميح: حوّل المعادلة إلى صيغة $y = mx + b$ بعزل y؛ لا تخلط بين المقطع الصادي والسيني.

الحل:

١. نعزل y:

$$5y = -3x + 15$$

٢. بالقسمة على 5:

$$y = -\frac{3}{5}x + 3$$

٣. إذن:

$$m = -\frac{3}{5}, \qquad b = 3$$

س465 معادلة المستقيم بالنقطة والميل

السؤال: معادلة المستقيم المار بالنقطة $(1, 1)$ وميله 2 هي

الخيارات:

أ) $y = 2x - 1$

ب) $y = 2x + 1$
ج) $y = 2x - 2$
د) $y = 2x - 3$

الإجابة: (أ) $y = 2x - 1$

التلميح: استخدم صيغة $y - y_1 = m(x - x_1)$ ثم بسّط.

الحل:

١. بصيغة النقطة والميل:

$$y - 1 = 2(x - 1)$$

٢. بالتبسيط:

$$y = 2x - 2 + 1 = 2x - 1$$

س466 ميل المستقيم الأفقي

السؤال: ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين $(3, 2)$ و $(5, 2)$ يساوي

الخيارات:

أ) 0
ب) 2
ج) 4
د) 5

الإجابة: (أ) 0

التلميح: الإحداثي الصادي ثابت في النقطتين، فالمستقيم أفقي.

الحل:

١. بقانون الميل:

$$m = \frac{2 - 2}{3 - 5} = \frac{0}{-2} = 0$$

٢. وهو ميل المستقيم الأفقي

س467 المتطابقات المثلثية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: بسّط المقدار $\dfrac{\sin x(\sin x - \cos x) + \cos^2 x(\tan x + 1)}{\sec x}$

الخيارات:

أ) $\tan x$
ب) $\sin x$
ج) $\cos x$
د) $\sec x$

الإجابة: (ج) $\cos x$

التلميح: وزّع الأقواس واستبدل $\tan x$ بـ $\dfrac{\sin x}{\cos x}$؛ سيختصر حدّان وتبقى المتطابقة الأساسية.

الحل:

١. بالتوزيع:

$$\frac{\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x \cdot \frac{\sin x}{\cos x} + \cos^2 x}{\sec x}$$

٢. بالاختصار:

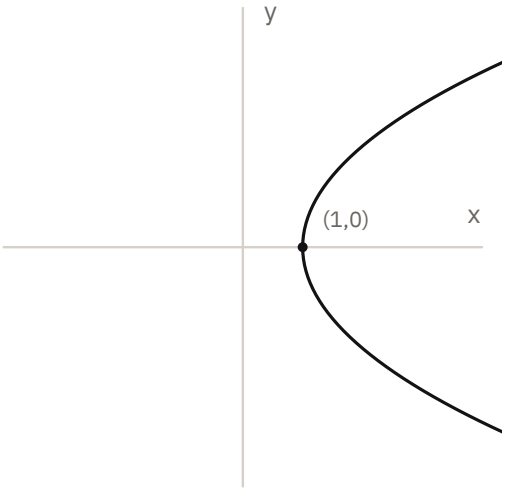
$$= \frac{\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos x \sin x + \cos^2 x}{\sec x}$$

٣. بحذف الحدّين المتعاكسين واستخدام المتطابقة:

$$= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sec x} = \frac{1}{\sec x} = \cos x$$

س468 **معادلة القطع المكافئ من الرسم** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: معادلة القطع المكافئ بالشكل المجاور هي (رأسه $(1,0)$ ومفتوح لليمين)



الخيارات:
أ) $y^2 = x^2 - 1$
ب) $x = y^2 + 1$
ج) $x = (y-1)^2$
د) $y = (x-1)^2$

الإجابة: (ب) $x = y^2 + 1$

التلميح: الفتحة أفقية تعني التربيع على y، ورأسه على محور x يعني $k = 0$

الحل:

١. القطع مفتوح لليمين ورأسه $(1,0)$، إذن التربيع على y:

$$(y-k)^2 = (x-h)$$

٢. بالتعويض $h = 1$ و $k = 0$:

$$y^2 = x - 1$$

٣. بإعادة الترتيب:

$$x = y^2 + 1$$

س469 **القطع الناقص — المحور الأكبر** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: طول المحور الأكبر للقطع $x^2 + 4y^2 = 4$ يساوي

الخيارات:
أ) 2
ب) 3
ج) 4
د) 5

الإجابة: (ج) 4

التلميح: حوّل إلى الصورة القياسية بقسمة الطرفين على الحد المطلق، ثم خذ المقام الأكبر.
الحل:
١. بالقسمة على 4:

$$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$$

٢. المقام الأكبر:

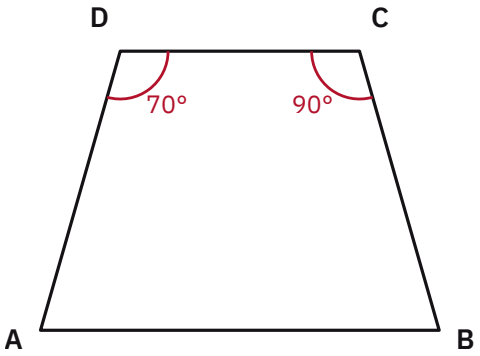
$$a^2=4 \Rightarrow a=2$$

٣. طول المحور الأكبر:

$$2a=4$$

س470 شبه المنحرف القائم

السؤال: في شبه المنحرف المجاور إذا علمت أن $m\angle C=90^\circ$ و $m\angle D=70^\circ$، أوجد قياس الزاوية A



الخيارات:
أ) 70°
ب) 110°
ج) 90°
د) 160°
الإجابة: (ب) 110°
التلميح: مجموع زوايا أي شكل رباعي 360°، وفي شبه المنحرف القائم تكون $\angle B$ قائمة مثل $\angle C$
الحل:
١. مجموع زوايا الرباعي 360°، و $m\angle B=m\angle C=90^\circ$
٢. بالتعويض:

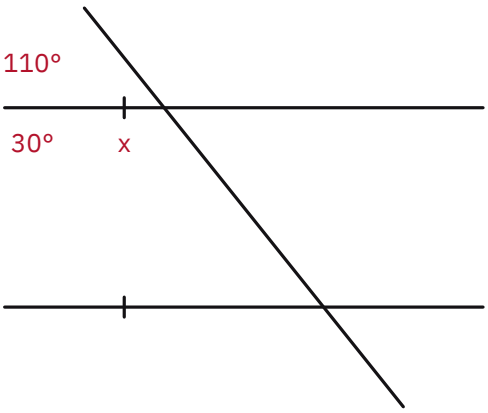
$$m\angle A=360-(90+90+70)$$

٣. إذن:

$$=360-250=110^\circ$$

س471 الزوايا المتجاورة والمتقابلة بالرأس

السؤال: قياس الزاوية x في الشكل المجاور تساوي (زاوية 110° وزاوية 30°)



الخيارات:
أ) $60°$
ب) $70°$
ج) $80°$
د) $90°$

الإجابة: (ج) $80°$

التلميح: كوّن مثلثاً بزاويتين معلومتين، ثم انقل الناتج إلى x بالتقابل بالرأس.

الحل:

١. الزاوية المجاورة لـ $110°$:

$$180 - 110 = 70°$$

٢. من مجموع زوايا المثلث:

$$180 - (30 + 70) = 80°$$

٣. و x متقابلة بالرأس مع هذه الزاوية:

$$x = 80°$$

س472 ميل المستقيم من الصورة العامة

السؤال: ميل المستقيم $2y - x = 0$ يساوي

الخيارات:
أ) 1
ب) -1
ج) $\frac{1}{2}$
د) $\frac{-1}{2}$

الإجابة: (ج) $\frac{1}{2}$

التلميح: الطريقة المختصرة: الميل $= -\frac{\text{معامل } x}{\text{معامل } y}$، وانتبه لإشارة معامل x السالبة.

الحل:

١. نطبق القاعدة المختصرة:

$$m = \frac{-(-1)}{2}$$

٢. إذن:

$$m = \frac{1}{2}$$

س473 متطابقات ضعف الزاوية والقيم القصوى – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أصغر قيمة للمقدار $9 - 6\sin x \cos x$ هي

الخيارات:

أ) -6

ب) 0

ج) 3

د) 6

الإجابة: (د) 6

التلميح: استخدم $\sin 2x = 2\sin x \cos x$ لتحويل المقدار إلى دالة واحدة مداها بين -1 و 1

الحل:

١. نستخدم متطابقة ضعف الزاوية:

$$9 - 3(2\sin x \cos x) = 9 - 3\sin 2x$$

٢. أصغر قيمة تتحقق عند أكبر قيمة لـ $\sin 2x$ وهي 1:

$$9 - 3(1) = 6$$

س474 متطابقات تحويل المجموع إلى ضرب – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: قيمة $\dfrac{\sin 5x + \sin x}{\cos 5x + \cos x}$ تساوي

الخيارات:

أ) $\tan 2x$

ب) $\cot 2x$

ج) $\cot 3x$

د) $\tan 3x$

الإجابة: (د) $\tan 3x$

التلميح: طبّق قانوني مجموع الجيبين ومجموع الجيبتمامين، سيختصر العامل المشترك.

الحل:

١. نطبق القانونين:

$$\sin a + \sin b = 2\sin\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$$

$$\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$$

٢. بالتعويض والاختصار:

$$\frac{2\sin 3x\cos 2x}{2\cos 3x\cos 2x} = \frac{\sin 3x}{\cos 3x}$$

٣. إذن:

$$= \tan 3x$$

س475 التحويل من التمثيل القطبي إلى الديكارتي – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان التمثيل القطبي للعدد المركب z هو $\left(2, \frac{3\pi}{2}\right)$ فإن التمثيل الديكارتي له هو

الخيارات:

أ) $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$

ب) $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

ج) $(2, 0)$

د) $(0, -2)$

الإجابة: (د) $(0, -2)$

التلميح: $x = r\cos\theta$ و $y = r\sin\theta$، والزاوية $\frac{3\pi}{2}$ تقابل 270°

الحل:

١. نحسب الإحداثي السيني:

$$x = 2\cos\frac{3\pi}{2} = 2 \times 0 = 0$$

٢. ونحسب الإحداثي الصادي:

$$y = 2\sin\frac{3\pi}{2} = 2 \times (-1) = -2$$

٣. إذن:

$$(0, -2)$$

س476 حجم متوازي المستطيلات بالمتجهات – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت المتجهات $\langle 1, 1, 1\rangle$ و $\langle 1, 1, 2\rangle$ و $\langle 3, 2, 1\rangle$ أضلاع متوازي مستطيلات، فإن حجمه بالوحدات المكعبة يساوي

الخيارات:

أ) 1

ب) 4

ج) 5

د) 9

الإجابة: (أ) 1

التلميح: الحجم هو القيمة المطلقة للضرب الثلاثي، أي محدد المصفوفة المكوّنة من المتجهات.

الحل:

١. نوجد المحدد:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 1(1-4) - 1(1-6) + 1(2-3)$$

٢. بالحساب:

$$= -3 + 5 - 1 = 1$$

س477 المتجه العمودي على المستوى – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: ما المتجه العمودي على المستوى $2x + 4y - 6z = 12$؟

الخيارات:

أ) $\langle -2, -4, -6\rangle$

ب) $\langle 1, 2, -3\rangle$

ج) $\langle -6, 4, 2\rangle$

د) $\langle 3, 2, -1\rangle$

الإجابة: (ب) $\langle 1, 2, -3\rangle$

التلميح: معاملات x, y, z في معادلة المستوى تكوّن المتجه العمودي، وأي مضاعف له عمودي كذلك.
الحل:
١. المتجه العمودي هو متجه المعاملات:

$$\langle 2, 4, -6 \rangle$$

٢. بالقسمة على 2 نحصل على متجه موازٍ له:

$$\langle 1, 2, -3 \rangle$$

س478 القيم القصوى للدوال المثلثية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $y = 2\cos x - 3$ فما أكبر قيمة ممكنة لـ y؟
الخيارات:
أ) -3
ب) -1
ج) 1
د) 2
الإجابة: (ب) -1
التلميح: مدى $\cos x$ هو $[-1, 1]$، فعوّض بالطرفين وقارن.
الحل:
١. أكبر قيمة لـ $\cos x$ هي 1:

$$y = 2(1) - 3 = -1$$

٢. وأصغر قيمة عند $\cos x = -1$:

$$y = 2(-1) - 3 = -5$$

٣. إذن أكبر قيمة لـ y هي -1

س479 المتطابقات المثلثية — خاص بالمستوى الثاني (1444)

السؤال: بسّط $\dfrac{\cos x \cot x \sec^3 x}{\csc x}$
الخيارات:
أ) $\cos x$
ب) $\sec x$
ج) $\sin x$
د) $\csc x$
الإجابة: (ب) $\sec x$
التلميح: اكتب كل دالة بدلالة $\sin x$ و $\cos x$ ثم اختصر.
الحل:
١. نكتب الدوال بدلالة الجيب والجيب تمام:

$$\frac{\cos x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} \cdot \frac{1}{\cos^3 x}}{\frac{1}{\sin x}}$$

٢. بالاختصار في البسط:

$$= \frac{1}{\sin x \cos x} \times \sin x$$

٣. إذن:

$$= \frac{1}{\cos x} = \sec x$$

س480 معادلة المستقيم العمودي

السؤال: معادلة العمودي على المستقيم $4x - 7y = 5$ هي

الخيارات:

أ) $y = \frac{4}{7}x + \frac{5}{7}$

ب) $y = -\frac{7}{4}x + \frac{5}{7}$

ج) $y = \frac{7}{4}x + \frac{5}{7}$

د) $y = -\frac{4}{7}x + \frac{5}{7}$

الإجابة: (ب) $y = -\frac{7}{4}x + \frac{5}{7}$

التلميح: ميل العمودي هو المقلوب الضربي السالب للميل الأصلي.

الحل:

١. نحوّل المعادلة لصيغة الميل:

$$y = \frac{4}{7}x - \frac{5}{7} \Rightarrow m = \frac{4}{7}$$

٢. ميل العمودي:

$$m_{\perp} = -\frac{7}{4}$$

٣. إذن الخيار الذي ميله $-\frac{7}{4}$ هو الصحيح

س481 شروط معادلة الدائرة — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: قيمة C التي تجعل المعادلة $4x^2 + Cy^2 + 2x + 3y - 15 = 0$ معادلة دائرة

الخيارات:

أ) 4

ب) -4

ج) 2

د) -2

الإجابة: (أ) 4

التلميح: شرط الدائرة تساوي معاملي الحدّين التربيعيين.

الحل:

١. شرط الدائرة:

$$\text{معامل}\, x^2 = \text{معامل}\, y^2$$

٢. إذن:

$$C = 4$$

س482 المسافة بين مستقيمين متوازيين

السؤال: مستقيمان ميلاهما $\sqrt{3}$ ويقطعان محور y في -6 و 2، ما المسافة بينهما؟

الخيارات:

أ) 2

ب) 4

ج) 8

د) 16

الإجابة: (ب) 4

التلميح: استخدم الصيغة $d = \frac{|b_2 - b_1|}{\sqrt{m^2 + 1}}$

الحل:

١. نطبق الصيغة:

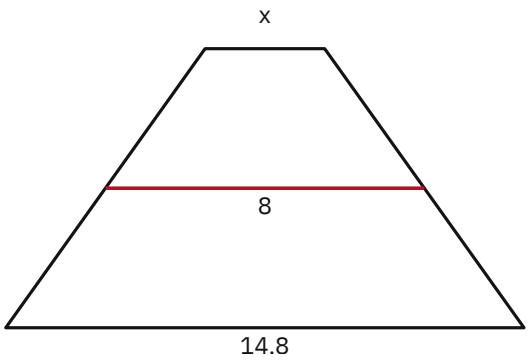
$$d = \frac{|2 - (-6)|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1}}$$

٢. بالتبسيط:

$$= \frac{8}{\sqrt{4}} = \frac{8}{2} = 4$$

س483 القطعة المتوسطة في شبه المنحرف

السؤال: قيمة x في الشكل (القاعدتان 14.8 و x، والقطعة المتوسطة 8)



الخيارات:

أ) 15.8

ب) 4

ج) 2

د) 1.2

الإجابة: (د) 1.2

التلميح: القطعة المتوسطة في شبه المنحرف تساوي نصف مجموع القاعدتين.

الحل:

١. نطبق قانون القطعة المتوسطة:

$$\frac{x + 14.8}{2} = 8$$

٢. بالضرب في 2:

$$x + 14.8 = 16$$

٣. إذن:

$$x = 16 - 14.8 = 1.2$$

س484 نظرية فيثاغورس والحركة

السؤال: انطلقت دراجتان: الأولى عند الساعة 1:00 باتجاه الشمال بسرعة 20 كلم/ساعة، والثانية باتجاه الشرق بسرعة 15 كلم/ساعة. عند الساعة 3:00 كم تكون المسافة بينهما؟

الخيارات:

أ) 20

ب) 25

ج) 50

د) 75

الإجابة: (ج) 50

التلميح: احسب المسافة بعد ساعة واحدة بفيثاغورس، ثم اضربها في عدد الساعات.

الحل:

١. بعد ساعة واحدة تكون المسافة:

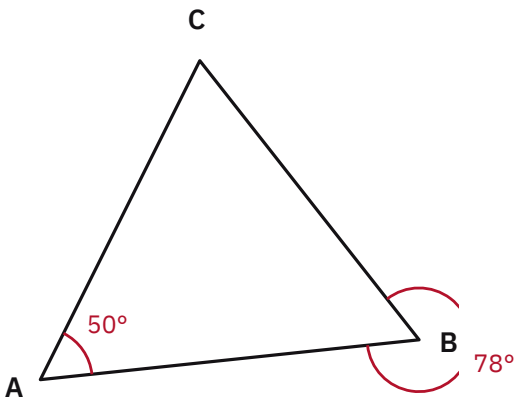
$$\sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{400 + 225} = \sqrt{625} = 25$$

٢. وبعد ساعتين:

$$2 \times 25 = 50$$

س485 الزوايا في الأشكال المركّبة

السؤال: أوجد قياس الزاوية 3 في الشكل المجاور (زوايا معلومة $50°$ و $78°$ و $120°$)



الخيارات:

أ) $75°$

ب) $68°$

ج) $50°$

د) $45°$

الإجابة: (ب) $68°$

التلميح: اعمل على مثلثين متتاليين: أوجد الزاوية 2 بالتقابل بالرأس، ثم استخدمها في المثلث الثاني.

الحل:

١. الزاوية المجاورة للزاوية 1:

$$180 - 50 - 78 = 52°$$

٢. وهي متقابلة بالرأس مع الزاوية 2:

$$m\angle 2 = 52°$$

٣. والزاوية المجاورة لـ $120°$:

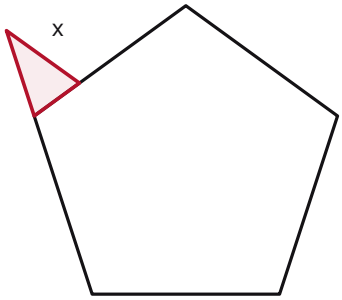
$$180 - 120 = 60°$$

٤. إذن في المثلث الذي تقع فيه الزاوية 3:

$$m\angle 3 = 180 - 52 - 60 = 68^\circ$$

س486 زوايا المضلع المنتظم (1444)

السؤال: المضلع $ABCD$ خماسي منتظم، قياس الزاوية x الخارجية بالدرجات يساوي



الخيارات:
أ) 18
ب) 36
ج) 48
د) 72

الإجابة: (د) 72

التلميح: الزاوية الداخلية للمضلع المنتظم $= \frac{(n-2)\times 180}{n}$، والخارجية متممتها لـ 180°

الحل:

١. الزاوية الداخلية للخماسي المنتظم:

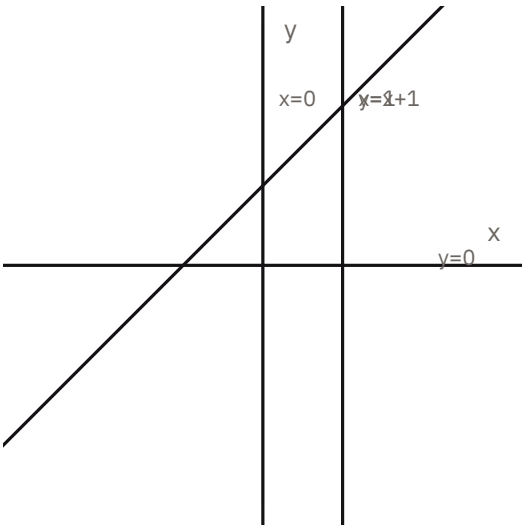
$$\frac{(5-2)\times 180}{5} = \frac{540}{5} = 108^\circ$$

٢. والزاويتان متجاورتان مجموعهما 180°:

$$x = 180 - 108 = 72^\circ$$

س487 الأشكال الرباعية من المستقيمات

السؤال: إذا كان $x = 0$ و $y = 0$ و $x = 1$ و $y = x + 1$ فإن الشكل الناتج



الخيارات:
أ) مربع
ب) مستطيل
ج) متوازي أضلاع
د) شبه منحرف

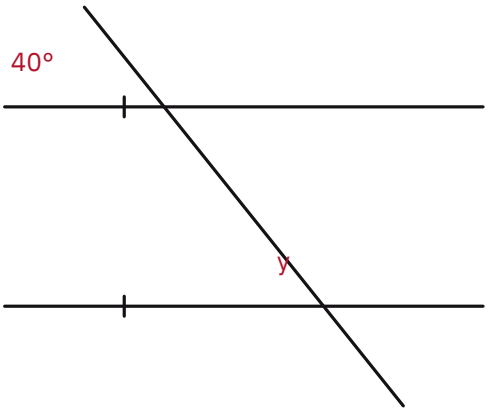
الإجابة: (د) شبه منحرف

التلميح: ارسم المستقيمات الأربعة ولاحظ كم زوج من الأضلاع المتوازية يتكوّن.

الحل:
١. المستقيمان $x = 0$ و $x = 1$ متوازيان
٢. أما $y = 0$ و $y = x + 1$ فغير متوازيين (ميلاهما مختلفان)
٣. وجود زوج واحد فقط من الأضلاع المتوازية يعني أن الشكل شبه منحرف

س488 الزوايا المتناظرة بين المتوازيات

السؤال: إذا كان $x = 40°$، وكان L_1 يوازي L_2، و S_1 يوازي S_2، فإن y تساوي



الخيارات:
أ) $60°$
ب) $40°$
ج) $180°$
د) $140°$

الإجابة: (د) $140°$
التلميح: أوجد متممة x عند نقطة التقاطع، ثم انقلها إلى y بالتناظر بين المتوازيين.
الحل:
١. الزاوية المجاورة لـ x عند التقاطع:

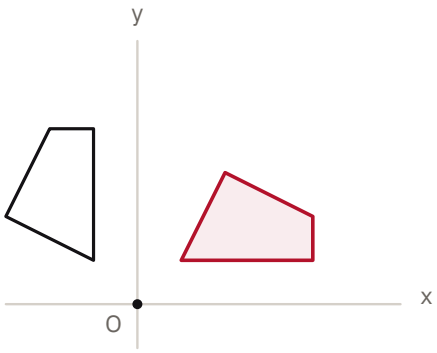
$$180 - 40 = 140°$$

٢. والزاوية y متناظرة معها، والمتناظرتان متطابقتان:

$$y = 140°$$

س489 أنواع التحويلات الهندسية

السؤال: التحويل الذي أُجري على الشكل الهندسي التالي هو (شكل في الربع الأول وصورته مدارة حوله)



الخيارات:
أ) انسحاب
ب) انعكاس
ج) دوران
د) تمدد
الإجابة: (ج) دوران
التلميح: الحجم لم يتغيّر والاتجاه تغيّر دون أن يكون الشكل مرآة للأصل.
الحل:
١. حجم الشكل لم يتغيّر، إذن ليس تمدداً
٢. الشكل تغيّر اتجاهه دون أن يكون صورة مرآة، إذن ليس انعكاساً ولا انسحاباً
٣. إذن التحويل دوران

س490 ميل المستقيم العمودي

السؤال: مستقيم AB يمر بالنقطتين $(-1, 3)$ و $(3, 7)$، فإن ميل المستقيم العمودي عليه
الخيارات:
أ) -1
ب) 1
ج) $\frac{1}{2}$
د) $\frac{-1}{2}$

الإجابة: (أ) -1
التلميح: احسب الميل أولاً ثم اقلبه وغيّر إشارته.
الحل:
١. ميل المستقيم المعطى:

$$m = \frac{3-7}{-1-3} = \frac{-4}{-4} = 1$$

٢. ميل العمودي:

$$m_{\perp} = \frac{-1}{1} = -1$$

س491 نقطة المنتصف والمسافة

السؤال: مستقيم AB حيث $A(7,1)$ و $B(3,1)$ وتقع النقطة M في منتصف AB، ما طول MA؟
الخيارات:
أ) 4
ب) 3
ج) 2.5
د) 2
الإجابة: (د) 2
التلميح: أوجد نقطة المنتصف ثم احسب المسافة، أو خذ نصف طول القطعة مباشرة.
الحل:
١. نقطة المنتصف:

$$M = \left(\frac{7+3}{2}, \frac{1+1}{2}\right) = (5,1)$$

٢. بقانون المسافة:

$$MA = \sqrt{(7-5)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{4} = 2$$

س492 الانسحاب وصور النقاط

السؤال: إذا كانت إحداثيات رؤوس المثلث ABC هي $A(3,4)$ و $B(0,2)$ و $C(4,-1)$، وتم عمل انسحاب فأصبحت صورة النقطة A هي $A'(1,1)$، فإن إحداثيات B' و C'
الخيارات:
أ) $(-3,3)$ و $(2,-4)$
ب) $(0,-1)$ و $(-2,-1)$
ج) $(-2,-1)$ و $(2,-4)$
د) $(2,-4)$ و $(-2,1)$
الإجابة: (ج) $(-2,-1)$ و $(2,-4)$
التلميح: استخرج قاعدة الانسحاب من مقارنة A بـ A'، ثم طبّقها على بقية الرؤوس.
الحل:
١. نستخرج قاعدة الانسحاب:

$$(x,y) \to (x-2,\ y-3)$$

٢. بتطبيقها على B:

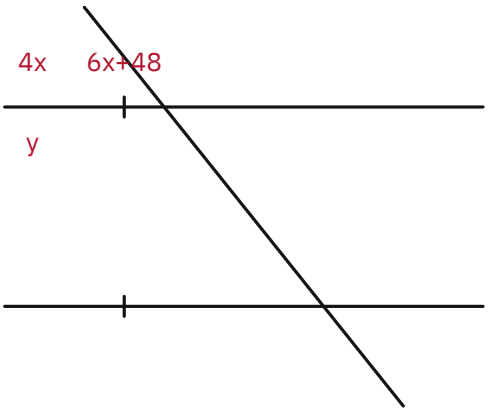
$$B'(0-2,\ 2-3) = (-2,-1)$$

٣. وعلى C:

$$C'(4-2,\ -1-3) = (2,-4)$$

س493 الزوايا المتناظرة والمتجاورة

السؤال: في الشكل التالي ما قيمة $x + y$ (الزاويتان $6x + 48$ و $4x$ متناظرتان، و y مجاورة لـ $4x$)؟



الخيارات:

أ) 24
ب) 96
ج) 108
د) 180

الإجابة: (ج) 108

التلميح: المتناظرتان متطابقتان فساوِ بينهما، ثم استخدم التجاور لإيجاد y

الحل:

١. من تطابق المتناظرتين:

$$6x + 48 = 4x \;\Rightarrow\; 2x = -48$$

وبأخذ القيمة المطلقة للفرق كما في حلّ الملزمة:

$$2x = 48 \;\Rightarrow\; x = 24$$

٢. بالتعويض:

$$4x = 96$$

٣. ومن التجاور:

$$y + 96 = 180 \;\Rightarrow\; y = 84$$

٤. إذن:

$$x + y = 24 + 84 = 108$$

س494 الزاوية بين المستقيم ومحور السينات — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: الزاوية التي يصنعها المستقيم $\sqrt{3}y - x + 5 = 0$ مع محور x

الخيارات:

أ) $30°$
ب) $45°$
ج) $60°$
د) $90°$

الإجابة: (أ) $30°$

التلميح: ميل المستقيم يساوي ظل الزاوية التي يصنعها مع المحور السيني.

الحل:

١. نعزل y:

$$\sqrt{3}y = x - 5 \;\Rightarrow\; y = \frac{1}{\sqrt{3}}x - \frac{5}{\sqrt{3}}$$

٢. إذن:

$$\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

٣. وبالتالي:

$$\theta = 30^\circ$$

س495 **معادلة القطع المكافئ من الرأس ونقطة** – خاص بالمستوى الثاني (1444)

السؤال: المعادلة التي تمثل قطعاً مكافئاً رأسه $(2,2)$ ويمر بالنقطة $(0,6)$ هي

الخيارات:

أ) $y = x^2 + 4x - 6$

ب) $y = x^2 - 4x + 6$

ج) $y = -x^2 - 4x + 6$

د) $y = -x^2 + 4x - 6$

الإجابة: (ب) $y = x^2 - 4x + 6$

التلميح: اكتب الصورة القياسية $(x-h)^2 = 4c(y-k)$ ثم عوّض بالنقطة لإيجاد c، أو جرّب الخيارات بالتعويض.

الحل:

١. الصورة القياسية للقطع الذي رأسه $(2,2)$:

$$(x-2)^2 = 4c(y-2)$$

٢. نعوّض بالنقطة $(0,6)$:

$$4 = 16c \;\Rightarrow\; c = \frac{1}{4}$$

٣. بالتعويض والفك:

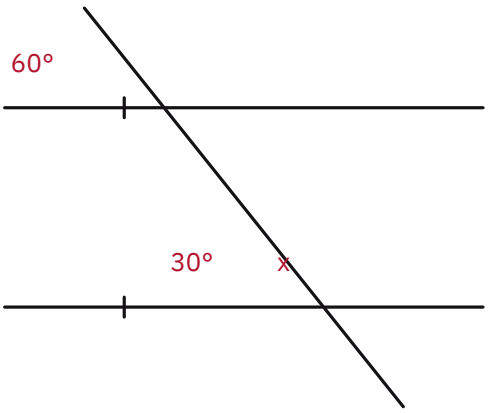
$$x^2 - 4x + 4 = y - 2$$

٤. إذن:

$$y = x^2 - 4x + 6$$

س496 **الزوايا بين المتوازيات** (1444)

السؤال: في الشكل المجاور إذا كان $A \parallel B$، أوجد قيمة x (الزوايا المعطاة 60° و 30°)



الخيارات:
أ) $60°$
ب) $90°$
ج) $120°$
د) $150°$

الإجابة: (د) $150°$

التلميح: انقل الزاوية $30°$ إلى موضع مجاور لـ x بالتناظر، ثم استخدم أن مجموعهما $180°$

الحل:

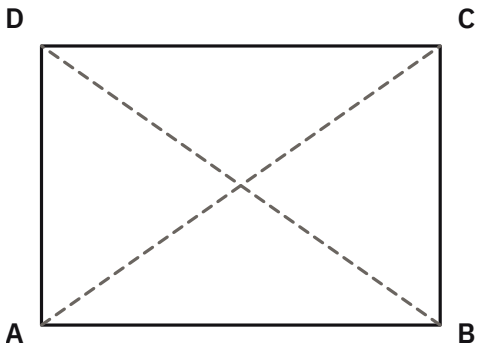
١. بالتناظر تصبح الزاوية المجاورة لـ x تساوي $30°$

٢. والزاويتان المتجاورتان مجموعهما $180°$:

$$x = 180 - 30 = 150°$$

س497 قطرا المستطيل

السؤال: الشكل المجاور عبارة عن مستطيل، أوجد قيمة x إذا كانت الزاويتان $(-2x - 1)$ و $(5x + 1)$



الخيارات:
أ) $30°$
ب) $45°$
ج) $60°$
د) $90°$

الإجابة: (أ) $30°$

التلميح: جميع زوايا المستطيل قوائم، فالزاويتان الجزئيتان مجموعهما $90°$
الحل:
١. مجموع الزاويتين الجزئيتين عند الرأس يساوي $90°$:

$$-2x - 1 + 5x + 1 = 90$$

٢. بالتبسيط:

$$3x = 90$$

٣. إذن:

$$x = 30$$

س498 متوازي الأضلاع في المستوى الإحداثي

السؤال: $ABCD$ متوازي أضلاع مرسوم في المستوى الإحداثي، حيث $D(0,7)$ و $A(8,7)$ و $B(5,0)$، أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين C و D
الخيارات:
أ) $y = \frac{7}{3}x + 7$
ب) $y = \frac{3}{7}x + 7$
ج) $y = \frac{-7}{3}x + 7$
د) $y = \frac{-3}{7}x + 7$
الإجابة: أ) $y = \frac{7}{3}x + 7$
التلميح: في متوازي الأضلاع الضلعان المتقابلان متوازيان، فميل CD يساوي ميل AB، والمقطع الصادي من النقطة D
الحل:
١. ميل AB:

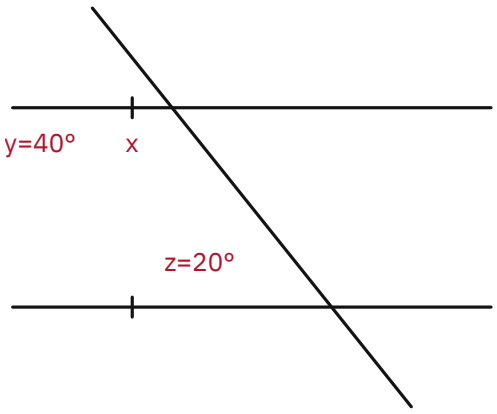
$$m_{AB} = \frac{7 - 0}{8 - 5} = \frac{7}{3}$$

٢. وميل CD يساويه لتوازيهما
٣. والنقطة $D(0,7)$ تعطي المقطع الصادي $= 7$
٤. إذن:

$$y = \frac{7}{3}x + 7$$

س499 الزوايا بين المتوازيات ومجموع زوايا المثلث

السؤال: إذا كان $l \parallel m$، و $m\angle y = 40°$ و $m\angle z = 20°$، أوجد قيمة x حيث الزاوية الثالثة تساوي $2(x + 1)$



الخيارات:
أ) 30
ب) 46
ج) 59
د) 118
الإجابة: (ج) 59
التلميح: انقل y إلى داخل المثلث بالتناظر، ثم استخدم مجموع زوايا المثلث.
الحل:
١. الزاوية الثالثة في المثلث تطابق y بالتناظر:

$$40^\circ$$

٢. من مجموع زوايا المثلث:

$$2(x+1) = 180 - (20+40) = 120$$

٣. إذن:

$$2x + 2 = 120 \;\Rightarrow\; 2x = 118 \;\Rightarrow\; x = 59$$

س500 استقامية النقاط بالميل
السؤال: إذا كانت النقاط $(0,-3)$ و $(5,0)$ و $(k,3)$ على استقامة واحدة، فإن قيمة k تساوي
الخيارات:
أ) 5
ب) 8
ج) 10
د) 15
الإجابة: (ج) 10
التلميح: النقاط على استقامة واحدة تعني تساوي الميل بين كل زوجين منها.
الحل:
١. نساوي الميلين:

$$\frac{0-3}{5-k} = \frac{-3-0}{0-5}$$

٢. بالتبسيط:

$$\frac{-3}{5-k} = \frac{3}{5}$$

٣. بالضرب التبادلي:

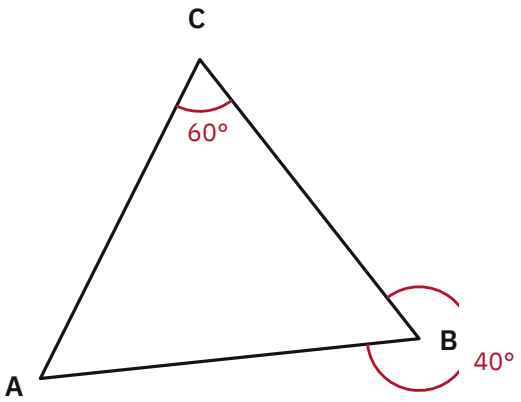
$$-15 = 15 - 3k \;\Rightarrow\; -3k = -30$$

٤. إذن:

$$k = 10$$

س501 تشابه المثلثات والزوايا (1444)

السؤال: إذا كان المثلثان متشابهين، أوجد قيمة x (زاويتا القاعدة في المثلث الصغير $40°$ و $60°$)



الخيارات:
أ) $50°$
ب) $70°$
ج) $80°$
د) $100°$

الإجابة: (ج) $80°$

التلميح: أوجد زاوية الرأس من مجموع زوايا المثلث، ثم انقلها إلى x بالتقابل بالرأس.

الحل:

١. زاوية الرأس في المثلث الصغير:

$$180 - (40 + 60) = 80°$$

٢. والزاوية x متقابلة بالرأس معها:

$$x = 80°$$

س502 ثلاثيات فيثاغورس والإحداثيات

السؤال: النقطة a تقع على محور x وتبعد 5 وحدات عن النقطة $(0, -4)$، كم وحدة تبعد النقطة a عن نقطة الأصل؟

الخيارات:
أ) 6
ب) 5
ج) 4
د) 3

الإجابة: (د) 3

التلميح: يتكوّن مثلث قائم وتره 5 وأحد ضلعيه 4، فما الضلع الثالث؟

الحل:

١. المثلث قائم الزاوية، وتره 5 وأحد ضلعي القائمة 4

٢. من ثلاثية فيثاغورس $(3, 4, 5)$:

$$\sqrt{25 - 16} = 3$$

٣. إذن تبعد النقطة a عن نقطة الأصل 3 وحدات

س503 ميل المستقيم

السؤال: ميل المستقيم الذي معادلته $2y = 3x + 7$ يساوي

الخيارات:

أ) $\frac{2}{3}$

ب) $-\frac{2}{3}$

ج) $\frac{3}{2}$

د) $-\frac{3}{2}$

الإجابة: (ج) $\frac{3}{2}$

التلميح: اقسم الطرفين على 2 لتصل إلى صيغة $y = mx + b$ مباشرة.

الحل:

١. بالقسمة على 2:

$$y = \frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$$

٢. إذن:

$$m = \frac{3}{2}$$

س504 تعامد المستقيمات

السؤال: أوجد قيمة a التي تجعل المستقيمين $y = \frac{1}{2}x - 5$ و $ay = 4x - 7$ متعامدين

الخيارات:

أ) 2

ب) -2

ج) -4

د) 8

الإجابة: (ب) -2

التلميح: حاصل ضرب ميلي المستقيمين المتعامدين يساوي -1؛ استخرج ميل الثاني بقسمة المعادلة على a

الحل:

١. ميل الأول $\frac{1}{2}$ وميل الثاني $\frac{4}{a}$

٢. بشرط التعامد:

$$\frac{4}{a} \times \frac{1}{2} = -1 \;\Rightarrow\; \frac{2}{a} = -1$$

٣. إذن:

$$a = -2$$

س505 عدد المجموعات الجزئية

السؤال: كم عدد المجموعات الجزئية للمجموعة $A = \{\{1\}, \{2,3\}, \{4,5\}\}$؟

الخيارات:

أ) 6

ب) 8

ج) 24

د) 32

الإجابة: (ب) 8

التلميح: عدّ عناصر المجموعة أولاً: كل مجموعة داخلية تُعدّ عنصراً واحداً، لا عدة عناصر.

الحل:

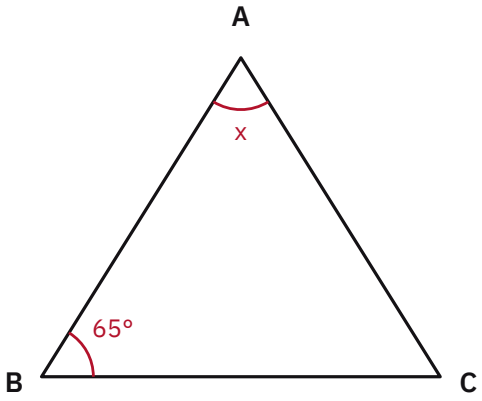
١. عدد عناصر A هو 3 (كل مجموعة داخلية عنصر واحد)

٢. عدد المجموعات الجزئية:

$$2^n = 2^3 = 8$$

س506 المثلث متطابق الضلعين

السؤال: الشكل المجاور مثلث متطابق الضلعين، ما قياس الزاوية x إذا كانت إحدى زاويتي القاعدة $65°$؟



الخيارات:

أ) $25°$

ب) $50°$

ج) $65°$

د) $115°$

الإجابة: (ب) $50°$

التلميح: زاويتا القاعدة متطابقتان، ومجموع زوايا المثلث $180°$

الحل:

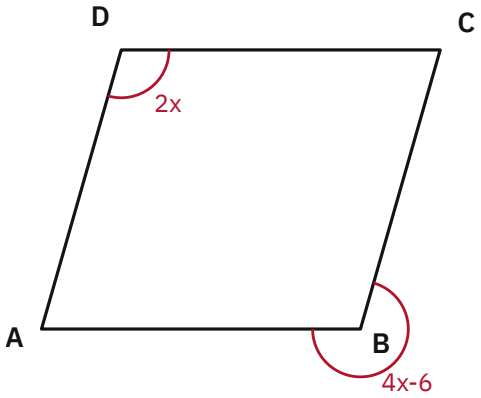
١. زاويتا القاعدة متطابقتان، كلٌّ منهما $65°$

٢. من مجموع زوايا المثلث:

$$x = 180 - (65 + 65) = 50°$$

س507 زوايا متوازي الأضلاع

السؤال: في متوازي الأضلاع المجاور، ما قيمة x إذا كانت الزاويتان $(4x - 6)°$ و $(2x)°$ متجاورتين؟



الخيارات:
أ) 24
ب) 29
ج) 31
د) 180

الإجابة: (ج) 31

التلميح: الزاويتان المتجاورتان في متوازي الأضلاع متكاملتان (مجموعهما $180°$).

الحل:

٠١ من التكامل:

$$4x - 6 + 2x = 180$$

٠٢ بالتبسيط:

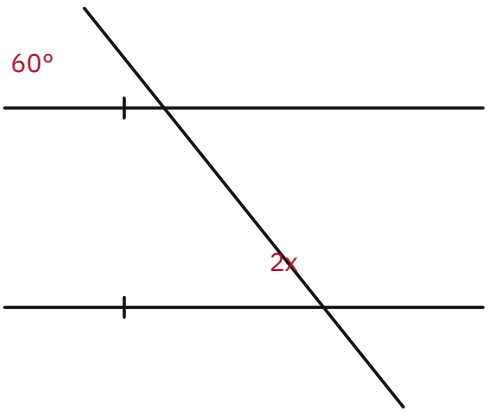
$$6x = 186$$

٠٣ إذن:

$$x = 31$$

س508 الزوايا بين المتوازيين

السؤال: في الشكل المجاور مستقيمان متوازيان يقطعهما قاطع، ما قيمة x إذا كانت الزاوية المعطاة $60°$ والزاوية الأخرى $2x$؟



الخيارات:
أ) 30

ب) 60
ج) 80
د) 120

الإجابة: (ب) 60

التلميح: انقل الزاوية $60°$ بالتناظر لتصبح مجاورة لـ $2x$، ثم استخدم التكامل.

الحل:

١. الزاوية المجاورة لـ $2x$ قياسها $60°$ بالتناظر

٢. والزاويتان المتجاورتان مجموعهما $180°$:

$$2x + 60 = 180 \;\Rightarrow\; 2x = 120$$

٣. إذن:

$$x = 60$$

س509 ميل المستقيم بمتغيرات

السؤال: ميل المستقيم المار بالنقطتين (a, b) و (b, a)، حيث $a \neq b$

الخيارات:

أ) 0
ب) 1
ج) -1
د) -2

الإجابة: (ج) -1

التلميح: البسط والمقام متعاكسان في الإشارة، فأخرج -1 عاملاً مشتركاً.

الحل:

١. بقانون الميل:

$$m = \frac{a - b}{b - a}$$

٢. نخرج -1 من البسط:

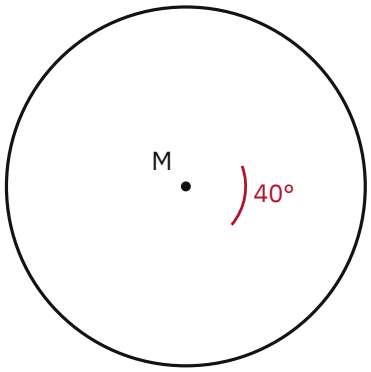
$$= \frac{-(b - a)}{b - a}$$

٣. إذن:

$$m = -1$$

س510 المماسان من نقطة خارج الدائرة – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان AB و AC مماسين للدائرة، أوجد قيمة x إذا كانت الزاوية عند A تساوي $40°$



الخيارات:
أ) 40
ب) 120
ج) 140
د) 160
الإجابة: (ج) 140
التلميح: المماس عمودي على نصف القطر عند نقطة التماس، فينتج شكل رباعي بزاويتين قائمتين.
الحل:
١. المماس عمودي على نصف القطر:

$$m\angle B = 90^\circ, \qquad m\angle C = 90^\circ$$

٢. الشكل $ABXC$ رباعي مجموع زواياه 360°:

$$m\angle x = 360 - (90 + 90 + 40)$$

٣. إذن:

$$= 140^\circ$$

س511 الأنظمة ذات الحلول اللانهائية

السؤال: ما قيمة a التي تجعل لنظام المعادلتين $ax + 8y = 8$ و $2x + ay = 4$ عدداً لا نهائياً من الحلول؟
الخيارات:
أ) 4
ب) -4
ج) $\{-4, 4\}$
د) ليس لها حل
الإجابة: (أ) 4
التلميح: الحلول اللانهائية تتطلب تطابق الميلين والمقطعين معاً، فلا يكفي تساوي الميلين.
الحل:
١. بتساوي الميلين:

$$\frac{-a}{8} = \frac{-2}{a} \;\Rightarrow\; a^2 = 16 \;\Rightarrow\; a = \pm 4$$

٢. نستبعد $a = -4$ لأن المقطع الصادي لا يتطابق عند التعويض بها
٣. إذن:

$$a = 4$$

س512 المسافة بين نقطة ومستقيم (1446)

السؤال: ما المسافة بين النقطة $(2,0)$ والمستقيم $y=-x$؟

الخيارات:

أ) 2

ب) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

ج) $\sqrt{2}$

د) -2

الإجابة: (ج) $\sqrt{2}$

التلميح: اكتب المستقيم بالصورة العامة $x+y=0$ ثم طبّق $d=\dfrac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

الحل:

١. نكتب المستقيم بالصورة العامة:

$$x+y=0$$

٢. نطبق الصيغة:

$$d=\frac{|1\times 2+1\times 0|}{\sqrt{1+1}}=\frac{2}{\sqrt{2}}$$

٣. بإنطاق المقام:

$$=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$$

س513 خطا تقارب القطع الزائد – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: إذا كانت $y^2-49x^2-49=0$، أوجد معادلة خطي التقارب

الخيارات:

أ) $y=\pm 7x$

ب) $y=\pm\dfrac{1}{7}x$

ج) $x=\pm 7y$

د) $x=\pm\dfrac{1}{7}y$

الإجابة: (أ) $y=\pm 7x$

التلميح: حوّل المعادلة للصورة القياسية، وفي القطع الزائد الرأسي يكون خطا التقارب $y=\pm\dfrac{a}{b}x$

الحل:

١. نحوّل للصورة القياسية:

$$\frac{y^2}{49}-\frac{x^2}{1}=1$$

٢. إذن:

$$a=7,\qquad b=1$$

٣. معادلة خطي التقارب للقطع الزائد الرأسي:

$$y=\pm\frac{a}{b}x=\pm 7x$$

س514 **الزاوية بين متجهين** — خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: قياس الزاوية بين المتجهين $\langle -9, 0 \rangle$ و $\langle -1, -1 \rangle$

الخيارات:

أ) 0

ب) $45°$

ج) $90°$

د) $135°$

الإجابة: (ب) $45°$

التلميح: استخدم $\cos\theta = \dfrac{u \cdot v}{\|u\|\|v\|}$، وتذكّر أن $\cos 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

الحل:

١. الضرب الداخلي:

$$(-9)(-1) + (0)(-1) = 9$$

٢. ضرب المقياسين:

$$\sqrt{81} \times \sqrt{2} = 9\sqrt{2}$$

٣. إذن:

$$\cos\theta = \frac{9}{9\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

٤. وبالتالي:

$$\theta = 45°$$

س515 **مدى الدوال المثلثية** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مدى الدالة $f(x) = 2\cos(3x + 2)$

الخيارات:

أ) $[-2, 2]$

ب) $[-6, 6]$

ج) R

د) $[-1, 1]$

الإجابة: (أ) $[-2, 2]$

التلميح: المعامل الخارجي وحده هو الذي يحدّد المدى، ما داخل القوس لا يؤثر على المدى.

الحل:

١. نعلم أن:

$$-1 \le \cos(3x + 2) \le 1$$

٢. بالضرب في 2:

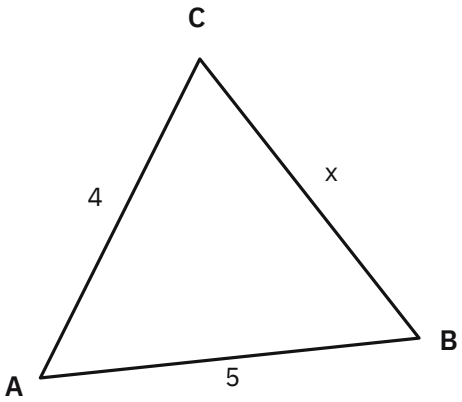
$$-2 \le 2\cos(3x + 2) \le 2$$

٣. إذن المدى:

$$[-2, 2]$$

س516 **تشابه المثلثات** (1446)

السؤال: أوجد قيمة x في الشكل المجاور (مثلثان متشابهان بالتوازي، أضلاعهما 5 و x و 4 و 6)



الخيارات:
أ) 2
ب) 2.5
ج) 3
د) 3.5

الإجابة: (ج) 3

التلميح: توازي المستقيمين يجعل المثلثين متشابهين، فكوّن تناسباً بين الأضلاع المتناظرة الكاملة.

الحل:

١. من التشابه:

$$\frac{x}{5} = \frac{6}{10}$$

٢. بالضرب التبادلي:

$$x = \frac{6 \times 5}{10} = 3$$

س517 **المتطابقات المثلثية** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: بسّط المقدار $\dfrac{2\sin^2\theta - 1}{\sin\theta - \cos\theta}$

الخيارات:
أ) $1 + \tan\theta$
ب) $\sec\theta - 1$
ج) $\sin\theta + \cos\theta$
د) $\sin\theta - \cos\theta$

الإجابة: (ج) $\sin\theta + \cos\theta$

التلميح: استبدل 1 بـ $\sin^2\theta + \cos^2\theta$ ليظهر فرق بين مربعين في البسط.

الحل:

١. نستبدل 1 بالمتطابقة:

$$\frac{2\sin^2\theta - (\sin^2\theta + \cos^2\theta)}{\sin\theta - \cos\theta}$$

٢. بالتبسيط:

$$= \frac{\sin^2\theta - \cos^2\theta}{\sin\theta - \cos\theta}$$

٣. البسط فرق بين مربعين:

$$= \frac{(\sin\theta - \cos\theta)(\sin\theta + \cos\theta)}{\sin\theta - \cos\theta}$$

٤. بالاختصار:

$$= \sin\theta + \cos\theta$$

س518 معادلة المستقيم المار بمركز دائرة

السؤال: أوجد معادلة المستقيم الذي ميله 2 ويمر بمركز الدائرة $(x-2)^2+(y+1)^2=4$

الخيارات:

أ) $y = 2x + 5$

ب) $y = 2x - 5$

ج) $y = 2x - 4$

د) $y = 2x + 4$

الإجابة: (ب) $y = 2x - 5$

التلميح: المركز في الصورة القياسية هو (h,k) بعكس الإشارات الظاهرة داخل القوسين.

الحل:

١. مركز الدائرة:

$$(2, -1)$$

٢. بصيغة النقطة والميل:

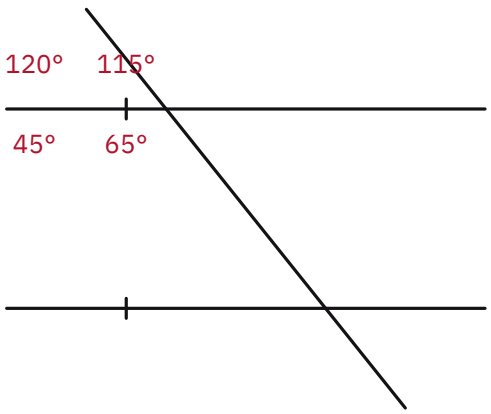
$$y + 1 = 2(x - 2)$$

٣. إذن:

$$y = 2x - 5$$

س519 إثبات توازي المستقيمات بالزوايا

السؤال: من خلال الشكل المقابل أي من الآتي صحيحة؟ (الزوايا 120° و 115° و 45° و 65°)



الخيارات:

أ) $A \parallel B$

ب) $B \parallel C$

ج) $E \parallel C$

د) $E \parallel D$

الإجابة: (د) $E \parallel D$

التلميح: ابحث عن زاويتين متناظرتين متطابقتين؛ قد تحتاج إلى حساب متممة إحدى الزوايا أولاً.

الحل:

١. الزاوية المجاورة للزاوية $65°$:

$$180 - 65 = 115°$$

٢. فتوجد زاويتان متناظرتان متطابقتان قياسهما $115°$
٣. إذن المستقيمان E و D متوازيان

س520 رأس القطع المكافئ – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: رأس القطع المكافئ الذي معادلته $y = 2(x-1)^2 - 1$ هو
الخيارات:
أ) $(1, 1)$
ب) $(-1, -1)$
ج) $(-1, 1)$
د) $(1, -1)$
الإجابة: (د) $(1, -1)$
التلميح: رتّب المعادلة على صورة $y - k = a(x-h)^2$ فيكون الرأس (h, k)
الحل:
١. نرتّب المعادلة:

$$y + 1 = 2(x-1)^2$$

٢. إذن:

$$h = 1, \qquad k = -1$$

٣. والرأس:

$$(1, -1)$$

س521 معادلة المستقيم الموازي

السؤال: المستقيم الذي يوازي المستقيم $2y - 4x = 5$ ويمر بالنقطة $(1, 5)$ هو
الخيارات:
أ) $y = 2x + 3$
ب) $y = 2x - 3$
ج) $y = -\frac{1}{2}x - 3$
د) $y = -\frac{1}{2}x + 3$
الإجابة: (أ) $y = 2x + 3$
التلميح: الميل $= \frac{-\text{معامل } x}{\text{معامل } y}$، والمتوازيان لهما الميل نفسه.
الحل:
١. ميل المستقيم المعطى:

$$m = \frac{-(-4)}{2} = 2$$

٢. بصيغة النقطة والميل:

$$y - 5 = 2(x-1)$$

٣. إذن:

$$y = 2x + 3$$

س522 تمييز القطوع المخروطية المتحلّلة — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: المعادلة $4x^2 - y^2 + 2y = 1$ تمثل

الخيارات:

أ) قطع مكافئ

ب) قطع ناقص

ج) قطع زائد

د) مستقيمين متقاطعين

الإجابة: (د) مستقيمين متقاطعين

التلميح: أكمل المربع في حدود y؛ إذا صار الطرف الأيمن صفراً فالقطع متحلّل إلى مستقيمين.

الحل:

١. نجمّع حدود y ونكمل المربع:

$$4x^2 - (y^2 - 2y + 1) = 0$$

٢. بالتبسيط:

$$4x^2 = (y-1)^2$$

٣. بأخذ الجذر:

$$y - 1 = \pm 2x \;\Rightarrow\; y = \pm 2x + 1$$

٤. وهما معادلتا مستقيمين متقاطعين

س523 الزاوية بين متجهين في الفضاء — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: قياس الزاوية بين المتجهين $\langle 2, -1, 1\rangle$ و $\langle -1, 1, 0\rangle$

الخيارات:

أ) $\dfrac{5\pi}{6}$

ب) $\dfrac{3\pi}{2}$

ج) $\dfrac{\pi}{6}$

د) π

الإجابة: (أ) $\dfrac{5\pi}{6}$

التلميح: الضرب الداخلي سالب، فالزاوية منفرجة؛ و $\cos\theta = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ تقابل 150°

الحل:

١. الضرب الداخلي:

$$(2)(-1) + (-1)(1) + (1)(0) = -3$$

٢. ضرب المقياسين:

$$\sqrt{6} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

٣. إذن:

$$\cos\theta = \frac{-3}{2\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

٤. وبالتالي:

$$\theta = \frac{5\pi}{6}$$

س524 المتطابقات المثلثية وإشارات الأرباع – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: إذا كانت $\sin\theta = -\frac{3}{5}$ حيث $0 \le \theta \le 270^\circ$، ما قيمة $\sec\theta$؟

الخيارات:

أ) $\frac{4}{5}$

ب) $-\frac{5}{4}$

ج) $\frac{5}{4}$

د) $-\frac{4}{5}$

الإجابة: (ب) $-\frac{5}{4}$

التلميح: الجيب سالب والمدى المعطى يحصر الزاوية في الربع الثالث، فيكون الجيب تمام سالباً أيضاً.

الحل:

١. من متطابقة فيثاغورس:

$$\cos^2\theta = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \;\Rightarrow\; \cos\theta = \pm\frac{4}{5}$$

٢. وبما أن الزاوية في الربع الثالث فالجيب تمام سالب:

$$\cos\theta = -\frac{4}{5}$$

٣. إذن:

$$\sec\theta = -\frac{5}{4}$$

س525 إزاحة الدوال الأسية (1446)

السؤال: عند إزاحة الدالة $f(x) = a^x$ وحدة لليمين ووحدتين إلى أسفل تكون الدالة بعد الإزاحة

الخيارات:

أ) $a^{x-2} + 1$

ب) $a^{x+2} - 1$

ج) $a^{x-1} - 2$

د) $a^{x-1} + 2$

الإجابة: (ج) $a^{x-1} - 2$

التلميح: الإزاحة لليمين تطرح من x داخل الأس، والإزاحة لأسفل تطرح من الدالة كلها.

الحل:

١. الإزاحة لليمين وحدة: نطرح 1 من x

٢. الإزاحة لأسفل وحدتين: نطرح 2 من الدالة

٣. إذن:

$$f(x) = a^{x-1} - 2$$

س526 تركيب الانعكاسات (1446)

السؤال: انعكاس النقطة $(1, -4)$ حول محور y ثم انعكاس حول المستقيم $y = x$ هي

الخيارات:

أ) $(-1, -4)$

ب) $(-1, 4)$

ج) $(4, 1)$

د) $(-4, -1)$

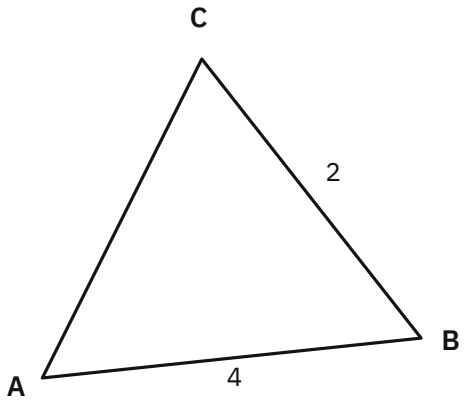
الإجابة: (د) $(-4,-1)$
التلميح: نفّذ الانعكاسين بالترتيب: الأول يغيّر إشارة x، والثاني يبدّل الإحداثيين.
الحل:
١. الانعكاس حول محور y:

$$(1,-4) \to (-1,-4)$$

٢. الانعكاس حول المستقيم $y=x$:

$$(-1,-4) \to (-4,-1)$$

س527 **تشابه المثلثات** (1446)
السؤال: إذا كان المثلثان ABC و DEF متشابهين، أوجد قيمة a (الأضلاع: 4 و 2 في الأول، و $2a-2$ و 5 في الثاني)



الخيارات:
أ) 6
ب) 8
ج) 10
د) 12
الإجابة: (أ) 6
التلميح: كوّن تناسباً بين الأضلاع المتناظرة ثم اضرب طرفين في وسطين.
الحل:
١. من التشابه:

$$\frac{2a-2}{4}=\frac{5}{2}$$

٢. بالضرب التبادلي:

$$4a-4=20 \;\Rightarrow\; 4a=24$$

٣. إذن:

$$a=6$$

س528 **تعامد المتجهات في الفضاء** – خاص بالمستوى الثاني (1446)
السؤال: إذا كان المتجهان $A=ai-2aj+bk$ و $B=bi+bj+bk$ متعامدين، و $b\neq 0$، ما العلاقة بين a و b؟
الخيارات:
أ) $a=b$
ب) $a=-b$

ج) $a = 2b$
د) $ab = -1$

الإجابة: أ) $a = b$

التلميح: الضرب الداخلي يساوي صفراً، وبما أن $b \neq 0$ يمكنك القسمة عليه.

الحل:

١. بشرط التعامد:

$$ab - 2ab + b^2 = 0$$

٢. بالتبسيط:

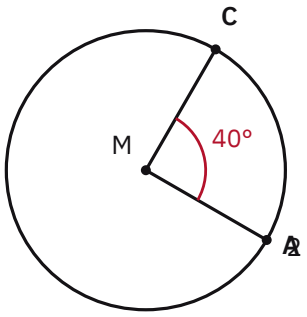
$$-ab + b^2 = 0 \;\Rightarrow\; b^2 = ab$$

٣. بالقسمة على b:

$$a = b$$

س529 طول القوس والزوايا المركزية – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: دائرة مركزها M وطول نصف قطرها 2 cm، إذا كان $m\angle ACM = 40°$، أوجد طول القوس AB



الخيارات:

أ) $\frac{6\pi}{9}$
ب) $\frac{8\pi}{9}$
ج) $\frac{10\pi}{9}$
د) $\frac{16\pi}{9}$

الإجابة: ج) $\frac{10\pi}{9}$

التلميح: استخدم تطابق أنصاف الأقطار لإيجاد الزاوية المركزية، ثم حوّلها إلى راديان قبل تطبيق $\hat{s} = r\theta$

الحل:

١. أنصاف أقطار الدائرة متطابقة، فزاويتا القاعدة متطابقتان:

$$m\angle AMB = 180 - (40 + 40) = 100°$$

٢. نحوّل إلى الراديان:

$$100 \times \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{9}$$

٣. بقانون طول القوس:

$$\hat{AB} = r\theta = 2 \times \frac{5\pi}{9} = \frac{10\pi}{9}$$

س530 تمييز نوع التحويل من الإحداثيات

السؤال: صورة النقطة $(1, 2) \to (-2, 1)$

الخيارات:

أ) دوران مع عقارب الساعة 90 درجة

ب) دوران ضد عقارب الساعة 90 درجة

ج) انعكاس حول محور x

د) انعكاس حول محور y

الإجابة: (ب) دوران ضد عقارب الساعة 90 درجة

التلميح: الإحداثيان تبادلا مواقعهما مع تغيّر إشارة أحدهما، وهذا يميّز الدوران لا الانعكاس.

الحل:

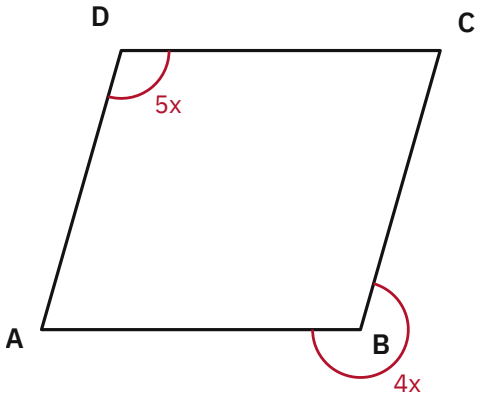
١. نلاحظ القاعدة:

$$(x, y) \to (-y, x)$$

٢. وهي قاعدة الدوران بزاوية $90°$ عكس اتجاه عقارب الساعة

س531 زوايا متوازي الأضلاع

السؤال: الشكل المقابل $ABCD$ متوازي أضلاع، أوجد قيمة x إذا كانت الزاويتان $4x$ و $5x$ متحالفتين



الخيارات:

أ) 10

ب) 18

ج) 20

د) 22

الإجابة: (ج) 20

التلميح: الزوايا المتحالفة في متوازي الأضلاع متكاملة.

الحل:

١. من التكامل:

$$4x + 5x = 180$$

٢. بالتبسيط:

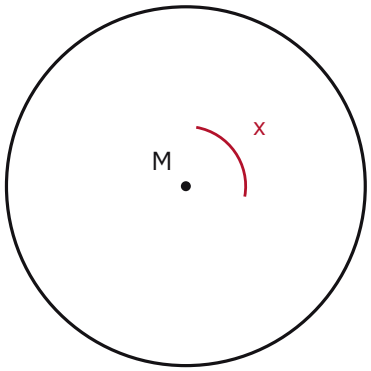
$$9x = 180$$

٣. إذن:

$$x = 20$$

س532 **الزوايا المركزية والمحيطية** — خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: الدائرة في الشكل المقابل مركزها M، أوجد قيمة $x°$ إذا كانت الزاويتان عند القاعدة $30°$ لكلٍّ منهما



الخيارات:

أ) $30°$

ب) $60°$

ج) $120°$

د) $240°$

الإجابة: ج) $120°$

التلميح: أوجد الزاوية المحيطية أولاً، والزاوية المركزية ضعف المحيطية المشتركة معها في القوس نفسه.

الحل:

١. برسم نصف قطر ينتج مثلثان متطابقان، فتكون الزاوية المحيطية:

$$30 + 30 = 60°$$

٢. والزاوية المركزية ضعف المحيطية المشتركة معها في القوس نفسه:

$$x = 2 \times 60 = 120°$$

س533 **المسافة بين نقطتين** (1446)

السؤال: أوجد المسافة بين النقطتين $(-3, 1)$ و $(1, 2)$

الخيارات:

أ) 1

ب) 17

ج) $\sqrt{17}$

د) $\dfrac{1}{\sqrt{17}}$

الإجابة: ج) $\sqrt{17}$

التلميح: لا تنسَ الجذر التربيعي في نهاية الحساب.

الحل:

٠١ بقانون المسافة:

$$\sqrt{(1-(-3))^2+(2-1)^2}=\sqrt{16+1}$$

٠٢ إذن:

$$=\sqrt{17}$$

س534 توازي المستقيمات (1446)

السؤال: أوجد قيمة a التي تحقق توازي المستقيمين $y-3x=2$ و $2y=ax+1$

الخيارات:

أ) 6
ب) 3
ج) -3
د) -6

الإجابة: (أ) 6

التلميح: المتوازيان لهما الميل نفسه، اقسم المعادلة الثانية على 2 لاستخراج ميلها.

الحل:

٠١ ميل الأول:

$$y=3x+2 \;\Rightarrow\; m_1=3$$

٠٢ ميل الثاني:

$$y=\frac{a}{2}x+\frac{1}{2} \;\Rightarrow\; m_2=\frac{a}{2}$$

٠٣ بمساواة الميلين:

$$\frac{a}{2}=3 \;\Rightarrow\; a=6$$

س535 قسمة قطعة مستقيمة بنسبة بين جزأين (1446)

السؤال: في الشكل المقابل، تقع النقطة b على خط الأعداد الممتد من -10 إلى 50، بحيث يكون طول الجزء من -10 إلى b يساوي $3a$، وطول الجزء من b إلى 50 يساوي $2a$. فما قيمة b؟



الخيارات:

أ) 24
ب) 25
ج) 26
د) 27

الإجابة: (ج) 26

التلميح: مجموع طولي الجزأين يساوي طول الخط الكلي من -10 إلى 50؛ أوجد a أولاً، ثم أضف طول الجزء الأول إلى -10

الحل:

١. مجموع طولي الجزأين يساوي طول الخط الكلي:

$$3a + 2a = 50 - (-10) = 60$$

٢. بالحل:

$$5a = 60 \;\Rightarrow\; a = 12$$

٣. قيمة b تساوي -10 مضافًا إليه طول الجزء الأول:

$$b = -10 + 3a = -10 + 36 = 26$$

س536 المسافة بين نقطتين والمعادلات التربيعية (1446)

السؤال: إذا كانت المسافة بين النقطتين $(x, 1)$ و $(-1, 0)$ تساوي $\frac{2}{\sqrt{2}}$، فإن إحدى قيم x الممكنة

الخيارات:

أ) 2

ب) 1

ج) 0

د) -1

الإجابة: (ج) 0

التلميح: ربّع الطرفين أولاً، لاحظ أن $\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 = 2$

الحل:

١. نطبق قانون المسافة ونربّع:

$$(x+1)^2 + 1 = \frac{4}{2} = 2$$

٢. بالتبسيط:

$$x^2 + 2x + 1 = 1 \;\Rightarrow\; x^2 + 2x = 0$$

٣. بالتحليل:

$$x(x+2) = 0 \;\Rightarrow\; x = 0 \text{ أو } x = -2$$

س537 متطابقات الزوايا المرتبطة – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: إذا كانت $\sin\theta = \frac{1}{4}$ حيث θ زاوية حادة، أوجد $\tan(90 + \theta)$

الخيارات:

أ) $\sqrt{15}$

ب) $-\sqrt{15}$

ج) $\frac{1}{\sqrt{15}}$

د) $-\frac{1}{\sqrt{15}}$

الإجابة: (ب) $-\sqrt{15}$

التلميح: $\tan(90 + \theta) = -\cot\theta$، وأوجد $\cot\theta$ من المثلث القائم بفيثاغورس.

الحل:

١. من المثلث القائم: المقابل 1 والوتر 4، فالمجاور:

$$\sqrt{16 - 1} = \sqrt{15}$$

٢. نطبق المتطابقة:

$$\tan(90 + \theta) = -\cot\theta = -\frac{\sqrt{15}}{1}$$

٣. إذن:

$$= -\sqrt{15}$$

س538 الدوران حول نقطة الأصل (1446)

السؤال: دوران النقطة $(1,2)$ بزاوية $270°$ عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل هي

الخيارات:

أ) $(1,2)$

ب) $(2,1)$

ج) $(-1,2)$

د) $(2,-1)$

الإجابة: (د) $(2,-1)$

التلميح: قاعدة الدوران $270°$ عكس عقارب الساعة هي $(x,y) \to (y,-x)$

الحل:

١. نطبق القاعدة:

$$(x,y) \to (y,-x)$$

٢. بالتعويض:

$$(1,2) \to (2,-1)$$

س539 تعامد المستقيمات (1446)

السؤال: إذا كان المستقيمان $y = 2x - 5$ و $y = (a+2)x - \frac{3}{5}$ متعامدين، أوجد قيمة a

الخيارات:

أ) $\frac{-3}{2}$

ب) $\frac{-3}{4}$

ج) $\frac{-5}{2}$

د) $\frac{-5}{4}$

الإجابة: (ج) $\frac{-5}{2}$

التلميح: حاصل ضرب الميلين يساوي -1؛ الميل الثاني هو القوس $(a+2)$ كاملاً.

الحل:

١. بشرط التعامد:

$$2(a+2) = -1$$

٢. بالتوزيع:

$$2a + 4 = -1 \;\Rightarrow\; 2a = -5$$

٣. إذن:

$$a = \frac{-5}{2}$$

س540 الضرب الاتجاهي للمتجهات — خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: إذا كانت $u = \langle 1,0,0 \rangle$ و $v = \langle 0,-1,0 \rangle$، أوجد $u \times v$

الخيارات:

أ) $\langle 0,0,0 \rangle$

ب) $\langle 0,-1,0\rangle$
ج) $\langle 0,0,-1\rangle$
د) $\langle 1,0,0\rangle$
الإجابة: (ج) $\langle 0,0,-1\rangle$
التلميح: ناتج الضرب الاتجاهي متجه (لا عدد)، ويُحسب بمحدد ثلاثي بالرموز i,j,k
الحل:
١. نكوّن المحدد:

$$u\times v=\begin{vmatrix} i & j & k\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\end{vmatrix}$$

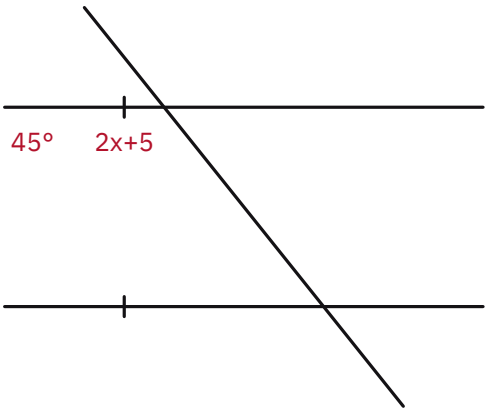
٢. بالفكّ:

$$=i(0)-j(0)+k(-1-0)$$

٣. إذن:

$$=\langle 0,0,-1\rangle$$

س541 **الزوايا المتكاملة** (1446، 1447)
السؤال: أوجد قيمة x في الشكل المجاور (الزاويتان $45°$ و $(2x+5)°$ متكاملتان)



الخيارات:
أ) 45
ب) 60
ج) 65
د) 80
الإجابة: (ج) 65
التلميح: الزاويتان على خط مستقيم فمجموعهما $180°$
الحل:
١. من التكامل:

$$2x+5+45=180$$

٢. بالتبسيط:

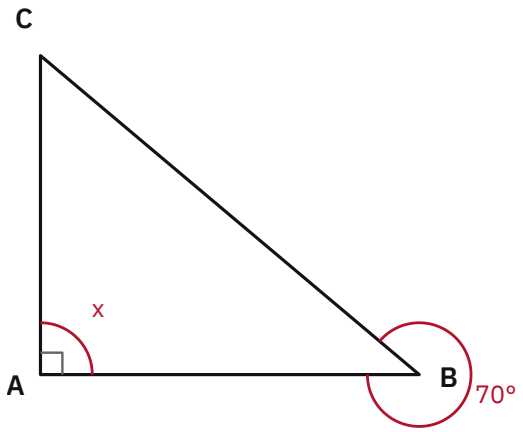
$$2x=130$$

٣. إذن:

$$x=65$$

س542 الزاوية الخارجية للمثلث

السؤال: في الشكل المقابل أوجد قيمة x (الزاوية الخارجية $130°$ وإحدى الداخليتين البعيدتين $70°$)



الخيارات:

أ) 70
ب) 65
ج) 60
د) 55

الإجابة: (ج) 60

التلميح: الزاوية الخارجية تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين البعيدتين، فاطرح المعلومة منها.

الحل:

١. نطبق نظرية الزاوية الخارجية:

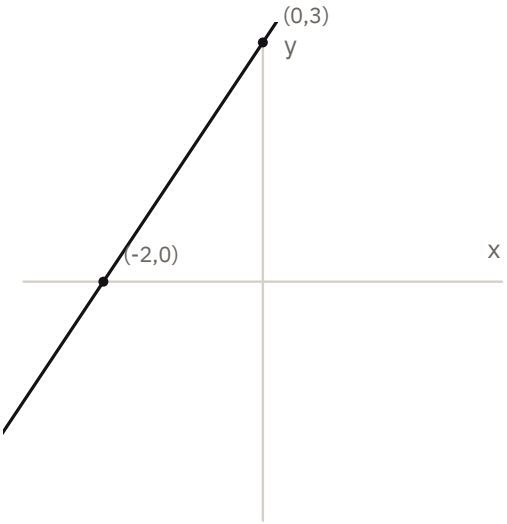
$$x + 70 = 130$$

٢. إذن:

$$x = 130 - 70 = 60$$

س543 ميل المستقيم من الرسم

السؤال: أوجد ميل المستقيم l في الشكل المجاور (يمر بالنقطتين $(-2, 0)$ و $(0, 3)$)



الخيارات:
أ) $\frac{3}{2}$
ب) $\frac{-3}{2}$
ج) 3
د) 2

الإجابة: أ) $\frac{3}{2}$

التلميح: استخرج نقطتي تقاطع المستقيم مع المحورين من الرسم ثم طبّق قانون الميل.

الحل:
١. المستقيم يمر بالنقطتين $(-2,0)$ و $(0,3)$
٢. بقانون الميل:

$$m=\frac{3-0}{0-(-2)}=\frac{3}{2}$$

س544 تركيب الانعكاسات

السؤال: انعكاس النقطة $(2,-3)$ حول محور y ثم حول محور x هي

الخيارات:
أ) $(2,-3)$
ب) $(-3,2)$
ج) $(3,-2)$
د) $(-2,3)$

الإجابة: د) $(-2,3)$

التلميح: كل انعكاس يغيّر إشارة إحداثي واحد فقط؛ نفّذهما بالترتيب.

الحل:
١. الانعكاس حول محور y:

$$(2,-3)\to(-2,-3)$$

٢. الانعكاس حول محور x:

$$(-2,-3)\to(-2,3)$$

س545 المسافة بين نقطتين بالجذور

السؤال: أوجد المسافة بين النقطتين $(3,-\sqrt{3})$ و $(\sqrt{3},3)$

الخيارات:
أ) $2\sqrt{6}$
ب) $3\sqrt{6}$
ج) 2
د) 3

الإجابة: أ) $2\sqrt{6}$

التلميح: فك المربعين بالكامل؛ سيختصر الحدّان اللذان يحتويان $\sqrt{3}$

الحل:
١. بقانون المسافة:

$$\sqrt{\left(\sqrt{3}-3\right)^2+\left(3+\sqrt{3}\right)^2}$$

٢. بفك المربعين:

$$=\sqrt{3-6\sqrt{3}+9+9+6\sqrt{3}+3}$$

٣. بالاختصار:

$$= \sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = 2\sqrt{6}$$

س546 تقاطع المستقيمات

السؤال: قيمة b التي تجعل المستقيمين $y_1 = ax_1 + b$ و $y_2 = bx_1 - a$ يتقاطعان في النقطة $(1, 2)$

الخيارات:

أ) 2

ب) -2

ج) 4

د) -4

الإجابة: (أ) 2

التلميح: التقاطع يعني تساوي المستقيمين عند $x = 1$، فساوِ بينهما لتجد a أولاً.

الحل:

١. بمساواة المستقيمين عند $x_1 = 1$:

$$a + b = b - a \;\Rightarrow\; 2a = 0 \;\Rightarrow\; a = 0$$

٢. بالتعويض في إحدى المعادلتين عند النقطة $(1, 2)$:

$$2 = 0 + b$$

٣. إذن:

$$b = 2$$

س547 توازي المستقيمات

السؤال: إذا كان المستقيمان $2y = ax + 1$ و $y - 3x = 2$ متوازيين، أوجد قيمة a

الخيارات:

أ) -2

ب) 2

ج) 6

د) -6

الإجابة: (ج) 6

التلميح: ساوِ الميلين بعد تحويل المعادلتين إلى صيغة الميل والمقطع.

الحل:

١. ميل الأول:

$$2y = ax + 1 \;\Rightarrow\; m_1 = \frac{a}{2}$$

٢. ميل الثاني:

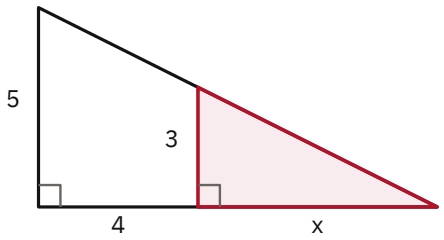
$$y = 3x + 2 \;\Rightarrow\; m_2 = 3$$

٣. بمساواة الميلين:

$$\frac{a}{2} = 3 \;\Rightarrow\; a = 6$$

س1040 تشابه المثلثات — ارتفاع موازٍ لضلع

السؤال: في الشكل أدناه ما قيمة x؟ (مثلث قائم الزاوية ضلعه الرأسي 5، وقاعدته الأفقية مقسومة بقطعة داخلية طولها 3 موازية للضلع الرأسي إلى قطعتين متتاليتين طولاهما 4 و x)



الخيارات:
أ) 4
ب) 6
ج) 8
د) 10

الإجابة: (ب) 6

التلميح: القطعة الموازية للضلع الرأسي تفصل مثلثاً صغيراً يشابه المثلث الكبير؛ استعمل تناسب الأضلاع المتناظرة بينهما.

الحل:

١. المثلث الكبير (الضلع الرأسي 5، القاعدة الكلية $4+x$) يشابه المثلث الصغير (الارتفاع 3، القاعدة x) بخاصية AA (الزاوية المشتركة وزاويتا التوازي القائمتان)

٢. بالتناسب بين الأضلاع المتناظرة:

$$\frac{5}{4+x}=\frac{3}{x}$$

٣. بالضرب التبادلي: $5x=3(4+x)=12+3x$

٤. $2x=12 \Rightarrow x=6$

س1041 مساحة المستطيل بنظرية فيثاغورس

السؤال: مستطيل قطره 5 cm وأحد أضلاعه 4 cm، أوجد مساحته

الخيارات:
أ) 6
ب) 12
ج) 20
د) 16

الإجابة: (ب) 12

التلميح: القطر مع الضلعين المتجاورين يشكّل مثلثاً قائم الزاوية؛ استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد الضلع المجهول أولاً.

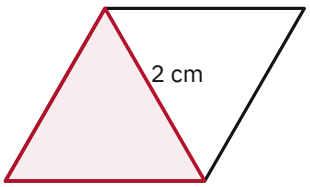
الحل:

١. بنظرية فيثاغورس: الضلع الآخر $=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3$ cm

٢. المساحة $=4\times 3=12$ cm^2

س1042 متوازي الأضلاع — قطر يكوّن مثلثاً متطابق الأضلاع

السؤال: في الشكل التالي متوازي أضلاع قطره 2 cm، وقسّم القطرُ الشكلَ إلى مثلثين أحدهما متطابق الأضلاع (زواياه الثلاث متساوية)، أوجد محيط متوازي الأضلاع



الخيارات:
أ) 8
ب) 16
ج) 24
د) 32

الإجابة: (أ) 8

التلميح: تساوي الزوايا الثلاث لأحد المثلثين يعني أنه متطابق الأضلاع، فطول كل ضلعٍ فيه يساوي طول القطر نفسه.

الحل:

١. بما أن زوايا أحد المثلثين الثلاث متساوية (كلٌّ منها $60°$)، فهو مثلث متطابق الأضلاع

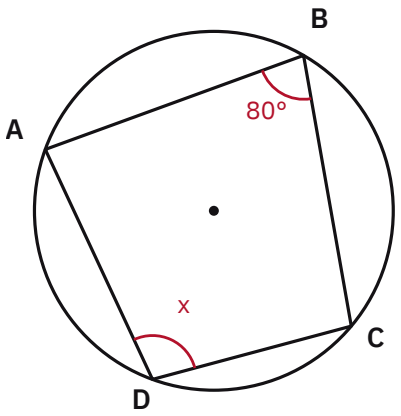
٢. إذن ضلعا متوازي الأضلاع المكوِّنان لهذا المثلث يساويان طول القطر: 2 cm لكل منهما

٣. وبما أن أضلاع متوازي الأضلاع المتقابلة متطابقة، فجميع أضلاعه الأربعة تساوي 2 cm (معيّن)

٤. المحيط $= 4 \times 2 = 8$ cm

س1043 **الشكل الرباعي الدائري** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: في الشكل أدناه رباعي رؤوسه الأربعة على دائرة، إحدى زواياه تقاس $85°$، وزاوية أخرى فيه غير مقابلة لها تقاس $80°$، فما قياس الزاوية x المقابلة للزاوية $80°$؟



الخيارات:
أ) 90
ب) 95
ج) 100

د) 105

الإجابة: (ج) 100

التلميح: في الشكل الرباعي المرسوم داخل دائرة، كل زاويتين متقابلتين متكاملتان (مجموعهما 180°).

الحل:

١. الزاوية x تقابل الزاوية 80° في الرباعي الدائري

٢. الزاويتان المتقابلتان في الرباعي الدائري متكاملتان: $x + 80^\circ = 180^\circ$

٣. إذن $x = 100^\circ$

س1044 القيم الخاصة لدالة جيب التمام — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: قيمة $\cos 120^\circ$ تساوي

الخيارات:

أ) -1

ب) 1

ج) 0.5

د) -0.5

الإجابة: (د) -0.5

التلميح: اكتب $120^\circ = 180^\circ - 60^\circ$، واستعمل متطابقة الزاوية المنفرجة $\cos(180^\circ - \theta) = -\cos\theta$

الحل:

١. $\cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ$

٢. $\cos 60^\circ = 0.5$

٣. إذن $\cos 120^\circ = -0.5$

س1045 النسب المثلثية من قيمة معطاة — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $\sec\theta = \dfrac{13}{12}$، فما قيمة $\sin\theta$؟

الخيارات:

أ) $\dfrac{5}{13}$

ب) $\dfrac{12}{13}$

ج) $\dfrac{5}{12}$

د) $\dfrac{13}{12}$

الإجابة: (أ) $\dfrac{5}{13}$

التلميح: القاطع معكوس جيب التمام؛ أوجد $\cos\theta$ أولاً، ثم استعمل متطابقة فيثاغورس.

الحل:

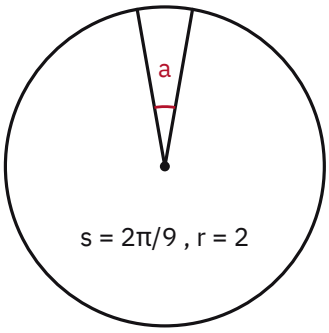
١. $\cos\theta = \dfrac{1}{\sec\theta} = \dfrac{12}{13}$

٢. بمتطابقة فيثاغورس: $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - \dfrac{144}{169} = \dfrac{25}{169}$

٣. $\sin\theta = \sqrt{\dfrac{25}{169}} = \dfrac{5}{13}$

س1046 طول القوس والزاوية المركزية — خاص بالمستوى الثاني (1444)

السؤال: في الشكل التالي، إذا كان طول القوس $\dfrac{2\pi}{9}$ ونصف قطر الدائرة 2، أوجد قياس الزاوية المركزية a بالدرجات



الخيارات:
أ) 20
ب) 40
ج) 90
د) 80

الإجابة: (أ) 20

التلميح: استعمل صيغة طول القوس $s = r\theta$ (بالراديان)، ثم حوّل الناتج إلى الدرجات.

الحل:

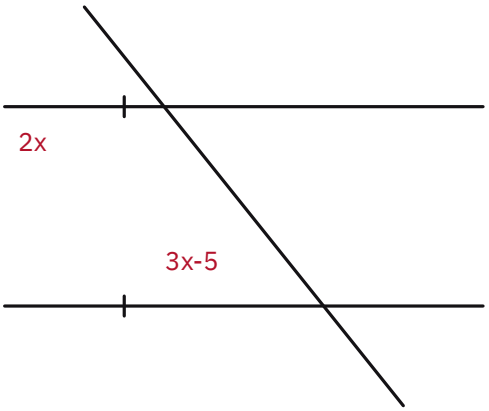
١. $s = r\theta \Rightarrow \frac{2\pi}{9} = 2\theta$

٢. $\theta = \frac{\pi}{9}$ راديان

٣. بالتحويل إلى الدرجات: $\frac{\pi}{9} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 20^\circ$

س1070 الزوايا بين المستقيمات المتوازية (1447)

السؤال: في الشكل الموضح أعلاه، إذا كان المستقيمان متوازيين، فأوجد قيمة x (الزاويتان $2x^\circ$ و $(3x-5)^\circ$ زاويتان داخليتان من جهة واحدة بين المستقيمين المتوازيين)



الخيارات:
أ) 40
ب) 37

ج) 36
د) 35

الإجابة: (ب) 37

التلميح: الزاويتان الداخليتان من جهة واحدة (بين المستقيمين المتوازيين وعلى نفس جهة القاطع) متكاملتان، مجموعهما 180°

الحل:

١. بما أن الزاويتين داخليتان من جهة واحدة فمجموعهما 180°:

$$2x + (3x - 5) = 180$$

٢. بالتبسيط:

$$5x - 5 = 180 \;\Rightarrow\; 5x = 185$$

٣. إذن:

$$x = 37$$

س1071 معادلة الدائرة (الصورة العامة) — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: معادلة دائرة معطاة بالشكل:

$$x^2 + y^2 - 6x + 8y = 56$$

ما هو نصف قطر هذه الدائرة؟

الخيارات:

أ) $\sqrt{56}$
ب) 8
ج) 9
د) 25

الإجابة: (ج) 9

التلميح: أكمل المربع لكل من x و y على حدة لتحويل المعادلة إلى الصورة القياسية $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

الحل:

١. نكمل المربع لـ x: $x^2 - 6x = (x-3)^2 - 9$

٢. نكمل المربع لـ y: $y^2 + 8y = (y+4)^2 - 16$

٣. نعوّض في المعادلة:

$$(x-3)^2 - 9 + (y+4)^2 - 16 = 56$$

٤. ننقل الثوابت:

$$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 56 + 9 + 16 = 81$$

٥. إذن نصف القطر:

$$r = \sqrt{81} = 9$$

س1072 المستقيم العمودي على مستقيم آخر (1447)

السؤال: إذا كانت معادلة مستقيم هي $y - 7x = 2$، فأي من النقاط التالية تقع على المستقيم العمودي عليه والذي يمر بالنقطة $(0, 2)$؟

الخيارات:

أ) $(1, 7)$
ب) $(7, 1)$
ج) $(0, 0)$
د) $(2, 0)$

الإجابة: (ب) $(7, 1)$

التلميح: أوجد ميل المستقيم المعطى، ثم اقلبه واعكس إشارته لتحصل على ميل المستقيم العمودي عليه، ثم كوّن معادلته.

الحل:

١. نكتب المعادلة المعطاة بصورة الميل والمقطع: $y = 7x + 2$، فميلها $m_1 = 7$
٢. ميل المستقيم العمودي:

$$m_2 = -\frac{1}{m_1} = -\frac{1}{7}$$

٣. معادلة المستقيم العمودي المار بـ $(0, 2)$:

$$y = 2 - \frac{1}{7}x$$

٤. نختبر النقطة $(7, 1)$:

$$y = 2 - \frac{1}{7}(7) = 2 - 1 = 1 \checkmark$$

س1073 تعامد المتجهات — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: أي من أزواج المتجهات التالية "ليس" متعامداً؟
الخيارات:
أ) $A = (1, 2, 3)$ و $B = (-2, 1, 0)$
ب) $A = (4, 0, -2)$ و $B = (1, 5, 2)$
ج) $A = (2, 1, -1)$ و $B = (3, 2, 1)$
د) $A = (0, 3, -3)$ و $B = (5, 1, 1)$
الإجابة: (ج) $A = (2, 1, -1)$ و $B = (3, 2, 1)$
التلميح: متجهان متعامدان إذا كان حاصل ضربهما القياسي (النقطي) يساوي صفراً.
الحل:
١. نحسب حاصل الضرب القياسي لكل زوج:
• أ) $1(-2) + 2(1) + 3(0) = -2 + 2 + 0 = 0$ (متعامد)
• ب) $4(1) + 0(5) + (-2)(2) = 4 + 0 - 4 = 0$ (متعامد)
• ج)

$$2(3) + 1(2) + (-1)(1) = 6 + 2 - 1 = 7 \neq 0$$

(غير متعامد)
• د) $0(5) + 3(1) + (-3)(1) = 0 + 3 - 3 = 0$ (متعامد)
٢. إذن الزوج غير المتعامد هو الفقرة (ج)

س1074 الدوران حول نقطة الأصل (1447)

السؤال: ما هي صورة النقطة $(2, 1)$ تحت تأثير دوران بزاوية $270°$ عكس عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟
الخيارات:
أ) $(1, -2)$
ب) $(-1, 2)$
ج) $(-2, 1)$
د) $(1, 2)$
الإجابة: (أ) $(1, -2)$
التلميح: قاعدة الدوران $270°$ عكس عقارب الساعة حول نقطة الأصل هي $(x, y) \to (y, -x)$
الحل:
١. نطبّق قاعدة الدوران $270°$ عكس عقارب الساعة:

$$(x, y) \to (y, -x)$$

٢. نعوّض النقطة $(2, 1)$:

$$(2, 1) \to (1, -2)$$

س1075 الدوال المثلثية القياسية — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: ما هي القيمة العددية للمقدار التالي: $\sec(\pi) - \csc\left(\frac{\pi}{2}\right)$؟

الخيارات:

أ) 0

ب) 2

ج) -2

د) 1

الإجابة: ج) -2

التلميح: $\sec(\pi) = \frac{1}{\cos(\pi)}$، و $\csc\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{\sin(\pi/2)}$

الحل:

١. $\sec(\pi) = \frac{1}{\cos(\pi)} = \frac{1}{-1} = -1$

٢. $\csc\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{\sin(\pi/2)} = \frac{1}{1} = 1$

٣. الفرق:

$$-1 - 1 = -2$$

س1076 الدوال المثلثية الفردية والزوجية — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: إذا كانت قيمة $\cot(a) = -2$، فما قيمة $\cot(-a)$؟

الخيارات:

أ) -2

ب) 2

ج) $\frac{1}{2}$

د) $-\frac{1}{2}$

الإجابة: ب) 2

التلميح: دالة cot دالة فردية، أي أن $\cot(-a) = -\cot(a)$

الحل:

١. بخاصية الدالة الفردية لـ cot:

$$\cot(-a) = -\cot(a)$$

٢. نعوّض:

$$\cot(-a) = -(-2) = 2$$

س1077 المسافة بين نقطة ومستقيم (1447)

السؤال: إذا كانت المسافة بين النقطة $(2, 8)$ والمستقيم الذي معادلته $x - 2y - k = 0$ تساوي $\sqrt{5}$، فما هي قيمة الثابت k؟

الخيارات:

أ) $k = 9$ أو $k = -19$

ب) $k = -9$ أو $k = -19$

ج) $k = 14$ أو $k = -14$

د) $k = 5$ أو $k = -5$

الإجابة: ب) $k = -9$ أو $k = -19$

التلميح: استعمل صيغة المسافة بين نقطة ومستقيم: $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$، وضع علامتي القيمة المطلقة لتحصل على حلّين.

الحل:

١. نطبّق صيغة المسافة مع $A=1,\ B=-2,\ C=-k$:

$$\sqrt{5}=\frac{|1(2)-2(8)-k|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{|-14-k|}{\sqrt{5}}$$

٢. نضرب الطرفين في $\sqrt{5}$:

$$|-14-k|=5$$

٣. نحل الحالتين:

$$-14-k=5\ \Rightarrow\ k=-19 \qquad \text{أو} \qquad -14-k=-5\ \Rightarrow\ k=-9$$

س1120 **الزاوية بين متجهين في الفضاء** – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: قياس الزاوية بين المتجهين $\vec{u}=\langle\sqrt{3},1,0\rangle$ و $\vec{v}=\langle0,4,0\rangle$ يساوي

الخيارات:

أ) $\frac{\pi}{6}$

ب) $\frac{\pi}{4}$

ج) $\frac{\pi}{2}$

د) $\frac{\pi}{3}$

الإجابة: (د) $\frac{\pi}{3}$

التلميح: استخدم $\cos\theta=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\,|\vec{v}|}$

الحل:

١. الضرب الداخلي:

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=(\sqrt{3})(0)+(1)(4)+(0)(0)=4$$

٢. طولا المتجهين:

$$|\vec{u}|=\sqrt{3+1+0}=2, \qquad |\vec{v}|=\sqrt{0+16+0}=4$$

٣. إذن:

$$\cos\theta=\frac{4}{2\times4}=\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ \theta=\frac{\pi}{3}$$

س1121 **تمييز معادلات القطوع المخروطية** – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: نوع القطع الذي تمثله المعادلة $4x^2-y^2+2y=-1$ هو

الخيارات:

أ) قطع ناقص

ب) قطع زائد

ج) قطع مكافئ

د) دائرة

الإجابة: (ب) قطع زائد

التلميح: أكمل المربع في حدود y، ثم انظر إلى إشارتي معاملي الحدّين التربيعيين والطرف الأيمن.

الحل:

١. نكمل المربع في حدود y:

$$4x^2-(y^2-2y+1)+1=-1$$

٢. بالتبسيط:

$$4x^2-(y-1)^2=-2$$

٣. بالقسمة على -2:

$$\frac{(y-1)^2}{2}-\frac{x^2}{\frac{1}{2}}=1$$

٤. الحدّان التربيعيان بإشارتين مختلفتين والطرف الأيمن لا يساوي صفراً، إذن المعادلة تمثل قطعاً زائداً (محوره القاطع رأسي ومركزه $(0,1)$)، بخلاف المعادلة $4x^2-y^2+2y=1$ التي تمثل مستقيمين متقاطعين.

س1122 المتطابقات المثلثية – خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: المقدار $(\csc x-\cot x)^2$ يساوي

الخيارات:

أ) $\dfrac{1-\cos x}{1+\cos x}$

ب) $\dfrac{1+\cos x}{1-\cos x}$

ج) $1-\cos^2 x$

د) $\dfrac{1-\cos x}{\sin x}$

الإجابة: (أ) $\dfrac{1-\cos x}{1+\cos x}$

التلميح: حوّل إلى جيب وجيب تمام، ثم اكتب $\sin^2 x$ في المقام كفرق بين مربعين.

الحل:

١.

$$(\csc x-\cot x)^2=\left(\frac{1-\cos x}{\sin x}\right)^2=\frac{(1-\cos x)^2}{\sin^2 x}$$

٢.

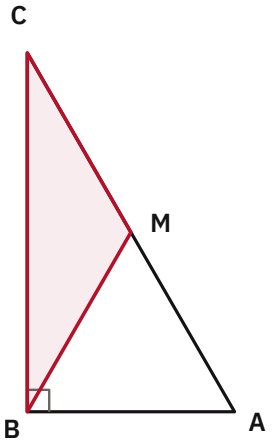
$$\sin^2 x=1-\cos^2 x=(1-\cos x)(1+\cos x)$$

٣. بالاختصار:

$$\frac{(1-\cos x)^2}{(1-\cos x)(1+\cos x)}=\frac{1-\cos x}{1+\cos x}$$

س1123 المثلث الثلاثيني الستيني ومنتصف الوتر (1447)

السؤال: في الشكل، مثلث ABC فيه $m\angle A=60^\circ$ و $m\angle B=90^\circ$، والنقطة M منتصف الوتر $\overline{AC}$، ورُسمت القطعة $\overline{BM}$. ما قياس الزاوية MBC؟



الخيارات:
أ) $35°$
ب) $30°$
ج) $25°$
د) $20°$

الإجابة: (ب) $30°$

التلميح: القطعة الواصلة من رأس الزاوية القائمة إلى منتصف الوتر تساوي نصف الوتر، ماذا يعني ذلك عن المثلث MBC؟

الحل:

١.

$$m\angle C = 180° - 90° - 60° = 30°$$

٢. في المثلث القائم: $BM = AM = MC = \frac{1}{2}AC$

٣. المثلث MBC متطابق الضلعين $(MB = MC)$، إذن:

$$m\angle MBC = m\angle C = 30°$$

س1124 الانعكاس حول المحاور (1447)

السؤال: تم انعكاس النقطة $(2, -9)$ حول محور y، ففي أي ربع تقع صورتها؟

الخيارات:
أ) الأول
ب) الثاني
ج) الثالث
د) الرابع

الإجابة: (ج) الثالث

التلميح: الانعكاس حول محور y يغيّر إشارة أحد الإحداثيين فقط، أيّهما؟

الحل:

١. الانعكاس حول محور y: $(x, y) \to (-x, y)$

٢.

$$(2, -9) \to (-2, -9)$$

٣. الإحداثيان سالبان، إذن الصورة في الربع الثالث

س1125 **تعامد المتجهات في الفضاء** – خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: المتجهان اللذان توجد بينهما زاوية قياسها 90° من بين أزواج المتجهات التالية هما

الخيارات:

أ) $\langle 0,0,1\rangle$ و $\langle 1,0,-1\rangle$

ب) $\langle 0,0,1\rangle$ و $\langle -1,0,1\rangle$

ج) $\langle 0,1,0\rangle$ و $\langle 1,0,-1\rangle$

د) $\langle 1,0,1\rangle$ و $\langle -1,0,-1\rangle$

الإجابة: (ج) $\langle 0,1,0\rangle$ و $\langle 1,0,-1\rangle$

التلميح: يتعامد متجهان إذا كان ضربهما الداخلي يساوي صفرًا.

الحل:

١. أ) $0+0+(1)(-1)=-1\neq 0$

٢. ب) $0+0+(1)(1)=1\neq 0$

٣. ج) $(0)(1)+(1)(0)+(0)(-1)=0$ ✓

٤. د) $(1)(-1)+0+(1)(-1)=-2\neq 0$

٥. إذن الزوج المتعامد هو (ج)

س1126 **ميل المستقيم العمودي** (1447)

السؤال: ميل المستقيم العمودي على المستقيم الذي معادلته $2y-4x=12$ هو

الخيارات:

أ) -2

ب) 2

ج) $-\dfrac{1}{2}$

د) $\dfrac{1}{2}$

الإجابة: (ج) $-\dfrac{1}{2}$

التلميح: اكتب المعادلة على الصورة $y=mx+b$، وتذكّر أن حاصل ضرب ميلي مستقيمين متعامدين -1

الحل:

١. $2y=4x+12\Rightarrow y=2x+6$، إذن $m_1=2$

٢.

$$m_1\cdot m_2=-1\Rightarrow m_2=-\frac{1}{2}$$

س1127 **التحويلات الهندسية** (1447)

السؤال: إذا تم عمل انعكاس للنقطة $(k+1,\,9)$ حول نقطة الأصل فأصبحت صورتها النقطة $(-3,-9)$، فما قيمة k؟

الخيارات:

أ) -4

ب) 2

ج) -2

د) 3

الإجابة: (ب) 2

التلميح: الانعكاس حول نقطة الأصل يغيّر إشارتي الإحداثيين معًا.

الحل:

١. الانعكاس حول نقطة الأصل: $(x,y)\to(-x,-y)$

٢.

$$(k+1,9)\to(-k-1,-9)$$

٣.

$$-k-1=-3 \Rightarrow k=2$$

س1128 الدوران حول نقطة الأصل (1447)

السؤال: إذا أُجري دوران مركزه نقطة الأصل وقياس زاويته 180° عكس عقارب الساعة للنقطة $(3,5)$، فإن الصورة الناتجة تقع في الربع

الخيارات:

أ) الأول
ب) الثاني
ج) الثالث
د) الرابع

الإجابة: (ج) الثالث

التلميح: ما قاعدة الدوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل؟

الحل:

١. الدوران بزاوية 180°: $(x,y) \to (-x,-y)$

٢.

$$(3,5) \to (-3,-5)$$

٣. الإحداثيان سالبان، إذن الصورة في الربع الثالث

س1129 معادلة الدائرة — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: تقع النقطتان $(-2,6)$ و $(4,-2)$ على طرفي قطر في دائرة. ما معادلة الدائرة؟

الخيارات:

أ) $(x-1)^2+(y+2)^2=25$
ب) $(x-1)^2+(y-2)^2=25$
ج) $(x-1)^2+(y-2)^2=36$
د) $(x+1)^2+(y-2)^2=36$

الإجابة: (ب) $(x-1)^2+(y-2)^2=25$

التلميح: المركز هو منتصف القطر، ونصف القطر هو نصف المسافة بين طرفيه.

الحل:

١. المركز:

$$\left(\frac{-2+4}{2},\frac{6+(-2)}{2}\right)=(1,2)$$

٢. طول القطر:

$$\sqrt{(4+2)^2+(-2-6)^2}=\sqrt{36+64}=10$$

إذن $r=5$

٣. المعادلة:

$$(x-1)^2+(y-2)^2=25$$

س1130 المسافة بين نقطتين (1447)

السؤال: المسافة بين النقطتين $(5,5)$ و $(1,2)$ تساوي

الخيارات:

أ) 2
ب) 3
ج) 5
د) 10

الإجابة: (ج) 5

التلميح: استخدم قانون المسافة $d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

الحل:

١.

$$d = \sqrt{(5-1)^2+(5-2)^2}$$

٢.

$$= \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

س1131 معادلة المستقيم بالميل والمقطع (1447)

السؤال: النقطة التي تقع على المستقيم الذي ميله $-\frac{1}{3}$ ويقطع محور y عند -1 هي

الخيارات:

أ) $\left(1, -\frac{2}{3}\right)$

ب) $(1, 0)$

ج) $\left(-1, -\frac{2}{3}\right)$

د) $(0, 1)$

الإجابة: (ج) $\left(-1, -\frac{2}{3}\right)$

التلميح: اكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع ثم عوّض بإحداثيات كل نقطة.

الحل:

١. المعادلة:

$$y = -\frac{1}{3}x - 1$$

٢. عند $x=-1$: $y = \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}$ ✓

٣. عند $x=1$: $y = -\frac{4}{3}$، فالنقطتان (أ) و (ب) لا تقعان عليه

٤. عند $x=0$: $y = -1 \neq 1$

س1132 العمليات على المتجهات — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: إذا كان $A = \langle 5, k\rangle$ و $B = \langle 1, 4\rangle$، وكان $2A - B = \langle 9, 10\rangle$، فما قيمة k؟

الخيارات:

أ) 5

ب) 6

ج) 7

د) 8

الإجابة: (ج) 7

التلميح: اضرب كل مركبة من A في 2 ثم اطرح المركبة المناظرة من B، وقارن المركبتين الثانيتين.

الحل:

١.

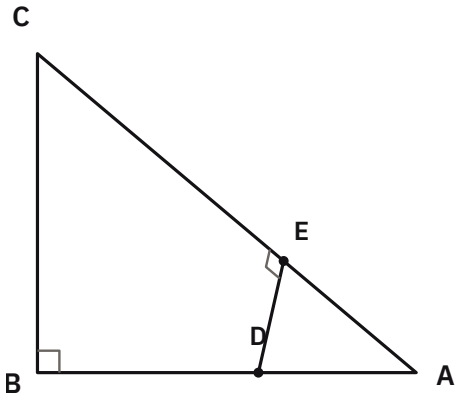
$$2A - B = \langle 10-1,\ 2k-4\rangle = \langle 9,\ 2k-4\rangle$$

٢.

$$2k - 4 = 10 \Rightarrow 2k = 14 \Rightarrow k = 7$$

س1162 تشابه المثلثات (1442)

السؤال: في المثلث ABC القائم الزاوية في B، تقع النقطة D على $\overline{AB}$ والنقطة E على $\overline{AC}$ بحيث $\overline{DE} \perp \overline{AC}$. إذا كان $AE = 4$ و $DE = 3$ و $DB = 7$، فما طول $\overline{BC}$؟



الخيارات:

أ) 13

ب) 12

ج) 9

د) 5

الإجابة: (ج) 9

التلميح: المثلث AED قائم في E ويشترك مع المثلث ABC في الزاوية A، فما العلاقة بين المثلثين؟

الحل:

١. في المثلث القائم AED:

$$AD = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \;\Rightarrow\; AB = AD + DB = 5 + 7 = 12$$

٢. المثلثان AED و ABC متشابهان (زاوية A مشتركة، و $\angle AED = \angle ABC = 90^\circ$)، فتتناسب الأضلاع المتناظرة:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AB} \;\Rightarrow\; \frac{3}{BC} = \frac{4}{12} \;\Rightarrow\; BC = 9$$

٣. للتحقق: $AC = \dfrac{AD \cdot AB}{AE} = \dfrac{5 \times 12}{4} = 15$ و $9^2 + 12^2 = 225 = 15^2$ ✓

س1178 التحويلات الهندسية (الانعكاس) (1448)

السؤال: إذا كانت النقطة A لا تقع على محور y، وكانت B صورتها بالانعكاس حول محور y، فما ميل المستقيم المار بالنقطتين A, B؟

الخيارات:

أ) -1

ب) 0

ج) 1

د) غير معرَّف

الإجابة: (ب) 0

التلميح: انعكاس نقطة حول محور y يغيّر إشارة الإحداثي x فقط، ويُبقي الإحداثي y كما هو.

الحل:

١. إذا كانت $A = (x, y)$ فإن انعكاسها حول محور y هو $B = (-x, y)$، أي أن النقطتين لهما الإحداثي y نفسه دائمًا.

٢. بما أن A لا تقع على محور y، فإن $x \neq 0$، أي أن $A \neq B$ فعلًا ويوجد مستقيم محدَّد بينهما (لو كانت A على المحور لتطابقت مع B ولم يُعرَّف الميل).

٣. القطعة AB تربط نقطتين بنفس الإحداثي y، فهي أفقية، وميل أي مستقيم أفقي يساوي صفرًا.

س1179 مجموع زوايا الأشكال الرباعية (1448)

السؤال: مثلث كبير قياس زاويته عند رأسه الأيسر $55°$، ورأساه الآخران C (الأعلى) وD (أسفل اليمين). رُسمت قطعة مستقيمة من نقطة B الواقعة على الضلع الأيسر إلى نقطة A الواقعة على القاعدة، فتكوّن مثلث صغير عند الرأس الأيسر، ويتبقّى من المثلث الكبير شكل رباعي رؤوسه A, B, C, D. ما مجموع قياسات زوايا هذا الشكل الرباعي؟

الخيارات:

أ) $125°$

ب) $250°$

ج) $300°$

د) $360°$

الإجابة: (د) $360°$

التلميح: لا تحتج للزاوية $55°$ إطلاقًا؛ فكّر في نظرية مجموع زوايا أي شكل رباعي بسيط بصرف النظر عن أبعاده.

الحل:

١. الزاوية $55°$ تخص المثلث الصغير المحذوف من زاوية الشكل الكبير فقط، ولا علاقة مباشرة لها بزوايا الشكل الرباعي $ABCD$ المتبقي.

٢. مجموع زوايا أي شكل رباعي بسيط (محدّب أو غير محدّب) يساوي $360°$ دائمًا.

٣. إذن مجموع زوايا A, B, C, D يساوي $360°$

س1193 معادلة الدائرة — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: دائرة تقع في الربع الثاني وتمس محوري X, Y والمستقيم $y = 4$. أوجد معادلتها.

الخيارات:

أ) $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 2$

ب) $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 4$

ج) $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 4$

د) $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 4$

الإجابة: (ج) $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 4$

التلميح: دائرة تمسّ المحورين في الربع الثاني يكون مركزها $(-r, r)$؛ استخدم مماسّتها لـ $y = 4$ لإيجاد r

الحل:

١. دائرة تمسّ محوري X, Y ومركزها في الربع الثاني (حيث $x < 0,\ y > 0$) لها مركز $(-r, r)$ ونصف قطر r

٢. مماسّتها للمستقيم $y = 4$ تعني أن المسافة من المركز إلى هذا المستقيم تساوي r: $|r - 4| = r$

٣. بما أن $r < 4$ (الدائرة أسفل المستقيم): $4 - r = r \ \Rightarrow\ r = 2$

٤. المركز $(-2, 2)$ ونصف القطر 2، فمعادلتها $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 4$

س1194 جمع القطع المستقيمة (1448)

السؤال: النقطة B تقع بين A وC على استقامة واحدة، وطول $AB = 27$. إذا كان $AB = 12x - 21$ و$BC = 9x$، أوجد AC

الخيارات:

أ) 36

ب) 56

ج) 63

د) 66

الإجابة: (ج) 63

التلميح: استخدم طول AB المعطى رقميًا لإيجاد x أولًا، ثم احسب BC، ثم اجمعهما.

الحل:

١. $AB = 27$ و$AB = 12x - 21$، إذن $12x - 21 = 27 \ \Rightarrow\ 12x = 48 \ \Rightarrow\ x = 4$

٢. $BC = 9x = 9 \times 4 = 36$
٣. $AC = AB + BC = 27 + 36 = 63$

س1278 **المتجهات: التعامد في الفضاء** – خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: أي أزواج المتجهات التالية غير مُتعامدة؟
الخيارات:
أ) $A = \langle 1, 0, 3 \rangle$ و $B = \langle 2, 1, 0 \rangle$
ب) $A = \langle 1, 2, 3 \rangle$ و $B = \langle -2, 1, 0 \rangle$
ج) $A = \langle 2, 0, -1 \rangle$ و $B = \langle 0, 2, 0 \rangle$
د) $A = \langle 0, 3, -3 \rangle$ و $B = \langle 2, 1, 1 \rangle$
الإجابة: (أ) $A = \langle 1, 0, 3 \rangle$ و $B = \langle 2, 1, 0 \rangle$
التلميح: متجهان متعامدان إذا وفقط إذا كان ضربهما الداخلي يساوي صفرًا.
الحل:
١. ضرب (أ) الداخلي: $1(2) + 0(1) + 3(0) = 2 \neq 0$، فهما غير متعامدين.
٢. تحقّق أن بقية الأزواج (ب، ج، د) ضربها الداخلي يساوي صفرًا بالفعل، فهي متعامدة.

س1280 **تشابه المثلثات** (1446)

السؤال: إذا كان المثلثان ABC و DEF متشابهين (بالتناظر $D \leftrightarrow A$، $F \leftrightarrow C$، $E \leftrightarrow B$)، حيث $AC = 4$، $CB = 2$، $DF = 2a - 2$، $FE = 5$، أوجد قيمة a؟
الخيارات:
أ) 6
ب) 8
ج) 10
د) 12
الإجابة: (أ) 6
التلميح: في المثلثين المتشابهين، نسب الأضلاع المتناظرة متساوية.
الحل:
١. الضلعان المتناظران DF, AC، والضلعان المتناظران FE, CB
٢. فالنسبة: $\dfrac{DF}{AC} = \dfrac{FE}{CB}$
٣. $\dfrac{2a - 2}{4} = \dfrac{5}{2}$
٤.

$$2(2a - 2) = 4 \times 5 \;\Rightarrow\; 4a - 4 = 20 \;\Rightarrow\; 4a = 24 \;\Rightarrow\; a = 6$$

س1289 **تعامد المتجهات** – خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: أي من المتجهين الآتيين متعامدان؟
الخيارات:
أ) $\langle 1, 0, -1 \rangle, \langle 0, 0, 1 \rangle$
ب) $\langle 1, 0, -1 \rangle, \langle 0, 1, 0 \rangle$
ج) $\langle 1, 0, -1 \rangle, \langle 1, 0, -1 \rangle$
د) $\langle -1, 0, 1 \rangle, \langle 0, 0, 1 \rangle$
الإجابة: (ب) $\langle 1, 0, -1 \rangle, \langle 0, 1, 0 \rangle$
التلميح: متجهان متعامدان إذا وفقط إذا كان ضربهما الداخلي يساوي صفرًا.
الحل:
١. أ) $\langle 1, 0, -1 \rangle \cdot \langle 0, 0, 1 \rangle = 0 + 0 - 1 = -1 \neq 0$، غير متعامدين.

٢. ب) $\langle 1,0,-1\rangle \cdot \langle 0,1,0\rangle = 0+0+0=0$، متعامدان.

س1290 المسافة بين نقطتين (1447)

السؤال: ما المسافة بين النقطتين $(6,4)$ و $(2,1)$؟

الخيارات:

أ) 2

ب) 3

ج) 5

د) 10

الإجابة: ج) 5

التلميح: استخدم $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

الحل:

١.

$$d=\sqrt{(6-2)^2+(4-1)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$$

س1301 إزاحة القطع المكافئ ومقطعه مع محور الصادات (1447)

السؤال: إذا أجرينا إزاحة لمعادلة القطع المكافئ $f(x)=x^2+2$ بمقدار 3 وحدات إلى اليسار، فما مقطع الدالة الجديدة مع محور y؟

الخيارات:

أ) 2

ب) 5

ج) 9

د) 11

الإجابة: د) 11

التلميح: الإزاحة لليسار بمقدار 3 تستبدل x بـ $(x+3)$، ثم عوّض بـ $x=0$ لإيجاد المقطع الصادي.

الحل:

١. المعادلة بعد الإزاحة: $f(x)=(x+3)^2+2$

٢. $f(0)=(0+3)^2+2=9+2=11$

س1302 معادلة الدائرة (الصورة العامة) (1447)

السؤال: إذا كانت معادلة الدائرة $x^2+y^2+8x-6y=56$، أوجد نصف قطرها.

الخيارات:

أ) $\sqrt{56}$

ب) $\sqrt{21}$

ج) 9

د) 5

الإجابة: ج) 9

التلميح: أكمل المربع لكل من x,y لتحويل المعادلة إلى الصورة القياسية.

الحل:

١.

$$x^2+8x+y^2-6y=56$$
$$\Rightarrow\ (x+4)^2+(y-3)^2=56+16+9=81$$

٢. $r=\sqrt{81}=9$

س1310 المستقيمات المتعامدة (1447)

السؤال: معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(7,2)$ وعمودي على المستقيم الذي معادلته $y=7x+2$ هي

الخيارات:

أ) $y=-\frac{1}{7}x+3$

ب) $y=\frac{1}{7}x+3$

ج) $y=7x-3$

د) $y=-7x+3$

الإجابة: (أ) $y=-\frac{1}{7}x+3$

التلميح: ميل المستقيم العمودي يساوي سالب مقلوب الميل الأصلي.

الحل:

١. ميل المستقيم المعطى $7=$، فميل العمودي عليه $=-\frac{1}{7}$

٢.

$$y-2=-\frac{1}{7}(x-7)\ \Rightarrow\ y=-\frac{1}{7}x+1+2=-\frac{1}{7}x+3$$

س1312 الدائرة: المساحة والمحيط (1447)

السؤال: إذا كانت مساحة دائرة $8\pi\ \text{cm}^2$، أوجد محيطها.

الخيارات:

أ) $\sqrt{2}\pi$

ب) $2\sqrt{2}\pi$

ج) $4\sqrt{2}\pi$

د) 16π

الإجابة: (ج) $4\sqrt{2}\pi$

التلميح: أوجد نصف القطر من المساحة أولًا، ثم استخدم $C=2\pi r$

الحل:

١. $\pi r^2=8\pi\ \Rightarrow\ r^2=8\ \Rightarrow\ r=2\sqrt{2}$

٢. $C=2\pi r=2\pi(2\sqrt{2})=4\sqrt{2}\pi$

س1314 المتجهات والفضاء — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: أي من المتجهين الآتيين غير متعامدين؟

الخيارات:

أ) $\langle 1,0,0\rangle, \langle 2,0,1\rangle$

ب) $\langle 1,0,-1\rangle, \langle 0,1,0\rangle$

ج) $\langle 1,2,1\rangle, \langle 1,0,-1\rangle$

د) $\langle -1,0,0\rangle, \langle 0,2,1\rangle$

الإجابة: (أ) $\langle 1,0,0\rangle, \langle 2,0,1\rangle$

التلميح: متجهان متعامدان إذا وفقط إذا كان حاصل ضربهما الداخلي يساوي صفرًا.

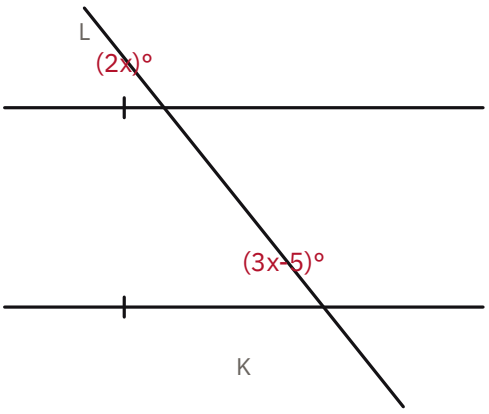
الحل:

١. أ) $\langle 1,0,0\rangle\cdot\langle 2,0,1\rangle=1(2)+0(0)+0(1)=2\neq 0$، إذن غير متعامدين.

٢. باقي الأزواج: حاصل ضربها الداخلي يساوي صفرًا فهي متعامدة، فالإجابة أ.

س1317 زوايا المستقيمات المتوازية (1447)

السؤال: L, K مستقيمان متوازيان قطعهما مستقيم ثالث، فتكوّنت زاويتان داخليتان على نفس جانب القاطع قياسهما $(2x)^\circ$ و $(3x-5)^\circ$. أوجد قيمة x



الخيارات:

أ) 5

ب) 25

ج) 37

د) 40

الإجابة: (ج) 37

التلميح: الزاويتان الداخليتان الواقعتان على الجانب نفسه من القاطع بين مستقيمين متوازيين متكاملتان (مجموعهما 180°).

الحل:

١.

$$2x + (3x-5) = 180 \;\Rightarrow\; 5x - 5 = 180 \;\Rightarrow\; 5x = 185$$

٢. $x = 37$

س1321 المتجهات والفضاء — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: إذا كان $u = \left\langle 2, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$، $v = \left\langle 1, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$، أوجد $u \cdot v$

الخيارات:

أ) $\frac{5}{2}$

ب) $\frac{3}{2}$

ج) $\frac{1}{2}$

د) 1

الإجابة: (أ) $\frac{5}{2}$

التلميح: الضرب الداخلي لمتجهين يساوي مجموع حواصل ضرب المركّبات المتناظرة.

الحل:

١.

$$u \cdot v = (2)(1) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

س1325 الزوايا والمضلعات والمتوازيات (1444، 1445)

السؤال: الشكل الرباعي المنتظم يكون متوازي أضلاع

الخيارات:

أ) صحيحة دائمًا

ب) خاطئة دائمًا

ج) صحيحة أحيانًا

د) خاطئة أحيانًا

الإجابة: (أ) صحيحة دائمًا

التلميح: الشكل الرباعي المنتظم هو المربع، تحقّق من خصائص أضلاعه وزواياه.

الحل:

١. الرباعي المنتظم (المربع) أضلاعه متوازية ومتساوية، وهذا يحقّق تعريف متوازي الأضلاع دائمًا.

س1330 الإحداثيات: الميل ومعادلة المستقيم (1444، 1445)

السؤال: إذا كانت النقاط $(k,5)$، $(5,3)$، $(0,-3)$ على استقامة واحدة، فإن قيمة k تساوي

الخيارات:

أ) 3

ب) 5

ج) $\frac{20}{3}$

د) $\frac{3}{20}$

الإجابة: (ج) $\frac{20}{3}$

التلميح: ميل المستقيم بين أي نقطتين منه ثابت، ساوِ ميل أول قطعتين بميل القطعتين الأخريين.

الحل:

١. ميل القطعة بين $(0,-3)$ و $(5,3)$: $\frac{3-(-3)}{5-0}=\frac{6}{5}$

٢. ميل القطعة بين $(5,3)$ و $(k,5)$: $\frac{5-3}{k-5}=\frac{2}{k-5}$

٣. بالمساواة: $\frac{6}{5}=\frac{2}{k-5} \Rightarrow 6(k-5)=10 \Rightarrow 6k=40 \Rightarrow k=\frac{20}{3}$

س1336 الإحداثيات: الميل ومعادلة المستقيم (1444، 1445)

السؤال: أوجد قيمة a التي تجعل المستقيمين $y=\frac{1}{2}x-5$ و $ay=4x-7$ متعامدين.

الخيارات:

أ) 2

ب) -2

ج) -4

د) 8

الإجابة: (ب) -2

التلميح: حاصل ضرب ميلَي مستقيمين متعامدين يساوي -1

الحل:

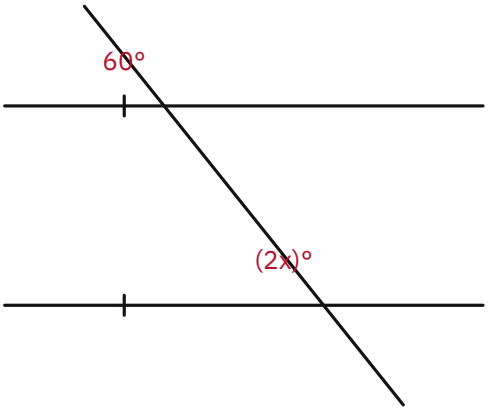
١. ميل المستقيم الأول $=\frac{1}{2}$

٢. المستقيم الثاني: $y=\frac{4}{a}x-\frac{7}{a}$، فميله $\frac{4}{a}$

٣. للتعامد: $\frac{1}{2}\times\frac{4}{a}=-1 \Rightarrow \frac{2}{a}=-1 \Rightarrow a=-2$

س1338 **الزوايا مع المستقيمات المتوازية** (1444، 1445)

السؤال: مستقيمان متوازيان يقطعهما مستقيم قاطع، فتكوّنت زاويتان داخليتان على الجانب نفسه من القاطع قياسهما $60°$ و $2x°$، ما قيمة x؟



الخيارات:
أ) 30
ب) 60
ج) 80
د) 120

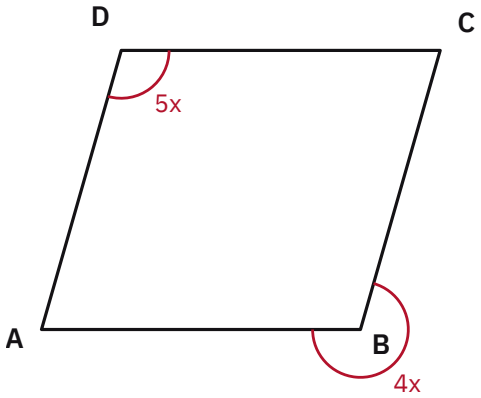
الإجابة: (ب) 60

التلميح: الزاويتان المتجاورتان على المستقيم القاطع بين المتوازيين متكاملتان (مجموعهما $180°$).

الحل:
١. $2x + 60 = 180$
٢. $2x = 120 \Rightarrow x = 60$

س1339 **متوازي الأضلاع: الزوايا المتجاورة** (1446)

السؤال: $ABCD$ متوازي أضلاع، إذا كانت زاويتان متجاورتان فيه $4x$ و $5x$، أوجد قيمة x؟



الخيارات:
أ) 10
ب) 18
ج) 20
د) 22

الإجابة: (ج) 20

التلميح: الزاويتان المتجاورتان في متوازي الأضلاع متكاملتان (مجموعهما $180°$).

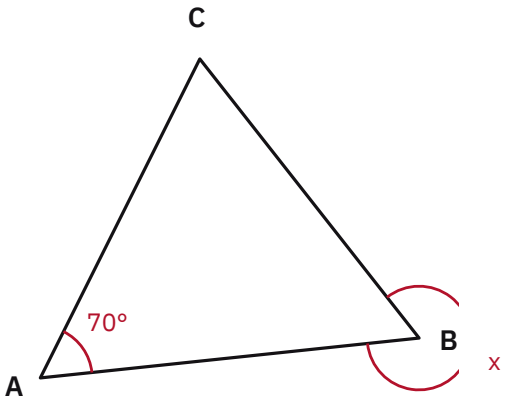
الحل:

١. $4x + 5x = 180 \Rightarrow 9x = 180$

٢. $x = 20$

س1349 الزاوية الخارجية للمثلث (1446)

السؤال: في مثلث إحدى زواياه الداخلية $70°$، وامتد أحد أضلاعه مكوّنًا زاوية خارجية قياسها $130°$ عند الرأس المقابل لهاتين الزاويتين، أوجد قيمة الزاوية الداخلية الثالثة x



الخيارات:

أ) $45°$

ب) $65°$

ج) $60°$

د) $80°$

الإجابة: (ج) $60°$

التلميح: الزاوية الخارجية لمثلث تساوي مجموع الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها، أو استخدم مجموع زوايا المثلث مباشرة.

الحل:

١. $x + 70° = 130°$ (نظرية الزاوية الخارجية).

٢. $x = 130° - 70° = 60°$

س1359 تشابه المثلثات: مسائل الظل (1446)

السؤال: يقف رجل طوله 1.8 متر بجانب عمود كهرباء، إذا كان طول ظل الرجل 2.2 متر، وطول ظل العمود 5.5 متر، فكم متر يبلغ ارتفاع العمود؟

الخيارات:

أ) 6

ب) 5.9

ج) 4.9

د) 4.5

الإجابة: (د) 4.5

التلميح: نسبة طول الجسم إلى ظله ثابتة لجسمين متعامدين في اللحظة نفسها.

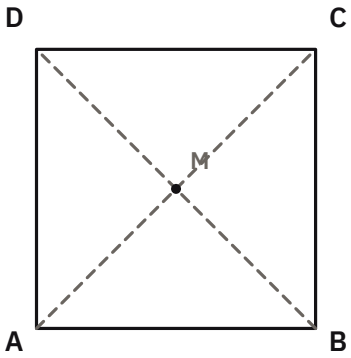
الحل:

١. $\frac{1.8}{2.2} = \frac{x}{5.5}$

٢. $x = \dfrac{1.8 \times 5.5}{2.2} = 4.5$

س1360 المربع: قطره ومثلثاته (1446)

السؤال: $ABCD$ مربع، M مركزه (نقطة تقاطع قطريه)، وطول $AM = 3$ cm، أوجد طول BC



الخيارات:
أ) $3\sqrt{3}$
ب) $3\sqrt{2}$
ج) $2\sqrt{3}$
د) 6

الإجابة: (ب) $3\sqrt{2}$

التلميح: نصف القطرين في المربع يقسمانه إلى أربعة مثلثات قائمة متطابقة الزاويتين الحادتين $45°$،$45°$

الحل:
١. المثلث ABM قائم الزاوية عند M وزاويتاه الأخريان $45°$ لكل منهما، فهو متطابق الضلعين بضلعين طول كل منهما $AM = 3$
٢. $AB = \sqrt{AM^2 + BM^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$
٣. بما أن $ABCD$ مربع، فإن $BC = AB = 3\sqrt{2}$

س1367 مساحة المثلث متطابق الأضلاع (1447)

السؤال: مثلث متطابق الأضلاع ارتفاعه 3 cm، أوجد مساحته

الخيارات:
أ) $\sqrt{3}$
ب) $2\sqrt{3}$
ج) $3\sqrt{3}$
د) $\sqrt{2}$

الإجابة: (ج) $3\sqrt{3}$

التلميح: استنتج طول الضلع من الارتفاع أولًا ($h = \dfrac{\sqrt{3}}{2}s$)، ثم استخدم قانون مساحة المثلث متطابق الأضلاع.

الحل:
١. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}s = 3 \Rightarrow s = \dfrac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$
٢. المساحة $= \dfrac{\sqrt{3}}{4}s^2 = \dfrac{\sqrt{3}}{4}(2\sqrt{3})^2 = \dfrac{\sqrt{3}}{4}(12) = 3\sqrt{3}$

س1376 الانعكاس حول المستقيم $y = x$ (1447)

السؤال: انعكاس النقطة $(7, -3)$ حول المستقيم $y = x$ هي

الخيارات:

أ) $(7, -3)$

ب) $(3, -7)$

ج) $(-3, 7)$

د) $(-7, 3)$

الإجابة: (ج) $(-3, 7)$

التلميح: الانعكاس حول $y = x$ يبادل إحداثيي النقطة.

الحل:

١. $(x, y) \to (y, x)$، فصورة $(7, -3)$ هي $(-3, 7)$

س1382 مساحة مثلث من معادلة مستقيم (1447)

السؤال: أوجد مساحة المثلث OAB الناشئ من معادلة المستقيم $2y - 4x = 8$ مع محوري الإحداثيات (حيث O نقطة الأصل)

الخيارات:

أ) 2

ب) 3

ج) 4

د) 5

الإجابة: (ج) 4

التلميح: أوجد نقطتي تقاطع المستقيم مع المحورين، ثم استخدم مساحة المثلث القائم.

الحل:

١. عند $y = 0$: $-4x = 8 \Rightarrow x = -2$

٢. عند $x = 0$: $2y = 8 \Rightarrow y = 4$

٣. المساحة $= \frac{1}{2} \times |-2| \times 4 = 4$

س1392 ميل المستقيمات المتوازية (1447)

السؤال: ميل المستقيم الموازي للمستقيم $3y - x = 5$ هو

الخيارات:

أ) $\frac{1}{3}$

ب) $-\frac{1}{3}$

ج) -3

د) 3

الإجابة: (أ) $\frac{1}{3}$

التلميح: المستقيمان المتوازيان لهما الميل نفسه؛ اكتب المعادلة بصورة الميل والمقطع.

الحل:

١. $3y = x + 5 \;\Rightarrow\; y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$، فميله $\frac{1}{3}$، وميل أي مستقيم يوازيه $\frac{1}{3}$ أيضًا.

س1396 معادلة المستقيم الموازي من نقطة (1447)

السؤال: معادلة المستقيم المار بالنقطة $(2, -1)$ والموازي للمستقيم $y = 2x - 5$ هي

الخيارات:

أ) $2x - y = 5$

ب) $2y = 4x + 1$

ج) $x - 2y = -3$
د) $2y = x - 3$

الإجابة: (أ) $2x - y = 5$

التلميح: الميل نفسه (2)، عوّض بالنقطة في صيغة الميل والنقطة.

الحل:

١.

$$y - (-1) = 2(x - 2) \;\Rightarrow\; y + 1 = 2x - 4 \;\Rightarrow\; y = 2x - 5$$

، أي بصيغة أخرى:

$$2x - y = 5$$

س1397 إيجاد قيمة مجهولة من توازي مستقيمين (1447)

السؤال: إذا كان المستقيم المار بالنقطتين $(0, y), (y, 5)$ يوازي المستقيم المار بالنقطتين $(1, 4), (7, 8)$ أوجد قيمة y

الخيارات:
أ) 1
ب) 3
ج) 5
د) 9

الإجابة: (ب) 3

التلميح: أوجد ميل المستقيم الثاني أولًا، ثم ساوِ به ميل الأول.

الحل:

١. ميل المستقيم الثاني $= \dfrac{8 - 4}{7 - 1} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

٢. ميل المستقيم الأول

$$= \frac{5 - y}{y - 0} = \frac{2}{3} \;\Rightarrow\; 3(5 - y) = 2y \;\Rightarrow\; 15 = 5y \;\Rightarrow\; y = 3$$

س1398 الانسحاب (1447)

السؤال: صورة النقطة $(-2, -3)$ بالانسحاب 4 وحدات لليمين و2 وحدة للأعلى هي

الخيارات:
أ) $(2, -1)$
ب) $(4, -1)$
ج) $(2, -5)$
د) $(-6, -5)$

الإجابة: (أ) $(2, -1)$

التلميح: أضف 4 للإحداثي السيني و2 للإحداثي الصادي.

الحل:

١. $(-2 + 4,\ -3 + 2) = (2, -1)$

س1401 تشابه المثلثات: إيجاد مجهول (1447)

السؤال: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ بنسبة تشابه 2 (كل ضلع في DEF ضعف نظيره في ABC)، وكان الضلع $BC = 4$ يقابله في DEF الضلع $EF = y + 2$، والضلع $AB = x + 3$ يقابله الضلع $DE = y + 4$، أوجد قيمة x

الخيارات:
أ) 2
ب) 3

ج) 4
د) 5

الإجابة: (أ) 2

التلميح: استخدم أولًا نسبة التشابه (ضعف) مع الضلعين BC, EF لإيجاد y، ثم طبّق النسبة نفسها على AB, DE لإيجاد x

الحل:

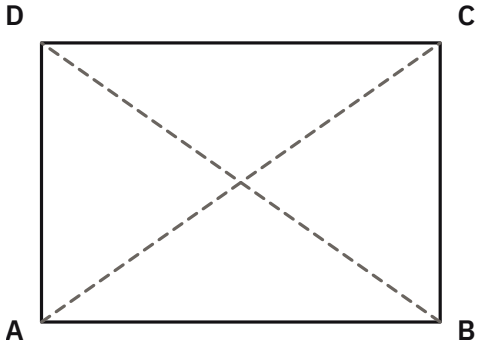
١. $EF = 2 \times BC \Rightarrow y + 2 = 2(4) = 8 \Rightarrow y = 6$

٢.

$$DE = 2 \times AB \Rightarrow y + 4 = 2(x + 3) \Rightarrow 10 = 2x + 6$$
$$\Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

س1413 زوايا قطر المستطيل (1444، 1445)

السؤال: مستطيل قطره يقسم إحدى زواياه القائمة إلى زاويتين قياساهما $(-2x - 1)^\circ$ و $(5x + 1)^\circ$، أوجد قيمة x



الخيارات:
أ) 30
ب) 45
ج) 60
د) 90

الإجابة: (أ) 30

التلميح: قطر المستطيل يقسم الزاوية القائمة (90°) إلى زاويتين مجموعهما 90°

الحل:

١. $(-2x - 1) + (5x + 1) = 90$

٢. $3x = 90 \Rightarrow x = 30$

س1435 ميل المستقيمين المتعامدين (1448)

السؤال: إذا كانت معادلة مستقيم هي $4x + 8y = 1$، فما ميل المستقيم العمودي عليه؟

الخيارات:
أ) -2
ب) $-\frac{1}{2}$
ج) 2
د) $\frac{1}{2}$

الإجابة: (ج) 2

التلميح: اكتب المعادلة على الصورة $y = mx + b$ لتقرأ الميل، ثم تذكّر أن حاصل ضرب ميلَي المستقيمين المتعامدين يساوي -1.

الحل:

١. نعزل الحد الذي فيه y:

$$8y = -4x + 1$$

٢. بالقسمة على 8:

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{8}$$

٣. ميل المستقيم الأصلي:

$$m_1 = -\frac{1}{2}$$

٤. حاصل ضرب ميلَي المستقيمين المتعامدين:

$$m_1 \times m_2 = -1$$

٥. إذن:

$$m_2 = \frac{-1}{-\frac{1}{2}} = 2$$

س1436 **القيم الخاصة للدوال المثلثية** – خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: إذا كان $\sin(a+b) = 1$، فأي القيم الآتية تحقق هذه المساواة؟

الخيارات:

أ) $a = \frac{\pi}{3},\ b = \frac{\pi}{6}$

ب) $a = \frac{\pi}{4},\ b = \frac{\pi}{6}$

ج) $a = \frac{\pi}{3},\ b = \frac{\pi}{3}$

د) $a = \frac{\pi}{6},\ b = \frac{\pi}{6}$

الإجابة: أ) $a = \frac{\pi}{3},\ b = \frac{\pi}{6}$

التلميح: جيب الزاوية يساوي 1 عند الزاوية $\frac{\pi}{2}$ في الدورة الأولى، فابحث عن الخيار الذي مجموع زاويتيه $\frac{\pi}{2}$.

الحل:

١. الجيب يساوي 1 عند:

$$\theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

٢. مجموع زاويتي الخيار (أ):

$$\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi + \pi}{6} = \frac{\pi}{2}$$

٣. وجيب هذا المجموع:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

٤. إذن الخيار (أ) يحقق المساواة

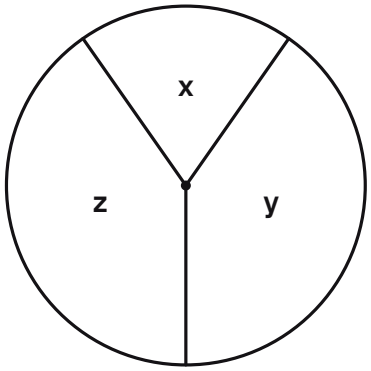
٥. مجموع زاويتي الخيار (ب) $\frac{5\pi}{12}$، وجيبه لا يساوي 1

٦. مجموع زاويتي الخيار (ج) $\frac{2\pi}{3}$، وجيبه $\frac{\sqrt{3}}{2}$

٧. مجموع زاويتي الخيار (د) $\frac{\pi}{3}$، وجيبه $\frac{\sqrt{3}}{2}$

س1437 **الزوايا المركزية حول نقطة** (1448)

السؤال: في الشكل الآتي، إذا كان $m\angle y + m\angle z = 8x$، فما قيمة x؟



الخيارات:

أ) $30°$

ب) $40°$

ج) $45°$

د) $60°$

الإجابة: (ب) $40°$

التلميح: مجموع الزوايا المركزية حول مركز الدائرة $360°$، فعوّض عن مجموع y وz بدلالة x.

الحل:

١. مجموع الزوايا حول نقطة:

$$x + y + z = 360°$$

٢. بالتعويض عن $y + z = 8x$:

$$x + 8x = 360°$$

٣. بالتبسيط:

$$9x = 360°$$

٤. إذن:

$$x = \frac{360°}{9} = 40°$$

س1438 **القطع المكافئ — البؤرة والدليل** — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: إذا كانت معادلة القطع المكافئ $y^2 = 16x$، فأوجد إحداثيات البؤرة ومعادلة الدليل.

الخيارات:

أ) البؤرة $(4, 0)$، والدليل $x = -4$

ب) البؤرة $(-4, 0)$، والدليل $x = 4$

ج) البؤرة $(0, 4)$، والدليل $y = -4$

د) البؤرة $(0, -4)$، والدليل $y = 4$

الإجابة: (أ) البؤرة $(4, 0)$، والدليل $x = -4$

التلميح: قارن المعادلة بالصورة القياسية $y^2 = 4px$ لتجد p، ثم تذكّر موقع البؤرة والدليل في هذه الصورة.

الحل:

١. الصورة القياسية لقطع مكافئ رأسه نقطة الأصل ومحوره محور x:

$$y^2 = 4px$$

٢. بالمقارنة:

$$4p = 16$$

٣. إذن:

$$p = 4$$

٤. البؤرة $(p, 0)$، أي $(4, 0)$

٥. الدليل $x = -p$، أي $x = -4$

س1439 الدوران حول نقطة الأصل (1448)

السؤال: مثلث رؤوسه $A(0,0)$ و $B(1,-1)$ و $C(2,4)$. إذا أُجري دوران للمثلث بزاوية $90°$ عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، فما إحداثيات الرؤوس الجديدة؟

الخيارات:

أ) $A'(0,0),\ B'(-1,-1),\ C'(4,-2)$

ب) $A'(0,0),\ B'(1,1),\ C'(-4,2)$

ج) $A'(0,0),\ B'(-1,1),\ C'(4,2)$

د) $A'(0,0),\ B'(1,-1),\ C'(2,4)$

الإجابة: (ب) $A'(0,0),\ B'(1,1),\ C'(-4,2)$

التلميح: عند الدوران بزاوية $90°$ عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل تتحول النقطة (x, y) إلى $(-y, x)$.

الحل:

١. قاعدة الدوران بزاوية $90°$ عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل:

$$(x, y) \to (-y, x)$$

٢. صورة الرأس A:

$$A(0,0) \to A'(0,0)$$

٣. صورة الرأس B:

$$B(1,-1) \to B'(1,1)$$

٤. صورة الرأس C:

$$C(2,4) \to C'(-4,2)$$

س1440 المسافة بين نقطتين (1448)

السؤال: إذا كانت المسافة بين النقطتين $(2,3)$ و $(x,2)$ تساوي 1، فأوجد قيمة x

الخيارات:

أ) $x = 0$

ب) $x = 1$

ج) $x = 2$

د) $x = 3$

الإجابة: (ج) $x = 2$

التلميح: عوّض في قانون المسافة بين نقطتين، ثم ربّع الطرفين للتخلص من الجذر.

الحل:

١. قانون المسافة بين نقطتين:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

٢. بالتعويض:

$$1 = \sqrt{(x-2)^2 + (2-3)^2}$$

٣. بتربيع الطرفين:

$$1 = (x-2)^2 + 1$$

٤. إذن:

$$(x-2)^2 = 0$$

٥. ومنه:

$$x = 2$$

س1441 **معادلة الدائرة (الصورة العامة)** — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: إذا كانت معادلة الدائرة $x^2 + y^2 + 8x - 6y = 81$، فأوجد مركز الدائرة.

الخيارات:

أ) $(4, -3)$

ب) $(-4, 3)$

ج) $(-8, 6)$

د) $(4, 3)$

الإجابة: (ب) $(-4, 3)$

التلميح: أكمل المربع لحدود x ولحدود y كلٍّ على حدة، ثم قارن بالصورة القياسية $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$.

الحل:

١. نجمع الحدود المتشابهة:

$$(x^2 + 8x) + (y^2 - 6y) = 81$$

٢. لإكمال المربع لحدود x نضيف:

$$\left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16$$

٣. لإكمال المربع لحدود y نضيف:

$$\left(\frac{-6}{2}\right)^2 = 9$$

٤. بإضافة 16 و9 إلى الطرفين:

$$(x^2 + 8x + 16) + (y^2 - 6y + 9) = 81 + 16 + 9$$

٥. الصورة القياسية:

$$(x+4)^2 + (y-3)^2 = 106$$

٦. بالمقارنة مع الصورة القياسية:

$$h = -4, \quad k = 3$$

٧. مركز الدائرة $(-4, 3)$

س1516 **تعامد المتجهات** — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: إذا كان $A = \langle 1, 2 \rangle$ و $B = \langle 3, 4 \rangle$، وكان $C = kA + B$ بحيث إن المتجهين A وC متعامدان، فأوجد قيمة k

الخيارات:

أ) $\frac{11}{5}$

ب) $-\frac{11}{5}$

ج) $-\frac{5}{11}$
د) $\frac{5}{11}$

الإجابة: (ب) $-\frac{11}{5}$

التلميح: اكتب مركبتي C بدلالة k، ثم استعمل أن الضرب الداخلي لمتجهين متعامدين يساوي صفرًا.

الحل:

١. نعوّض عن المتجهين في تعريف C:

$$C = k\langle 1, 2\rangle + \langle 3, 4\rangle$$

٢. بالضرب في k ثم الجمع:

$$C = \langle k + 3,\ 2k + 4\rangle$$

٣. المتجهان متعامدان، فضربهما الداخلي يساوي صفرًا:

$$A \cdot C = 0$$

٤. بالتعويض:

$$(1)(k + 3) + (2)(2k + 4) = 0$$

٥. بفك الأقواس وجمع الحدود المتشابهة:

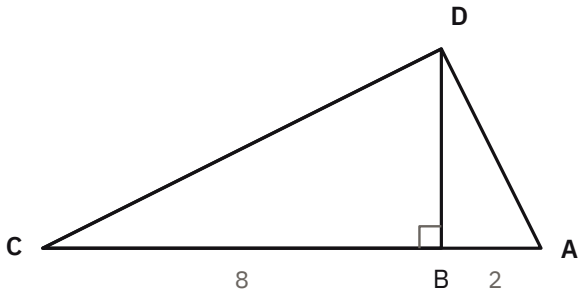
$$5k + 11 = 0$$

٦. إذن:

$$k = -\frac{11}{5}$$

س1517 العلاقات في المثلث القائم (الارتفاع على الوتر) (1448)

السؤال: في المثلث CDA القائم الزاوية في D، رُسم الارتفاع BD على الوتر CA. إذا كان $CB = 8$ و $BA = 2$، فأوجد طول BD



الخيارات:
أ) 2
ب) 4
ج) 8
د) 16

الإجابة: (ب) 4

التلميح: الارتفاع المرسوم على الوتر في المثلث القائم وسط هندسي بين جزأي الوتر.

الحل:

١. الارتفاع BD يقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين هما CBD وDBA

٢. من التشابه:

$$\frac{CB}{BD} = \frac{BD}{BA}$$

٣. بالضرب التبادلي:

$$BD^2 = CB \times BA$$

٤. بالتعويض:

$$BD^2 = 8 \times 2 = 16$$

٥. بأخذ الجذر التربيعي الموجب:

$$BD = \sqrt{16} = 4$$

س1518 تركيب التحويلات الهندسية (1448)

السؤال: انعكس مثلث حول محور x، ثم دُوِّر بزاوية $180°$ حول نقطة الأصل. ما التحويل الواحد المكافئ لهاتين العمليتين؟

الخيارات:

أ) انعكاس حول محور x

ب) انعكاس حول محور y

ج) انسحاب لليمين

د) دوران بمقدار $90°$

الإجابة: (ب) انعكاس حول محور y

التلميح: تتبّع صورة نقطة عامة (x, y) بعد التحويلين بالترتيب، ثم قارن النتيجة بقواعد التحويلات المعروفة.

الحل:

١. قاعدة الانعكاس حول محور x:

$$(x, y) \to (x, -y)$$

٢. قاعدة الدوران بزاوية $180°$ حول نقطة الأصل:

$$(x, y) \to (-x, -y)$$

٣. بتطبيق الدوران على صورة الانعكاس:

$$(x, -y) \to (-x, y)$$

٤. محصلة التحويلين:

$$(x, y) \to (-x, y)$$

٥. وهذه قاعدة الانعكاس حول محور y

س1519 التحويلات الهندسية — التمدد (1448)

السؤال: أي التحويلات الهندسية الآتية يغيّر حجم الشكل مع المحافظة على التناسب بين أطواله؟

الخيارات:

أ) التمدد

ب) الانعكاس

ج) الانسحاب

د) الدوران

الإجابة: (أ) التمدد

التلميح: ثلاثة من هذه التحويلات تحافظ على الأطوال كما هي، فأيها يكبّر الشكل أو يصغّره؟

الحل:

١. التمدد يكبّر الشكل أو يصغّره بمعامل قياس ثابت

٢. يحافظ التمدد على قياسات الزوايا وعلى التناسب بين أطوال الأضلاع، فتكون الصورة مشابهة للأصل

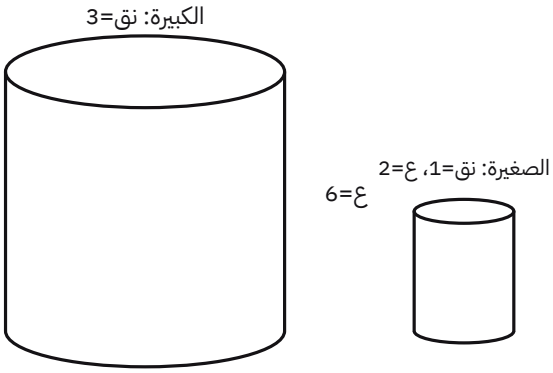
٣. الانعكاس والانسحاب والدوران تحافظ على الأطوال نفسها، فلا تغيّر حجم الشكل

المعيار الرابع: القياس

عدد الأسئلة: 143

س548 **حجم الأسطوانة** (1442)

السؤال: كم أسطوانة صغيرة نحتاج لتمتلئ الأسطوانة الكبيرة؟ (الصغيرة نصف قطرها 1 وارتفاعها 2، والكبيرة نصف قطرها 3 وارتفاعها 6)



الخيارات:
أ) 12
ب) 24
ج) 27
د) 36

الإجابة: (ج) 27

التلميح: احسب الحجمين بقانون $\pi r^2 h$ ثم اقسم الكبير على الصغير؛ لا تضاعف الأبعاد خطياً.

الحل:

١. حجم الأسطوانة الصغرى:

$$\pi r^2 h = \pi(1^2)(2) = 2\pi$$

٢. حجم الأسطوانة الكبرى:

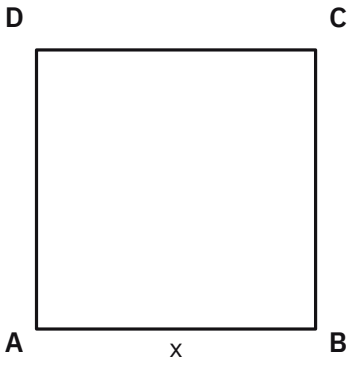
$$\pi r^2 h = \pi(3^2)(6) = 54\pi$$

٣. بالقسمة:

$$\frac{54\pi}{2\pi} = 27$$

س549 **النمذجة الهندسية للمعادلات** (1442)

السؤال: الشكل المقابل يمثل (مربع ضلعه x ومستطيل بُعداه 10 و 5 ومساحته 50)

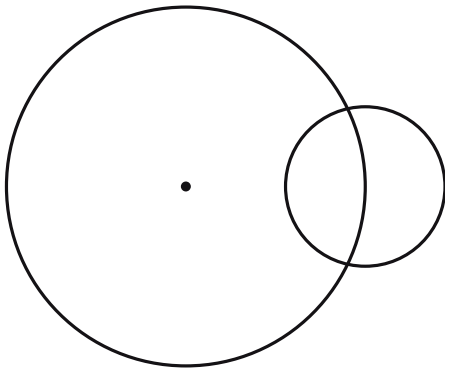


الخيارات:
أ) العلاقة بين المربع والمستطيل
ب) معادلة من الدرجة الثانية
ج) معادلة من الدرجة الأولى
د) مساحة المربع
الإجابة: (ب) معادلة من الدرجة الثانية
التلميح: مساحة المربع تساوي x^2، فمساواتها بمساحة المستطيل تنتج معادلة من أي درجة؟
الحل:
١. مساحة المربع $= x \times x = x^2$
٢. ومساواتها بمساحة المستطيل تعطي:

$$x^2 = 50$$

٣. وهذه معادلة من الدرجة الثانية

س550 **مساحة المثلث وثلاثيات فيثاغورس** (1442)
السؤال: ثلاث دوائر متماسة مثنى مثنى أنصاف أقطارها 1 و 2 و 3، مساحة المثلث الواصل بين مراكزها تساوي



الخيارات:
أ) 6
ب) 10
ج) 12
د) 16

الإجابة: (أ) 6
التلميح: طول كل ضلع يساوي مجموع نصفي قطري الدائرتين المتماستين، فتنتج ثلاثية فيثاغورس معروفة.
الحل:
١. أطوال أضلاع المثلث هي مجاميع أنصاف الأقطار:

$$1+2=3, \qquad 2+3=5, \qquad 1+3=4$$

٢. والأعداد $3,4,5$ ثلاثية فيثاغورس، إذن المثلث قائم الزاوية
٣. مساحة المثلث:

$$\frac{1}{2}\times 3\times 4=6$$

س551 محيط الدائرة ومساحتها (1442)

السؤال: دائرة محيطها 44 cm، فما هي مساحتها إذا كان $\pi=\frac{22}{7}$؟
الخيارات:
أ) 132
ب) 144
ج) 148
د) 154
الإجابة: (د) 154
التلميح: استخدم قانون المحيط لإيجاد نصف القطر أولاً، ثم طبّق قانون المساحة.
الحل:
١. من قانون المحيط:

$$2\pi r=44 \;\Rightarrow\; 2\left(\frac{22}{7}\right)r=44$$

٢. بالعزل:

$$r=44\times\frac{7}{44}=7$$

٣. بقانون المساحة:

$$\pi r^2=\frac{22}{7}\times 49=154$$

س552 نظرية فيثاغورس ومحيط المستطيل

السؤال: إذا كان مستطيل طوله مثلَي عرضه، وطول قطره يساوي $\sqrt{20}$، فإن محيطه يساوي
الخيارات:
أ) 8
ب) 12
ج) 20
د) 40
الإجابة: (ب) 12
التلميح: افرض العرض x فالطول $2x$، وطبّق فيثاغورس على المثلث الذي القطر وتره.
الحل:
١. بتطبيق فيثاغورس:

$$(2x)^2+x^2=20$$

٢. بالتبسيط:

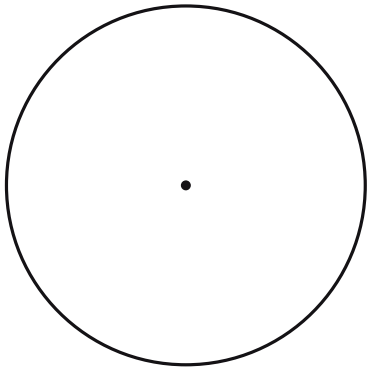
$$5x^2=20 \;\Rightarrow\; x^2=4 \;\Rightarrow\; x=2$$

٣. فالعرض 2 والطول 4، والمحيط:

$$2(4) + 2(2) = 12$$

س553 مساحة المنطقة المظللة

السؤال: أوجد مساحة الجزء المظلل بالسنتيمتر المربع (دائرة نصف قطرها 7 cm محاطة بمربع، و $\pi = \frac{22}{7}$)



الخيارات:
أ) 196
ب) 154
ج) 49
د) 42

الإجابة: (د) 42
التلميح: ضلع المربع يساوي قطر الدائرة؛ اطرح مساحة الدائرة من مساحة المربع.
الحل:
١. طول ضلع المربع:

$$7 + 7 = 14$$

٢. مساحة المربع:

$$14 \times 14 = 196$$

٣. مساحة الدائرة:

$$\frac{22}{7} \times 7^2 = 154$$

٤. المساحة المظللة:

$$196 - 154 = 42$$

س554 حجم متوازي المستطيلات والمتطابقات

السؤال: متوازي مستطيلات طوله $x^2 + 1$، وعرضه $x + 1$، وارتفاعه $x - 1$، فإن حجمه يساوي
الخيارات:
أ) $x^4 + 1$
ب) $x^4 - 1$
ج) $x^2 + 1$
د) $x^2 - 1$

الإجابة: (ب) $x^4 - 1$

التلميح: اضرب القوسين $(x+1)(x-1)$ أولاً ليظهر فرق بين مربعين مرتين متتاليتين.

الحل:

١. المجم = الطول × العرض × الارتفاع:

$$(x^2+1)(x+1)(x-1)$$

٢. القوسان الأخيران فرق بين مربعين:

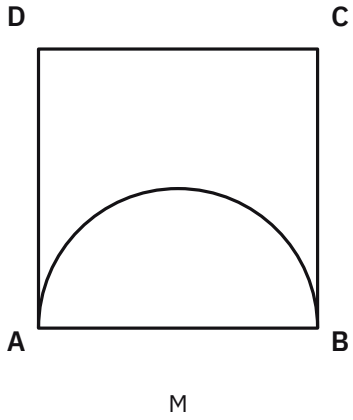
$$(x^2+1)(x^2-1)$$

٣. وهو أيضاً فرق بين مربعين:

$$= x^4 - 1$$

س555 نسب المساحات

السؤال: مربع $ABCD$ طول ضلعه 2 cm، مرسوم على أحد أضلاعه نصف دائرة مركزها M، أوجد نسبة مساحة نصف الدائرة إلى مساحة شبه المنحرف $ABCM$



الخيارات:

أ) $\frac{\pi}{2}$

ب) $\frac{\pi}{4}$

ج) $\frac{\pi}{6}$

د) $\frac{\pi}{12}$

الإجابة: (ج) $\frac{\pi}{6}$

التلميح: نصف قطر الدائرة نصف ضلع المربع، وقاعدتا شبه المنحرف هما 1 و 2

الحل:

١. نصف قطر الدائرة $= 1$ cm، فمساحة نصف الدائرة:

$$\frac{\pi(1)^2}{2} = \frac{\pi}{2}$$

٢. مساحة شبه المنحرف:

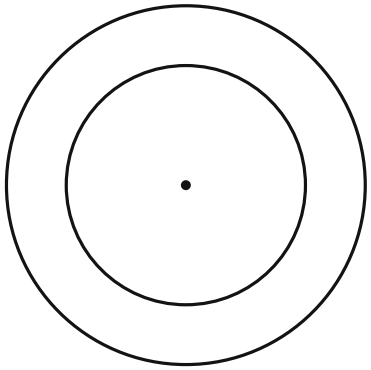
$$\frac{(1+2)\times 2}{2} = 3$$

٣. النسبة:

$$\frac{\pi}{2} \div 3 = \frac{\pi}{6}$$

س556 محيط الدائرة

السؤال: في الشكل المقابل المسافة بين الدائرتين تساوي 20 cm، كم يساوي الفرق بين محيطيهما؟



الخيارات:

أ) 20π

ب) 30π

ج) 40π

د) 60π

الإجابة: (ج) 40π

التلميح: أخرج 2π عاملاً مشتركاً من الفرق ليظهر فرق نصفي القطرين مباشرة.

الحل:

١. الفرق بين المحيطين:

$$2\pi r_2 - 2\pi r_1 = 2\pi(r_2 - r_1)$$

٢. وفرق نصفي القطرين هو المسافة المعطاة:

$$= 2\pi(20) = 40\pi$$

س557 مساحة المنطقة المظللة

السؤال: احسب مساحة الشكل المظلل بالسنتيمتر المربع إذا كانت مساحة المستطيل $32\ \text{cm}^2$ وكلٌّ من المثلثين متطابقَي الضلعين (أضلاعهما 4 و 3)



الخيارات:
أ) 18.5
ب) 19.5
ج) 20.5
د) 21.5
الإجابة: (ب) 19.5
التلميح: احسب مساحة كل مثلث على حدة ثم اطرح مجموعهما من مساحة المستطيل.
الحل:
١. مساحة المثلث الأول:

$$\frac{4 \times 4}{2} = 8$$

٢. مساحة المثلث الثاني:

$$\frac{3 \times 3}{2} = 4.5$$

٣. المساحة المظللة:

$$32 - (8 + 4.5) = 19.5$$

س558 المساحة وتحويل الوحدات

السؤال: غرفة مستطيلة الشكل طولها 5 m وعرضها 3 m، يراد تبليطها ببلاطة مربعة الشكل طولها 30 cm بشرط عدم تكسير البلاط، كم مساحة الجزء الباقي من الغرفة بدون تبليط؟
الخيارات:
أ) $1.5\ \text{m}^2$
ب) $1.25\ \text{m}^2$
ج) $0.9\ \text{m}^2$
د) $0.6\ \text{m}^2$
الإجابة: (د) $0.6\ \text{m}^2$
التلميح: وحّد الوحدات ثم اختبر قابلية القسمة في كل بُعد على حدة؛ العرض قد لا يترك باقياً.
الحل:
١. نوحّد الوحدات:

$$5\ \text{m} = 500\ \text{cm}, \qquad 3\ \text{m} = 300\ \text{cm}$$

٢. العرض لا مشكلة فيه لأن:

$$\frac{300}{30} = 10$$

٣. أما الطول فيترك باقياً:

$$\frac{500}{30} = 16 \text{ والباقي } 20 \text{ cm}$$

٤. مساحة الجزء المتبقي:

$$20 \times 300 = 6000 \text{ cm}^2 = \frac{6000}{10000} = 0.6 \text{ m}^2$$

س559 مساحة الدائرة ومحيطها

السؤال: إذا كانت مساحة دائرة $36\pi \text{ cm}^2$ فإن محيطها يساوي

الخيارات:

أ) 6π cm

ب) 12π cm

ج) 36π cm

د) 72π cm

الإجابة: (ب) 12π cm

التلميح: استخرج نصف القطر من المساحة أولاً، ثم عوّض في قانون المحيط.

الحل:

١. من قانون المساحة:

$$\pi r^2 = 36\pi \Rightarrow r^2 = 36 \Rightarrow r = 6$$

٢. بقانون المحيط:

$$2\pi r = 2 \times 6\pi = 12\pi$$

س560 مساحة المستطيل ومحيطه

السؤال: مستطيل مساحته 66 وعرضه 6 وطوله $2n+1$، كم محيطه؟

الخيارات:

أ) 11

ب) 17

ج) 34

د) 36

الإجابة: (ج) 34

التلميح: أوجد الطول من المساحة أولاً، لا تتوقف عند الطول فالمطلوب المحيط.

الحل:

١. من قانون المساحة:

$$(2n+1) \times 6 = 66 \Rightarrow 2n+1 = 11$$

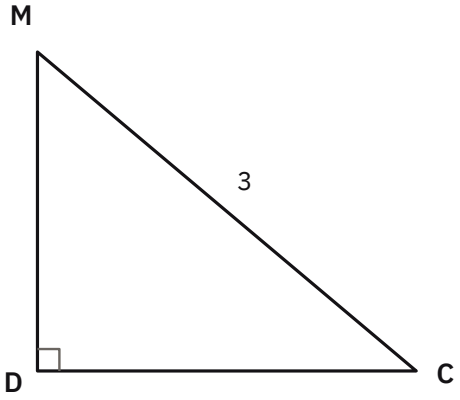
٢. أي أن الطول $= 11$

٣. بقانون المحيط:

$$2(11+6) = 34$$

س561 مساحة المثلث ونظرية فيثاغورس

السؤال: مربع طول ضلعه 3، قسّمت المستقيمات NC و MC المربع إلى ثلاث مساحات متساوية، ما طول MC؟



الخيارات:
أ) $\sqrt{13}$
ب) $\sqrt{14}$
ج) 3
د) 4

الإجابة: أ) $\sqrt{13}$

التلميح: مساحة كل جزء ثلث مساحة المربع؛ استخدمها لإيجاد DM ثم طبّق فيثاغورس.

الحل:

١. مساحة المربع $= 9$، فمساحة كل جزء $= 3$

٢. في المثلث DCM نطبق قانون مساحة المثلث:

$$\frac{1}{2} \times 3 \times DM = 3 \;\Rightarrow\; DM = 2$$

٣. بفيثاغورس:

$$MC = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

س562 المساحة بالتعبير الجبري

السؤال: في الشكل أدناه ما مساحة الشكل 2 (مكوّن من مربع ضلعه x ومستطيلين بُعداهما x و y)



الخيارات:
أ) $x^2 + 2xy$
ب) $x^2 + 2y$

ج) $(x-y)(x-1)$
د) $(x-y)(x+y)$

الإجابة: أ) x^2+2xy

التلميح: اجمع مساحات الأجزاء الثلاثة: مربع ومستطيلان متطابقان.

الحل:

١. مساحة الجزء الأول:

$$x^2$$

٢. مساحتا الجزأين الآخرين:

$$xy+yx=2xy$$

٣. المجموع:

$$x^2+2xy$$

س563 مقياس الرسم

السؤال: إذا كان مقياس الرسم $1\text{ cm}:250\text{ km}$ وكانت المسافة بين المدينتين على الخريطة 3.5 cm، فكم المسافة الفعلية بين المدينتين بالكيلومتر؟

الخيارات:

أ) 625
ب) 725
ج) 875
د) 975

الإجابة: ج) 875

التلميح: كوّن تناسباً بين مقياس الرسم والمسافة المعطاة ثم اضرب طرفين في وسطين.

الحل:

١. نكوّن التناسب:

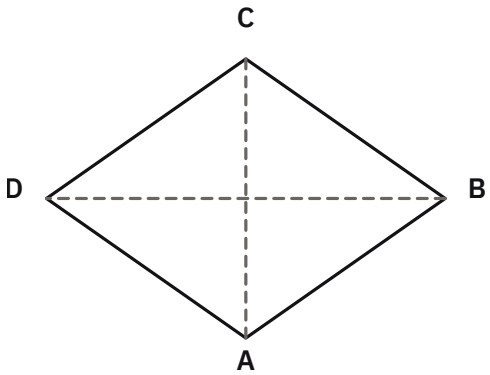
$$\frac{250}{1}=\frac{x}{3.5}$$

٢. بالضرب التبادلي:

$$x=250\times3.5=875$$

س564 محيط المعيّن وقطراه

السؤال: وُضع سياج حول حديقة على شكل معيّن طولا قطريه 16 و 12 متراً، فكم طول السياج بالمتر؟



الخيارات:

أ) 10
ب) 28
ج) 40
د) 96

الإجابة: (ج) 40

التلميح: قطرا المعيّن يتعامدان وينصّف كلٌّ منهما الآخر، فينشأ مثلث قائم ضلعاه نصفا القطرين.

الحل:

١. نصفا القطرين هما 8 و 6، وبنظرية فيثاغورس:

$$x^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow x = 10$$

٢. وطول السياج هو محيط المعيّن:

$$4 \times 10 = 40$$

س565 نسبة مساحتي شكلين متشابهين

السؤال: مثلثان متشابهان أضلاعهما x, y, z و $4x, 4y, 4z$، فإن النسبة بين مساحة المثلث الكبير إلى مساحة المثلث الصغير تساوي

الخيارات:

أ) 2
ب) 4
ج) 8
د) 16

الإجابة: (د) 16

التلميح: نسبة المساحتين تساوي مربع نسبة التشابه لا نسبة التشابه نفسها.

الحل:

١. نسبة التشابه:

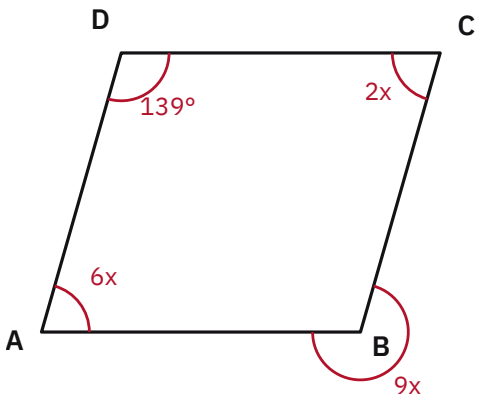
$$\frac{4x}{x} = 4$$

٢. والنسبة بين المساحتين مربع نسبة التشابه:

$$4^2 = 16$$

س566 الزوايا الخارجية للمضلع

السؤال: مقدار x في الشكل المجاور (الزوايا الخارجية: $6x$ و $9x$ و $2x$ و 139)



الخيارات:

أ) 11

ب) 13
ج) 17
د) 19

الإجابة: (ب) 13

التلميح: مجموع الزوايا الخارجية لأي مضلع يساوي $360°$ مهما كان عدد أضلاعه.

الحل:

١. نجمع الزوايا الخارجية:

$$6x + 9x + 2x + 139 = 360$$

٢. بالتبسيط:

$$17x = 221$$

٣. إذن:

$$x = \frac{221}{17} = 13$$

س567 وحدات قياس الزوايا

السؤال: 1 راديان يساوي تقريباً

الخيارات:

أ) $180°$
ب) $90°$
ج) $57°$
د) 0

الإجابة: (ج) $57°$

التلميح: π راديان $= 180°$، فاقسم 180 على π

الحل:

١. نطبق العلاقة:

$$1 \text{ rad} = \frac{180}{\pi} \approx \frac{180}{3.14}$$

٢. إذن:

$$\approx 57.3°$$

س568 مقياس الرسم

السؤال: إذا كانت المسافة بين المدينتين A و B على الرسم 9 cm، وكان مقياس الرسم 2 cm : 60 km، فإن المسافة الحقيقية بينهما تساوي

الخيارات:

أ) 270 km
ب) 120 km
ج) 540 km
د) 240 km

الإجابة: (أ) 270 km

التلميح: كوّن تناسباً بين المسافة على الرسم والمسافة الحقيقية.

الحل:

١. نكوّن التناسب:

$$\frac{9}{x} = \frac{2}{60}$$

٢. بالضرب التبادلي:

$$x = \frac{9 \times 60}{2} = 270$$

س569 محيط المستطيل والمربع

السؤال: مستطيل محيطه 60 سم، إذا زاد عرضه بمقدار 3 سم ونقص طوله بمقدار 3 سم فأصبح مربعاً، فكم تكون مساحة المربع بالسنتيمتر المربع؟

الخيارات:

أ) 100

ب) 144

ج) 225

د) 400

الإجابة: (ج) 225

التلميح: الزيادة في العرض تساوي النقص في الطول، فالمحيط لم يتغيّر.

الحل:

١. محيط المربع يساوي محيط المستطيل $= 60$

٢. طول ضلع المربع:

$$\frac{60}{4} = 15$$

٣. مساحة المربع:

$$15 \times 15 = 225$$

س570 مساحة المستطيل

السؤال: مستطيل طوله ثلاثة أمثال عرضه، فإذا كانت مساحته $48\ \text{cm}^2$ فكم يكون عرضه؟

الخيارات:

أ) 2

ب) 3

ج) 4

د) 6

الإجابة: (ج) 4

التلميح: افرض العرض x فالطول $3x$، وطبّق قانون المساحة.

الحل:

١. من قانون المساحة:

$$(3x)(x) = 48 \ \Rightarrow \ 3x^2 = 48$$

٢. بالقسمة:

$$x^2 = 16$$

٣. إذن:

$$x = 4$$

س571 محيط الدائرة في التطبيقات

السؤال: إذا كان طول نصف قطر عجلة شاحنة 50 cm ودارت إطاراتها 200 دورة، فكم تكون المسافة التي قطعتها الشاحنة بالأمتار تقريباً؟

الخيارات:

أ) 314

ب) 628

ج) 31400
د) 62800

الإجابة: (ب) 628

التلميح: الدورة الواحدة تقطع مسافة تساوي محيط العجلة؛ ولا تنسَ التحويل من السنتيمتر إلى المتر في النهاية.

الحل:

١. مسافة الدورة الواحدة (محيط الدائرة):

$$2\pi r = 2(3.14)(50) = 314 \text{ cm}$$

٢. مسافة 200 دورة:

$$314 \times 200 = 62800 \text{ cm}$$

٣. بالتحويل إلى المتر:

$$\frac{62800}{100} = 628 \text{ m}$$

س572 محيط المستطيل بالتعبير الجبري

السؤال: مستطيل محيطه 42 سم وعرضه $x - 5$ وطوله $x + 2$، أوجد قيمة x

الخيارات:

أ) 5
ب) 12
ج) 15
د) 20

الإجابة: (ب) 12

التلميح: المحيط مجموع أطوال الأضلاع الأربعة، أي ضِعف مجموع الطول والعرض.

الحل:

١. بقانون المحيط:

$$2(x + 2) + 2(x - 5) = 42$$

٢. بفك الأقواس:

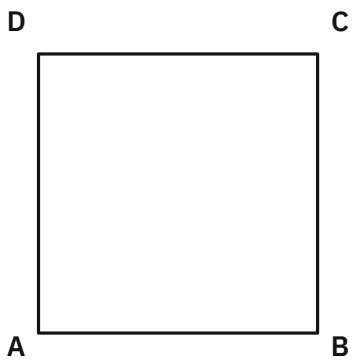
$$2x + 4 + 2x - 10 = 42 \;\Rightarrow\; 4x - 6 = 42$$

٣. إذن:

$$4x = 48 \;\Rightarrow\; x = 12$$

س573 محيط المثلث ونقاط المنتصف

السؤال: $ABCD$ مربع، M منتصف $\overline{AB}$، و N منتصف $\overline{AD}$، إذا كان محيط المربع 16 سم فما محيط المثلث AMN؟



الخيارات:
أ) $4+2\sqrt{2}$
ب) 8
ج) $8+2\sqrt{2}$
د) 12

الإجابة: (أ) $4+2\sqrt{2}$

التلميح: أوجد ضلع المربع من محيطه، فيكون $AM=AN$ نصفه، ثم أوجد الوتر بفيثاغورس.

الحل:

١. طول ضلع المربع:

$$\frac{16}{4}=4$$

٢. إذن:

$$AM=2,\qquad AN=2$$

٣. بفيثاغورس:

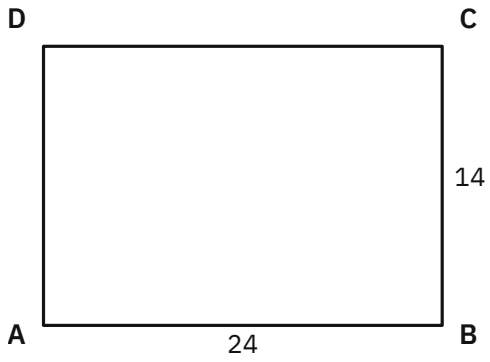
$$MN=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

٤. محيط المثلث:

$$2+2+2\sqrt{2}=4+2\sqrt{2}$$

س574 حجم متوازي المستطيلات في التطبيقات

السؤال: أراد صالح أن يصنع صندوقاً من المقوّى وذلك باقتطاع 4 مربعات متماثلة عند رؤوس مستطيل أبعاده 24 cm و 14 cm، طول ضلع كل مربع 2 cm، ثم طوى الأجزاء المتبقية. فما حجم الصندوق بالسنتيمترات المكعبة؟



الخيارات:
أ) 200
ب) 264
ج) 400
د) 528

الإجابة: (ج) 400

التلميح: كل بُعد ينقص بمقدار ضعف طول ضلع المربع المقتطع، وارتفاع الصندوق هو ضلع المربع نفسه.

الحل:

١. بعد الاقتطاع تصبح الأبعاد:

$$24-4=20,\qquad 14-4=10,\qquad \text{الارتفاع}=2$$

٢. الحجم = الطول × العرض × الارتفاع:

$$10 \times 20 \times 2 = 400$$

س575 المحيط في التطبيقات

السؤال: أرادت ناهد ربط هدية باستعمال شريط ملوّن كما بالشكل المبيّن، فكم طول الشريط بالسنتيمتر؟ (مستطيلان أبعادهما 20×30 و 30×40)



الخيارات:
أ) 180
ب) 220
ج) 240
د) 320

الإجابة: (ج) 240

التلميح: الشريط يحيط بالهدية في اتجاهين، فاجمع محيطَي المستطيلين.

الحل:

١. محيط المستطيل الأول:

$$(30 + 20) \times 2 = 100$$

٢. محيط المستطيل الثاني:

$$(40 + 30) \times 2 = 140$$

٣. المجموع:

$$100 + 140 = 240$$

س576 مساواة المساحات

السؤال: دائرة طول نصف قطرها 4 سم، مساحتها تساوي مساحة مثلث طول قاعدته π، أوجد ارتفاع المثلث بالسنتيمتر

الخيارات:
أ) 4
ب) 8
ج) 16
د) 32

الإجابة: (د) 32

التلميح: ساوِ بين مساحة الدائرة ومساحة المثلث، سيختصر π من الطرفين.

الحل:

٠١. مساحة الدائرة:

$$\pi r^2 = \pi(4)^2 = 16\pi$$

٠٢. مساحة المثلث:

$$\frac{\pi}{2} \times x$$

٠٣. بمساواة المساحتين:

$$\frac{\pi x}{2} = 16\pi \;\Rightarrow\; \frac{x}{2} = 16$$

٠٤. إذن:

$$x = 32$$

س577 المساحة الجانبية وحجم الأسطوانة

السؤال: أسطوانة ارتفاعها 10 cm ومساحتها الجانبية 100π cm^2، ما حجمها بالسنتيمتر المكعب؟
الخيارات:
أ) 300π
ب) 250π
ج) 200π
د) 150π
الإجابة: (ب) 250π
التلميح: المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع؛ استخرج منها نصف القطر أولاً.
الحل:
٠١. من المساحة الجانبية:

$$2\pi rh = 100\pi \;\Rightarrow\; 10 \times 2\pi r = 100\pi$$

٠٢. بالعزل:

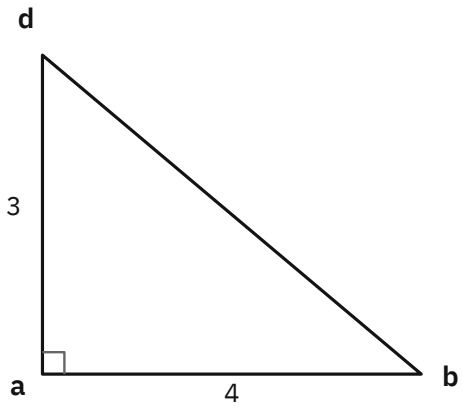
$$20\pi r = 100\pi \;\Rightarrow\; r = 5$$

٠٣. بقانون الحجم:

$$\pi r^2 h = \pi \times 25 \times 10 = 250\pi$$

س578 مساحة المربع ونظرية فيثاغورس

السؤال: في الشكل أدناه ما مساحة المربع $abdc$ بالسنتيمتر المربع؟ (مثلث قائم ضلعاه 4 cm و 3 cm ووتره ضلع المربع)



الخيارات:

أ) 5
ب) 7
ج) 25
د) 49

الإجابة: (ج) 25

التلميح: الوتر هو ضلع المربع، أوجده بفيثاغورس ثم ربّعه.

الحل:

١. بفيثاغورس:

$$ad = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

٢. مساحة المربع:

$$5 \times 5 = 25$$

س579 المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات

السؤال: في الشكل أدناه ما مساحة الأوجه بالمتر المربع؟ (الأبعاد 2 و 3 و 11)



الخيارات:

أ) 66
ب) 61
ج) 122
د) 88

الإجابة: (ج) 122

التلميح: لمتوازي المستطيلات ستة أوجه مثنى مثنى، فاجمع مساحات ثلاثة أزواج.

الحل:

١. نجمع مساحات الأوجه المتقابلة:

$$2(2 \times 3) + 2(3 \times 11) + 2(11 \times 2)$$

٢. بالحساب:

$$= 12 + 66 + 44 = 122$$

س580 مساحة سطح الهرم

السؤال: ما مساحة سطح الهرم الرباعي المنتظم الذي طول قاعدته 5 cm وارتفاعه الجانبي 10 cm بالسنتيمتر المربع؟

الخيارات:

أ) 115

ب) 120

ج) 125

د) 130

الإجابة: (ج) 125

التلميح: مساحة السطح الكلية = مساحة القاعدة + مساحات الأوجه الجانبية الأربعة (مثلثات).

الحل:

١. مساحة القاعدة المربعة:

$$5 \times 5 = 25$$

٢. مساحة الأوجه الجانبية الأربعة:

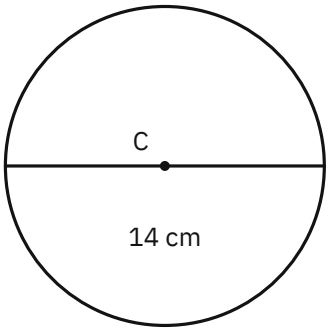
$$4\left(\frac{1}{2} \times 5 \times 10\right) = 4 \times 25 = 100$$

٣. مساحة سطح الهرم:

$$25 + 100 = 125$$

س581 مساحة الدائرة

السؤال: في الشكل أدناه C دائرة قطرها 14 cm، ما المساحة التقريبية للدائرة؟



الخيارات:

أ) 44

ب) 88

ج) 154

د) 308

الإجابة: (ج) 154

التلميح: المعطى هو القطر لا نصف القطر، فاقسمه على 2 أولاً.

الحل:

١. نصف القطر:

$$\frac{14}{2} = 7$$

٢. بقانون المساحة:

$$\pi r^2 = \frac{22}{7} \times 49 = 154$$

س582 تحويل وحدات السرعة

السؤال: إذا كانت سرعة جسم 600 متر في الدقيقة، فكم سرعته بالسنتيمتر لكل ثانية؟

الخيارات:

أ) 3600
ب) 1000
ج) 360
د) 100

الإجابة: (ب) 1000

التلميح: حوّل البسط من المتر إلى السنتيمتر (ضرب في 100) والمقام من الدقيقة إلى الثانية (ضرب في 60).

الحل:

١. نحوّل الوحدتين معاً:

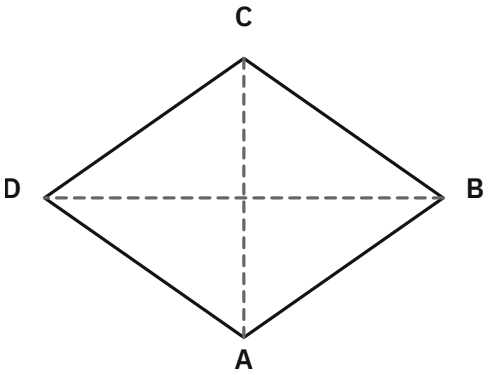
$$\frac{600 \text{ m}}{1 \text{ min}} = \frac{600 \times 100}{1 \times 60}$$

٢. بالحساب:

$$= \frac{60000}{60} = 1000 \text{ cm/s}$$

س583 مساحة المعيّن

السؤال: ما مساحة المعيّن $ABCD$ في الشكل أدناه؟ (ضلعه 4 ونصف أحد قطريه 2)



الخيارات:

أ) $8\sqrt{5}$
ب) $4\sqrt{5}$
ج) $4\sqrt{12}$
د) $2\sqrt{12}$

الإجابة: (ج) $4\sqrt{12}$

التلميح: مساحة المعيّن $= \frac{\text{حاصل ضرب القطرين}}{2}$؛ أوجد نصف القطر المجهول بفيثاغورس.

الحل:

١. بفيثاغورس نوجد نصف القطر:

$$x = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12}$$

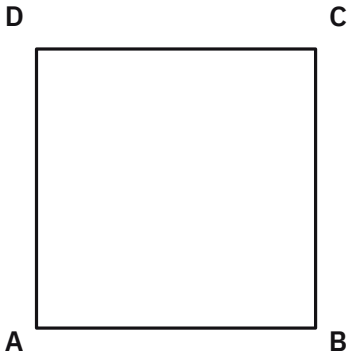
٢. فطول القطر الأول $2\sqrt{12}$ والآخر 4

٣. مساحة المعين:

$$\frac{2\sqrt{12} \times 4}{2} = 4\sqrt{12}$$

س584 نسب المساحات

السؤال: في الشكل أدناه نسبة مساحة المنطقة المظللة إلى مساحة الدائرة التي مركزها C تساوي (نصف قطر الدائرة 3 cm والمربع محيط بها)



الخيارات:

أ) $\frac{4}{\pi} - 1$

ب) $1 - \frac{4}{\pi}$

ج) $4 - \frac{1}{\pi}$

د) $\frac{1}{\pi} - 4$

الإجابة: (أ) $\frac{4}{\pi} - 1$

التلميح: المنطقة المظللة هي ما تبقّى من المربع بعد حذف الدائرة، والمقام هو مساحة الدائرة.

الحل:

١. طول ضلع المربع يساوي قطر الدائرة:

$$6$$

٢. مساحة المربع $36 =$، ومساحة الدائرة:

$$\pi(3)^2 = 9\pi$$

٣. النسبة المطلوبة:

$$\frac{36 - 9\pi}{9\pi} = \frac{36}{9\pi} - \frac{9\pi}{9\pi} = \frac{4}{\pi} - 1$$

س585 أثر تغيير الأبعاد على المساحة

السؤال: عند مضاعفة نصف قطر دائرة، فإن مساحتها الجديدة تصبح

الخيارات:

أ) مثلَي مساحتها السابقة

ب) ثلاثة أمثال مساحتها السابقة

ج) أربعة أمثال مساحتها السابقة

د) ستة أمثال مساحتها السابقة

الإجابة: (ج) أربعة أمثال مساحتها السابقة

التلميح: نصف القطر مرفوع للأس 2 في قانون المساحة، فمضاعفته تضرب المساحة في 2^2

الحل:

١. المساحة الجديدة:

$$\pi(2r)^2 = 4\pi r^2$$

٢. أي أربعة أمثال المساحة السابقة

س586 المفاهيم الهندسية والتمثيل

السؤال: وضّح الأستاذ خالد مفهومًا رياضيًا بتحويل متوازي أضلاع إلى مستطيل بقطع مثلث منه ونقله، ما المفهوم الذي يريد توضيحه؟

الخيارات:

أ) مساحة متوازي الأضلاع

ب) مساحة المربع

ج) مساحة المستطيل

د) مساحة مثلث قائم الزاوية

الإجابة: (أ) مساحة متوازي الأضلاع

التلميح: الشكل يبيّن كيفية اشتقاق قانون مساحة شكل من شكل آخر معروف قانونه.

الحل:

١. الشكل يوضّح إمكانية تحويل متوازي الأضلاع إلى مستطيل

٢. وذلك لاشتقاق قانون مساحة متوازي الأضلاع من قانون مساحة المستطيل

س587 حجم متوازي المستطيلات من مساحات أوجهه

السؤال: إذا كانت أبعاد متوازي مستطيلات أعداداً صحيحة، وكانت المساحات السطحية لسطوحه هي $6, 6, 8, 8, 12, 12$ فما حجمه؟

الخيارات:

أ) 242

ب) 122

ج) 24

د) 12

الإجابة: (ج) 24

التلميح: كل مساحة هي حاصل ضرب بُعدين؛ ابحث عن ثلاثة أعداد صحيحة تحقّق الثلاثة معاً.

الحل:

١. نحلّل مساحات الأوجه:

$$3 \times 2 = 6, \qquad 4 \times 2 = 8, \qquad 4 \times 3 = 12$$

٢. إذن الأبعاد هي $2, 3, 4$

٣. الحجم:

$$4 \times 3 \times 2 = 24$$

س588 العلاقة بين مساحة الدائرة ومحيطها

السؤال: إذا كانت القيمة العددية لمساحة دائرة 5 أضعاف القيمة العددية لمحيطها، فإن نصف قطر الدائرة يساوي

الخيارات:

أ) 5

ب) 10

ج) 15

د) 20

الإجابة: (ب) 10

التلميح: كوّن معادلة بين القانونين ثم اختصر πr من الطرفين.

الحل:

١. نكوّن المعادلة:

$$\pi r^2 = 5(2\pi r)$$

٢. بالتبسيط:

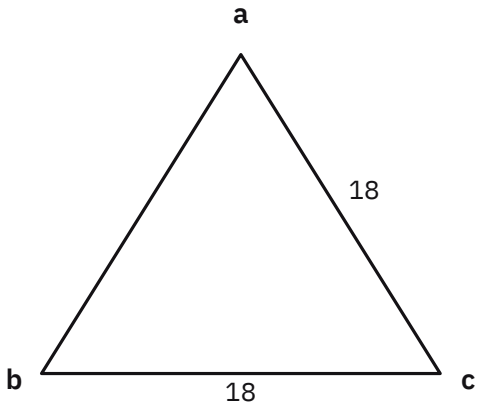
$$\pi r^2 = 10\pi r$$

٣. بالقسمة على πr:

$$r = 10$$

س589 محيط متوازي الأضلاع

السؤال: في الشكل أدناه abc مثلث متطابق الضلعين، إذا كان $ab = ac = 18$ cm، فما محيط متوازي الأضلاع $adef$؟



الخيارات:

أ) 32

ب) 34

ج) 36

د) 38

الإجابة: (ج) 36

التلميح: بالتناظر يكون $de = db$، فمجموع الطول والعرض يساوي ضلع المثلث كاملاً.

الحل:

١. بالتناظر مع تطابق الضلعين:

$$de = db$$

٢. إذن:

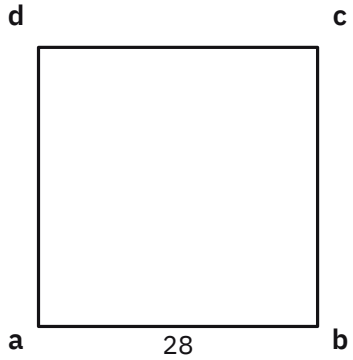
$$ad + de = ad + db = ab = 18$$

٣. محيط متوازي الأضلاع يساوي ضعف مجموع الطول والعرض:

$$2 \times 18 = 36$$

س590 مساحة المربع المركّب

السؤال: في الشكل أدناه مربع $abcd$ طول ضلعه 28 cm، ما مساحة المربع المظلل بالسنتيمتر المربع؟ (يبعد عن كل جانب 8 cm)



الخيارات:

أ) 100
ب) 121
ج) 144
د) 400

الإجابة: (ج) 144

التلميح: اطرح المسافتين من طرفي الضلع لتحصل على ضلع المربع المظلل، ثم ربّعه.

الحل:

١. طول ضلع المربع المظلل:

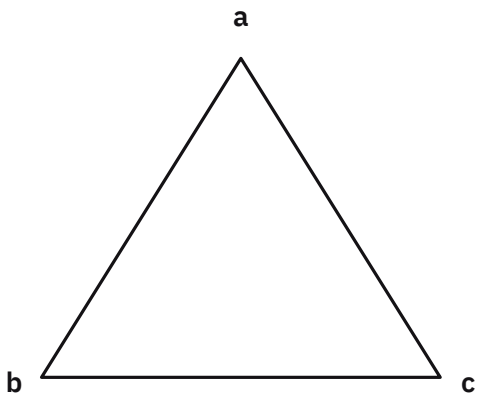
$$28 - 8 - 8 = 12$$

٢. مساحته:

$$12 \times 12 = 144$$

س591 نسبة مساحتي مثلثين متشابهين

السؤال: في الشكل أدناه abc مثلث متطابق الضلعين فيه $ab = ac$، إذا كانت مساحة المثلث المظلل $8\ \text{cm}^2$، فما مساحة المثلث abc بالسنتيمتر المربع؟



الخيارات:

أ) 40
ب) 32
ج) 24
د) 16

الإجابة: (ب) 32

التلميح: نسبة التشابه $\frac{1}{2}$، والنسبة بين المساحتين مربعها لا هي نفسها.

الحل:

١. نسبة التشابه بين المثلثين:

$$\frac{1}{2}$$

٢. النسبة بين المساحتين مربع نسبة التشابه:

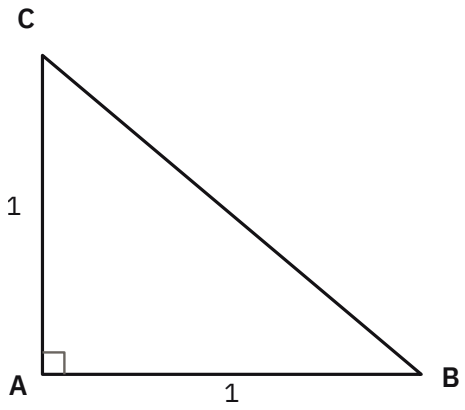
$$\frac{\text{المظلل}}{abc} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

٣. إذن:

$$abc = 4 \times 8 = 32$$

س592 مساحة المربع ونظرية فيثاغورس

السؤال: في الشكل أدناه رُسم مربع داخل مثلث متطابق الضلعين ضلعا قائمته 1 cm، ما مساحة المربع بالسنتيمتر المربع؟



الخيارات:

أ) 1
ب) 2
ج) $\sqrt{2}$
د) $\sqrt{3}$

الإجابة: (ب) 2

التلميح: ضلع المربع هو وتر مثلث قائم ضلعاه 1 و 1؛ ثم لا تنسَ تربيع الناتج.

الحل:

١. بفيثاغورس نوجد ضلع المربع:

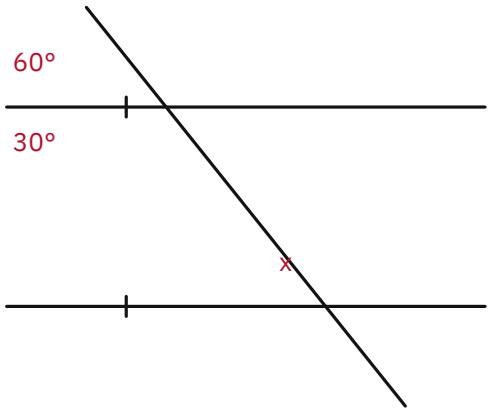
$$\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

٢. مساحة المربع:

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

س593 زوايا المعيّن داخل المستطيل

السؤال: في الشكل أدناه معيّن مرسوم داخل مستطيل، ما قياس الزاوية x؟ (الزوايا المعطاة $60°$ و $30°$)



الخيارات:

أ) $100°$

ب) $120°$

ج) $140°$

د) $150°$

الإجابة: (ب) $120°$

التلميح: الزاوية x رأس مثلث زاويتاه الأخريان $30°$ لكلٍّ منهما.

الحل:

١. من مجموع زوايا المثلث:

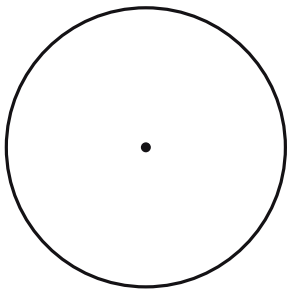
$$m\angle x = 180 - (30 + 30)$$

٢. إذن:

$$= 120°$$

س594 مساحة الدائرة والمثلث

السؤال: في الشكل أدناه دائرة مساحتها 16π، ما مساحة المثلث؟



الخيارات:

أ) 4
ب) 3
ج) 16
د) 2

الإجابة: (ج) 16

التلميح: أوجد نصف القطر من المساحة، ثم لاحظ أن المثلث مكوّن من مثلثين قائمين ضلعاهما نصف القطر.

الحل:

١. من مساحة الدائرة:

$$\pi r^2 = 16\pi \;\Rightarrow\; r = 4$$

٢. مساحة المثلث الواحد:

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

٣. مساحة المثلث كاملاً:

$$8 + 8 = 16$$

س595 المساحة الجانبية في التطبيقات

السؤال: بناء طوله 12 m، وعرضه 8 m، وارتفاعه 5 m، به 10 شبابيك مساحة الواحد منها $1.5\ \text{m}^2$، والباب مساحته $5\ \text{m}^2$. إذا أردنا طلاء جدرانه وكان كل $1.5\ \text{m}^2$ يستهلك لتراً واحداً، كم لتراً يستهلك طلاء البناء؟

الخيارات:

أ) 120
ب) 90
ج) 53
د) 50

الإجابة: (أ) 120

التلميح: المطلوب الجدران فقط (المساحة الجانبية)، واطرح منها مساحات الشبابيك والباب قبل القسمة.

الحل:

١. المساحة الجانبية:

$$2(8 + 12) \times 5 = 200\ \text{m}^2$$

٢. مساحة الشبابيك والباب:

$$(10 \times 1.5) + 5 = 20\ \text{m}^2$$

٣. المساحة المراد طلاؤها:

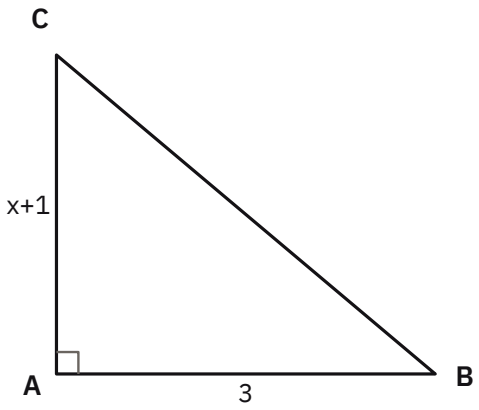
$$200 - 20 = 180\ \text{m}^2$$

٤. عدد اللترات:

$$\frac{180}{1.5} = 120$$

س596 نظرية فيثاغورس ومحيط المثلث

السؤال: أوجد محيط المثلث المجاور كقيمة عددية (مثلث قائم ضلعاه x و 3 ووتره $x + 1$)



الخيارات:
أ) 12
ب) 13
ج) 14
د) 15

الإجابة: (أ) 12
التلميح: طبّق فيثاغورس فيختصر الحد x^2 وتبقى معادلة خطية، ثم اجمع الأضلاع الثلاثة.
الحل:
١. بتطبيق فيثاغورس:

$$(x+1)^2 = x^2 + 3^2$$

٢. بفك المربع والاختصار:

$$2x + 1 = 9 \;\Rightarrow\; 2x = 8 \;\Rightarrow\; x = 4$$

٣. فالأضلاع هي $3, 4, 5$، والمحيط:

$$3 + 4 + 5 = 12$$

س597 تحويل وحدات الطول

السؤال: كم سنتيمتراً لكل 0.00064 km؟
الخيارات:
أ) 64
ب) 0.64
ج) 0.064
د) 6.4

الإجابة: (أ) 64
التلميح: من الكيلومتر إلى المتر نضرب في 1000، ومن المتر إلى السنتيمتر نضرب في 100
الحل:
١. نضرب في معاملي التحويل:

$$0.00064 \times 1000 \times 100$$

٢. بالحساب:

$$= 0.64 \times 100 = 64 \text{ cm}$$

س598 مساحة سطح المكعب

السؤال: أوجد طول حرف مكعب، إذا كانت مساحته 54

الخيارات:

أ) 27

ب) 16

ج) 9

د) 3

الإجابة: (د) 3

التلميح: للمكعب ستة أوجه مربعة متطابقة، فالمساحة $= 6x^2$

الحل:

١. من قانون مساحة المكعب:

$$6x^2 = 54$$

٢. بالقسمة:

$$x^2 = 9$$

٣. إذن:

$$x = 3$$

س599 العلاقة بين الدائرة والمربع المحيط

السؤال: إذا كانت مساحة الدائرة $4a\pi$، ما هي مساحة المربع؟

الخيارات:

أ) $4a$

ب) $8a$

ج) $16a$

د) $24a$

الإجابة: (ج) $16a$

التلميح: ضلع المربع المحيط بالدائرة يساوي قطرها، أي ضعف نصف القطر.

الحل:

١. من مساحة الدائرة:

$$\pi r^2 = 4a\pi \;\Rightarrow\; r^2 = 4a \;\Rightarrow\; r = 2\sqrt{a}$$

٢. طول ضلع المربع (القطر):

$$2r = 4\sqrt{a}$$

٣. مساحة المربع:

$$4\sqrt{a} \times 4\sqrt{a} = 16a$$

س600 المساحة بين دائرتين

السؤال: الدائرة الكبيرة نصف قطرها 6 أضعاف نصف قطر الدائرة الصغيرة، أوجد المساحة بين الدائرتين

الخيارات:

أ) $36r^2\pi$

ب) $35r^2\pi$

ج) $30r^2\pi$

د) $6r^2\pi$

الإجابة: (ب) $35r^2\pi$

التلميح: مضاعفة نصف القطر ستة أضعاف تضرب المساحة في 6^2، ثم اطرح المساحة الصغيرة.

الحل:

١. مساحة الدائرة الكبيرة:

$$\pi(6r)^2 = 36r^2\pi$$

٢. مساحة الدائرة الصغيرة:

$$\pi r^2$$

٣. المساحة بينهما:

$$36r^2\pi - r^2\pi = 35r^2\pi$$

س601 مساحة المستطيل والتحليل

السؤال: إذا كانت مساحة المستطيل $2x^2 - x - 15$، وأحد أبعاده $(x - 3)$، فإن بعده الثاني

الخيارات:

أ) $2x - 3$

ب) $2x + 5$

ج) $x + 3$

د) $x - 5$

الإجابة: (ب) $2x + 5$

التلميح: المساحة حاصل ضرب البعدين، فحلّل الثلاثية إلى قوسين أحدهما $(x - 3)$

الحل:

١. نحلّل بالتجزئة:

$$2x^2 - 6x + 5x - 15$$

٢. بأخذ العوامل المشتركة:

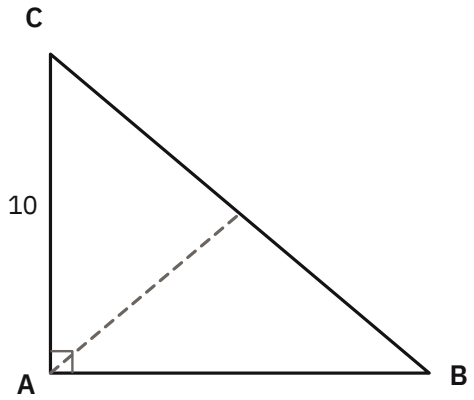
$$2x(x - 3) + 5(x - 3) = (2x + 5)(x - 3)$$

٣. إذن البعد الثاني:

$$(2x + 5)$$

س602 مساحة المثلث القائم

السؤال: مساحة المثلث في الشكل المجاور (ارتفاعه 6 ووتره 10)



الخيارات:

أ) 12

ب) 24

ج) 30

د) 48

الإجابة: (ب) 24

التلميح: القاعدة غير معطاة، استخرجها من ثلاثية فيثاغورس $(6, 8, 10)$

الحل:

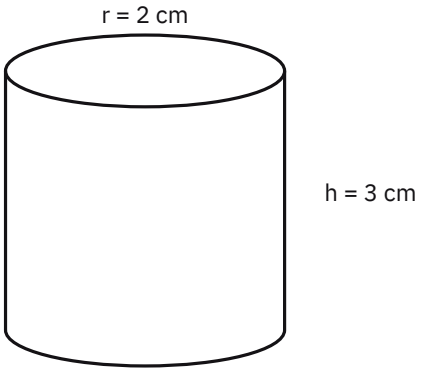
١. من ثلاثيات فيثاغورس طول القاعدة $= 8$

٢. بقانون مساحة المثلث:

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$

س603 المساحة الجانبية للأسطوانة (1444)

السؤال: أسطوانة نصف قطرها 2 cm، وارتفاعها 3 cm، فإن مساحتها الجانبية تساوي



الخيارات:

أ) 4π

ب) 6π

ج) 9π

د) 12π

الإجابة: (د) 12π

التلميح: المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع، أي $2\pi rh$

الحل:

١. نطبق القانون:

$$2\pi rh = 2\pi \times 2 \times 3$$

٢. إذن:

$$= 12\pi$$

س604 مقياس الرسم

السؤال: خريطة كل 30 سم تعادل 120 كلم، فكم يكون مقياس الرسم؟

الخيارات:

أ) 1 : 4

ب) 1 : 400

ج) 1 : 4000

د) 1 : 400000

الإجابة: (د) 1 : 400000

التلميح: وحّد الوحدات قبل القسمة: حوّل الكيلومترات إلى سنتيمترات (ضرب في 100000).

الحل:
١. نحوّل المسافة الحقيقية:

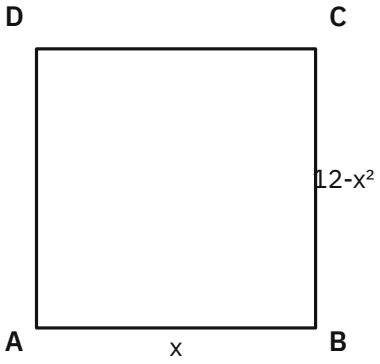
$$120\text{ km} = 12000000\text{ cm}$$

٢. مقياس الرسم:

$$\frac{30}{12000000} = \frac{1}{400000}$$

س605 مساحة المربع والمعادلات التربيعية

السؤال: مساحة المربع في الشكل المجاور (ضلعاه x و $12 - x^2$)



الخيارات:
أ) 9
ب) 16
ج) 20
د) 36

الإجابة: (أ) 9

التلميح: أضلاع المربع متطابقة، فساوِ بينها، واستبعد الجذر السالب لأن الطول لا يكون سالباً.

الحل:
١. بتساوي الضلعين:

$$12 - x^2 = x \;\Rightarrow\; x^2 + x - 12 = 0$$

٢. بالتحليل:

$$(x-3)(x+4) = 0 \;\Rightarrow\; x = 3 \text{ أو } x = -4$$

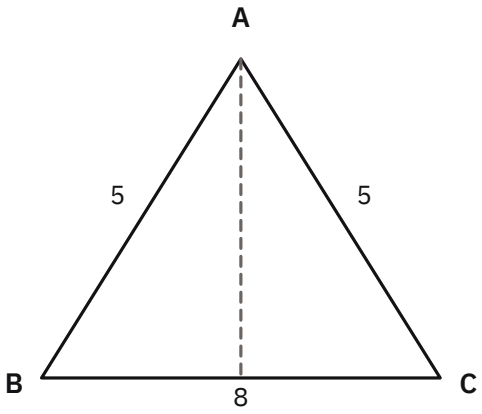
٣. نرفض $x = -4$ لأن الطول لا يكون سالباً، فطول الضلع 3

٤. مساحة المربع:

$$3 \times 3 = 9$$

س606 مساحة المثلث متطابق الساقين

السؤال: مساحة المثلث في الشكل المجاور (ساقاه 5 و 5 وقاعدته 8)



الخيارات:
أ) 10
ب) 12
ج) 14
د) 16

الإجابة: (ب) 12

التلميح: الارتفاع ينصّف القاعدة في المثلث متطابق الساقين، فطبّق فيثاغورس على نصف القاعدة.

الحل:

١. الارتفاع ينصّف القاعدة، وبفيثاغورس:

$$\sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3$$

٢. مساحة المثلث:

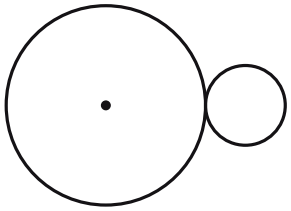
$$\frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$$

٣. وبصيغة هيرون نحصل على النتيجة نفسها:

$$s = \frac{5+5+8}{2} = 9, \qquad \sqrt{9(4)(4)(1)} = \sqrt{144} = 12$$

س607 محيط الدائرة ونصف قطرها

السؤال: إذا كانت الدائرة A محيطها 6 وحدات، والدائرة B محيطها 2 وحدة (وهما متماستان)، كم المسافة بين A و B؟



الخيارات:

أ) 4
ب) $\frac{2}{\pi}$
ج) $\frac{3}{\pi}$
د) $\frac{4}{\pi}$

الإجابة: (د) $\frac{4}{\pi}$

التلميح: المسافة بين المركزين هي مجموع نصفي القطرين؛ استخرج كلاً منهما من المحيط.

الحل:

١. نصف قطر الدائرة A:

$$2\pi r = 6 \;\Rightarrow\; r = \frac{3}{\pi}$$

٢. نصف قطر الدائرة B:

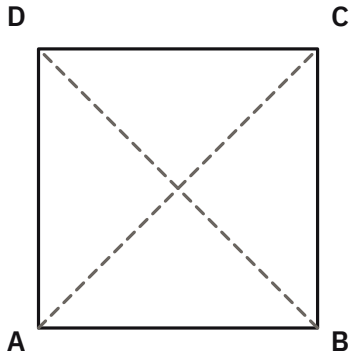
$$2\pi r = 2 \;\Rightarrow\; r = \frac{1}{\pi}$$

٣. المسافة بين المركزين:

$$\frac{3}{\pi} + \frac{1}{\pi} = \frac{4}{\pi}$$

س608 زوايا المربع وأقطاره

السؤال: في المربع $ABCD$ المجاور، إذا علمت أن x مركز المربع، فإن قيمة الزاوية المنعكسة x بالدرجات تساوي



الخيارات:

أ) 90
ب) 180
ج) 270
د) 300

الإجابة: (ج) 270

التلميح: أنصاف الأقطار تنصّف زوايا المربع، فتصبح كل زاوية عند المركز قائمة؛ والزاوية المنعكسة تكمل الدورة.

الحل:

١. أنصاف الأقطار تنصّف زوايا المربع:

$$m\angle ABX = 45^\circ, \qquad m\angle XAB = 45^\circ$$

٢. من مجموع زوايا المثلث:

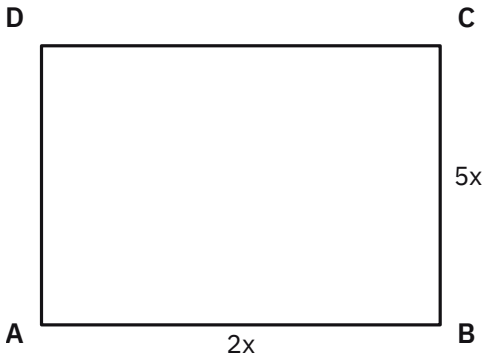
$$m\angle AXB = 180 - 45 - 45 = 90^\circ$$

٣. والزاوية المنعكسة تكمل الدورة الكاملة:

$$360 - 90 = 270^\circ$$

س610 مساواة مساحة المستطيل والمثلث (1444)

السؤال: ما قيمة x التي تجعل المستطيل (بُعداه $2x$ و $5x$) والمثلث (قاعدته $15x$ وارتفاعه 12) لهما نفس المساحة؟



الخيارات:
أ) 3
ب) 6
ج) 9
د) 12

الإجابة: (ج) 9

التلميح: ساوِ بين المساحتين ثم اقسم الطرفين على x (بعد استبعاد الحل الصفري).

الحل:

١. بمساواة المساحتين:

$$(2x)(5x) = \frac{1}{2} \times 12 \times 15x$$

٢. بالتبسيط:

$$10x^2 = 90x$$

٣. بالقسمة على $10x$:

$$x = 9$$

س611 مقياس الرسم (1444)

السؤال: إذا كان مقياس الرسم على الخريطة 1 : 5000، وكانت المسافة بين مدينتين على الخريطة 60 cm، كم المسافة الحقيقية بين المدينتين بالكيلومترات؟

الخيارات:
أ) 3
ب) 9
ج) 12
د) 18

الإجابة: (أ) 3

التلميح: انتبه لوحدات المقياس؛ الناتج بالسنتيمتر ويحتاج تحويلاً إلى الكيلومتر بالقسمة على 100000

الحل:
١. بالتناسب:

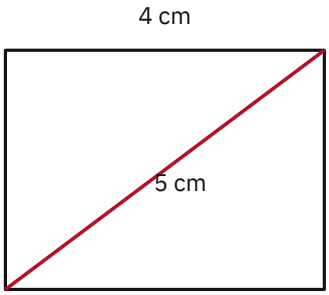
$$\frac{1}{5000} = \frac{60}{x} \Rightarrow x = 300000 \text{ cm}$$

٢. بالتحويل إلى الكيلومتر:

$$\frac{300000}{100000} = 3 \text{ km}$$

س612 مساحة المستطيل ونظرية فيثاغورس (1444)

السؤال: مستطيل قطره 5 cm، وأحد أضلاعه 4 cm، ما هي مساحته؟



الخيارات:
أ) 6
ب) 12
ج) 16
د) 20
الإجابة: (ب) 12
التلميح: القطر هو وتر مثلث قائم ضلعاه بُعدا المستطيل؛ استخرج الضلع الآخر بفيثاغورس.
الحل:
١. بفيثاغورس:

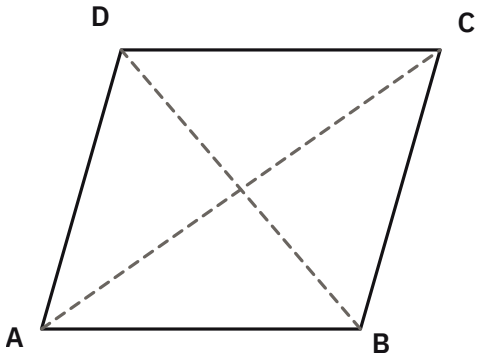
$$\sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3$$

٢. مساحة المستطيل:

$$3 \times 4 = 12$$

س613 محيط متوازي الأضلاع (1444)

السؤال: الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع قطره 2 cm والمثلث ABD متطابق الزوايا، أوجد محيطه



الخيارات:
أ) 4
ب) 8
ج) 16
د) 24

الإجابة: (ب) 8

التلميح: المثلث متطابق الزوايا يعني أنه متطابق الأضلاع، فكل ضلع يساوي طول القطر.

الحل:

١. المثلث ABD متطابق الزوايا إذن متطابق الأضلاع:

$$AB = 2 \text{ cm}, \qquad AD = 2 \text{ cm}$$

٢. والأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة:

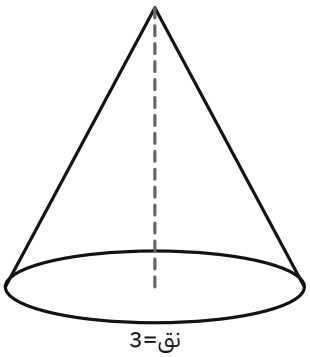
$$BC = 2, \qquad CD = 2$$

٣. المحيط:

$$2 + 2 + 2 + 2 = 8$$

س614 حجم المخروط (1444)

السؤال: حجم المخروط المجاور 9π، أوجد حجم الجزء الممتلئ (نصف قطر الجزء الفارغ 1 وارتفاعه 1)



الخيارات:
أ) 3π
ب) 4π

ج) $\frac{27\pi}{3}$
د) $\frac{26\pi}{3}$

الإجابة: (د) $\frac{26\pi}{3}$

التلميح: احسب حجم الجزء الفارغ (مخروط صغير) واطرحه من حجم المخروط الكامل.

الحل:

١. من حجم المخروط نوجد الارتفاع:

$$\frac{1}{3}\pi(3)^2 h = 9\pi \;\Rightarrow\; h = 3$$

٢. ارتفاع الجزء الفارغ:

$$3 - 2 = 1$$

٣. حجم الجزء الفارغ:

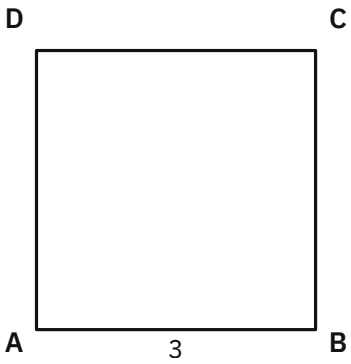
$$\frac{1}{3}\pi(1)^2(1) = \frac{\pi}{3}$$

٤. حجم الجزء الممتلئ:

$$9\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{27\pi - \pi}{3} = \frac{26\pi}{3}$$

س615 مساحة شبه المنحرف

السؤال: مربع طول ضلعه 3 وحدات، E تنصّف AB، و F تنصّف BC، أوجد مساحة الشكل $DEBF$



الخيارات:
أ) 4
ب) 4.5
ج) 5.5
د) 9

الإجابة: (ب) 4.5

التلميح: اطرح مساحتَي المثلثين FCD و AED من مساحة المربع.

الحل:

١. مساحة المربع:

$$3 \times 3 = 9$$

٢. مساحة كل مثلث:

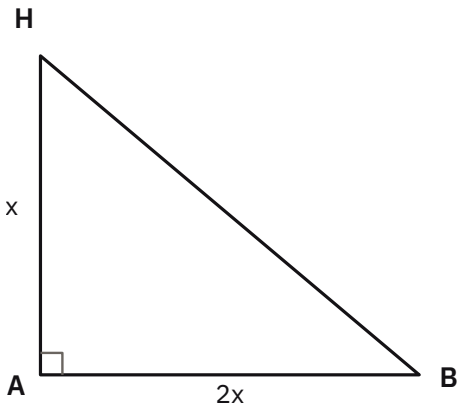
$$\frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

٣. المساحة المطلوبة:

$$9 - 2\left(\frac{9}{4}\right) = 9 - 4.5 = 4.5$$

س616 مساحة المثلث ونظرية فيثاغورس

السؤال: إذا كانت مساحة المثلث المجاور 400 (ضلعاه $2x$ و x)، فإن طول H يساوي



الخيارات:

أ) $20\sqrt{5}$

ب) $40\sqrt{5}$

ج) 20

د) 40

الإجابة: (أ) $20\sqrt{5}$

التلميح: أوجد x من المساحة أولاً، ثم طبّق فيثاغورس لإيجاد الوتر H

الحل:

١. من قانون المساحة:

$$\frac{(2x)(x)}{2} = 400 \;\Rightarrow\; x^2 = 400 \;\Rightarrow\; x = 20$$

٢. بفيثاغورس:

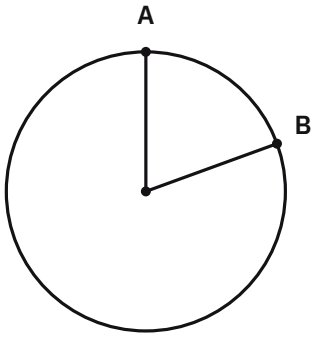
$$H = \sqrt{20^2 + 40^2} = \sqrt{2000}$$

٣. بالتبسيط:

$$= \sqrt{400 \times 5} = 20\sqrt{5}$$

س617 طول القوس وزوايا المثلث — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: في الشكل المقابل طول القوس $\frac{2\pi}{9}$ و $AB = 2$، أوجد قياس الزاوية x



الخيارات:
أ) $20°$
ب) $40°$
ج) $80°$
د) $90°$

الإجابة: (ج) $80°$

التلميح: أوجد الزاوية المركزية من $L = r\theta$ ثم حوّلها إلى درجات، وتذكّر أن أنصاف الأقطار متطابقة.

الحل:

١. من قانون طول القوس:

$$L = r\theta \;\Rightarrow\; \frac{2\pi}{9} = 2\theta \;\Rightarrow\; \theta = \frac{\pi}{9}$$

٢. بالتحويل إلى الدرجات:

$$\frac{\pi}{9} \times \frac{180}{\pi} = 20°$$

٣. زاويتا القاعدة متطابقتان لتطابق نصفي القطرين:

$$x = \frac{180 - 20}{2} = 80°$$

س619 محيط المستطيل

السؤال: مستطيل محيطه 14 cm، وعرضه 3 cm، احسب طوله

الخيارات:
أ) 3 cm
ب) 4 cm
ج) 5 cm
د) 6 cm

الإجابة: (ب) 4 cm

التلميح: نصف المحيط يساوي مجموع الطول والعرض.

الحل:

١. نصف المحيط:

$$\frac{14}{2} = 7$$

٢. إذن الطول:

$$7 - 3 = 4 \text{ cm}$$

س620 مقياس الرسم (1444)

السؤال: إذا كان مقياس الرسم على الخريطة 1 : 1000000، وكانت المسافة بين مدينتين على الخريطة 5 cm، ما المسافة الحقيقية بين المدينتين بالكيلومتر؟

الخيارات:

أ) 50
ب) 500
ج) 5000
د) 500000

الإجابة: (أ) 50

التلميح: الناتج بالسنتيمتر، اقسم على 100000 للتحويل إلى الكيلومتر.

الحل:

١. بالتناسب:

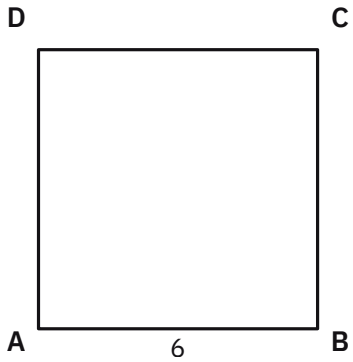
$$\frac{1}{1000000} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 5000000 \text{ cm}$$

٢. بالتحويل إلى الكيلومتر:

$$\frac{5000000}{100000} = 50 \text{ km}$$

س621 مساحة الأشكال المركّبة (1444)

السؤال: ما مساحة الشكل المجاور بالسنتيمتر المربع؟ (مربع ضلعه 6 يعلوه مثلث قاعدته 5 وارتفاعه 4)



الخيارات:

أ) 36
ب) 46
ج) 54
د) 62

الإجابة: (ب) 46

التلميح: جزّئ الشكل إلى مربع ومثلث، واحسب مساحة كلٍّ منهما ثم اجمع.

الحل:

١. مساحة المربع:

$$6 \times 6 = 36$$

٢. مساحة المثلث:

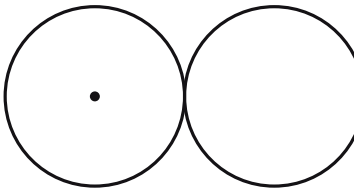
$$\frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10$$

٣. مساحة الشكل:

$$36 + 10 = 46$$

س622 **مساحة المنطقة المظللة** (1444)

السؤال: دائرتان متماستان متطابقتان مساحة كلٍّ منهما $4\pi \text{ cm}^2$، أوجد مساحة المنطقة المظللة (داخل مستطيل يحيط بهما)



الخيارات:

أ) $2(4 + \pi)$

ب) $2(4 - \pi)$

ج) $2(2 + \pi)$

د) $2(2 - \pi)$

الإجابة: (ب) $2(4 - \pi)$

التلميح: أوجد نصف القطر من المساحة، ثم احسب أبعاد المستطيل واطرح ما يعادل دائرة كاملة (نصفين).

الحل:

١. من مساحة الدائرة:

$$\pi r^2 = 4\pi \ \Rightarrow \ r = 2$$

٢. مساحة المستطيل:

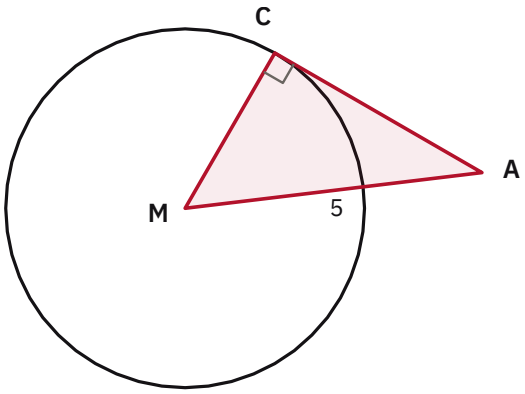
$$4 \times 2 = 8$$

٣. المساحة المظللة:

$$8 - \left(\frac{1}{2} \times 4\pi\right) = 8 - 2\pi = 2(4 - \pi)$$

س623 **محيط الدائرة ونظرية فيثاغورس** (1444)

السؤال: في الشكل المقابل إذا كان محيط الدائرة 6π cm، و $AM = 5$ cm، أوجد AC حيث AC مماس للدائرة عند C



الخيارات:
أ) 2
ب) 3
ج) 4
د) 5
الإجابة: (ج) 4
التلميح: استخرج نصف القطر من المحيط، فتنتج ثلاثية فيثاغورس $(3,4,5)$
الحل:
١. من المحيط:

$$2\pi r = 6\pi \;\Rightarrow\; r = 3$$

٢. المثلث AMC قائم الزاوية في C حيث:

$$AM = 5, \qquad CM = 3$$

٣. من ثلاثيات فيثاغورس:

$$AC = 4$$

س624 **حجم نصف الكرة** – خاص بالمستوى الثاني
السؤال: خزان على شكل نصف كرة نصف قطرها 6 cm، ما حجم الخزان؟
الخيارات:
أ) 288π
ب) 144π
ج) 72π
د) 36π
الإجابة: (ب) 144π
التلميح: احسب حجم الكرة الكاملة $\frac{4}{3}\pi r^3$ ثم اضرب في $\frac{1}{2}$
الحل:
١. حجم الكرة الكاملة:

$$\frac{4}{3}\pi(6)^3 = 288\pi$$

٢. حجم نصف الكرة:

$$\frac{288\pi}{2} = 144\pi$$

س625 محيط الدائرة ومساحتها

السؤال: دائرة محيطها 12π، كم مساحتها؟

الخيارات:

أ) 6π

ب) 24π

ج) 36π

د) 144π

الإجابة: ج) 36π

التلميح: أوجد نصف القطر من المحيط أولاً ثم عوّض في قانون المساحة.

الحل:

١. من قانون المحيط:

$$2\pi r = 12\pi \;\Rightarrow\; r = 6$$

٢. بقانون المساحة:

$$\pi r^2 = 36\pi$$

س626 مساحة المكعب وحجمه

السؤال: إذا كانت المساحة الكلية لسطح مكعب تساوي $294\ \text{cm}^2$، فما حجمه بالسنتيمتر المكعب؟

الخيارات:

أ) 343

ب) 342

ج) 49

د) 7

الإجابة: أ) 343

التلميح: أوجد طول الحرف من المساحة $6l^2$ أولاً، ولا تتوقف عنده فالمطلوب الحجم.

الحل:

١. من قانون المساحة السطحية:

$$6l^2 = 294 \;\Rightarrow\; l^2 = 49 \;\Rightarrow\; l = 7$$

٢. حجم المكعب:

$$l^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$$

س627 المحيط ومساحة المربع

السؤال: مربع محيطه يساوي محيط مثلث متطابق الأضلاع طول ضلع المثلث 4 سنتيمتر، أوجد مساحة المربع

الخيارات:

أ) 3

ب) 4

ج) 9

د) 12

الإجابة: ج) 9

التلميح: احسب محيط المثلث أولاً، ثم اقسمه على 4 لتحصل على ضلع المربع.

الحل:

١. محيط المثلث:

$$3 \times 4 = 12$$

٢. طول ضلع المربع:

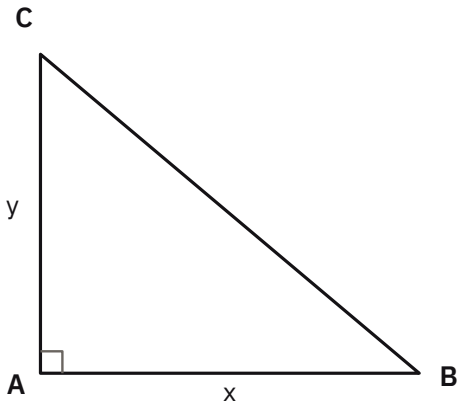
$$\frac{12}{4} = 3$$

٣. مساحة المربع:

$$3 \times 3 = 9$$

س628 مساحة المثلث والقوائم

السؤال: عددان صحيحان x, y، إذا علمت أن مساحة الشكل المجاور (مثلث قائم ضلعاه x و y) تساوي 24، فكم قيمة x؟



الخيارات:
أ) 2
ب) 5
ج) 14
د) 21

الإجابة: (أ) 2

التلميح: من قانون المساحة ينتج $xy = 48$، فقيمة x يجب أن تكون قاسماً لـ 48

الحل:

١. من قانون مساحة المثلث:

$$\frac{1}{2}xy = 24 \;\Rightarrow\; xy = 48$$

٢. إذن x يجب أن يقسم 48

٣. من الخيارات، العدد الوحيد الذي يقسم 48 هو 2

س629 مساحة المثلث

السؤال: مثلث مساحته $30\ \text{cm}^2$، وقاعدته 4 cm، ما ارتفاعه بالسنتيمتر؟

الخيارات:
أ) 12
ب) 15
ج) 30
د) 60

الإجابة: (ب) 15

التلميح: اعزل الارتفاع من قانون المساحة $\frac{1}{2} \times$ القاعدة $\times$ الارتفاع.

الحل:

١. من قانون المساحة:

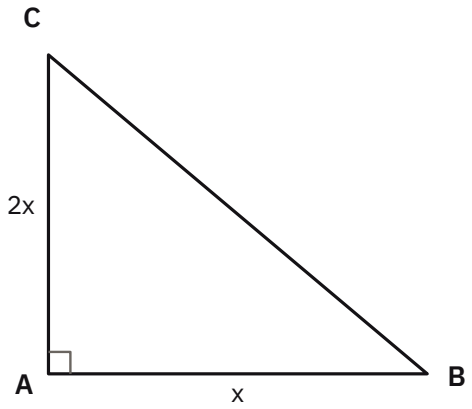
$$30 = \frac{1}{2} \times 4 \times h$$

٢. بالتبسيط:

$$30 = 2h \;\Rightarrow\; h = 15$$

س630 مساحة المستطيل ونظرية فيثاغورس

السؤال: ما مساحة المستطيل في الشكل المجاور؟ (قطره 10 وبُعداه x و $2x$)



الخيارات:
أ) 20
ب) 40
ج) 60
د) 80

الإجابة: (ب) 40

التلميح: لا تحتاج قيمة x نفسها، يكفي إيجاد x^2 لأن المساحة $= 2x^2$

الحل:

١. بفيثاغورس:

$$x^2 + 4x^2 = 100 \;\Rightarrow\; 5x^2 = 100$$

٢. إذن:

$$x^2 = 20$$

٣. مساحة المستطيل:

$$2x^2 = 40$$

س631 العلاقة بين حجمي المخروط والأسطوانة

السؤال: حجم أسطوانة يساوي $66\ \text{cm}^3$، ما حجم مخروط له نفس قاعدة الأسطوانة وارتفاعها؟

الخيارات:
أ) 55
ب) 44
ج) 33
د) 22

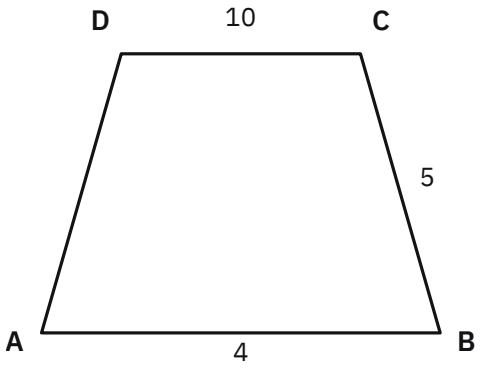
الإجابة: (د) 22

التلميح: حجم المخروط ثلث حجم الأسطوانة المكافئة له في القاعدة والارتفاع.
الحل:
٠١ نطبق العلاقة:

$$\frac{66}{3} = 22$$

س632 مساحة شبه المنحرف

السؤال: مساحة الشكل $ABCD$ (شبه منحرف ساقه 5 وقاعدتاه 4 و 10)



الخيارات:
أ) 50
ب) 40
ج) 31
د) 28
الإجابة: (د) 28
التلميح: استخرج الارتفاع بثلاثية فيثاغورس $(3, 4, 5)$، ثم طبّق قانون شبه المنحرف.
الحل:
٠١ من ثلاثيات فيثاغورس يكون الارتفاع $= 4$
٠٢ القاعدتان هما 4 و 10
٠٣ بقانون مساحة شبه المنحرف:

$$\frac{4+10}{2} \times 4 = 7 \times 4 = 28$$

س633 مقياس الرسم بالصيغة العلمية (1446)

السؤال: إذا كان مقياس الرسم $5 \times 10^6 : 2$، وكانت المسافة على الخريطة 18 cm، ما المسافة الحقيقية بالكيلومترات؟
الخيارات:
أ) 450
ب) 400
ج) 45
د) 9
الإجابة: (أ) 450
التلميح: اضرب طرفين في وسطين ثم حوّل الناتج من السنتيمتر إلى الكيلومتر.
الحل:
٠١ بالتناسب:

$$\frac{2}{5000000} = \frac{18}{x}$$

٢. بالضرب التبادلي:

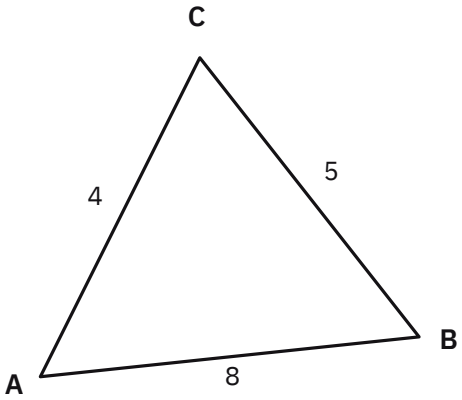
$$x = \frac{18 \times 5000000}{2} = 45000000 \text{ cm}$$

٣. بالتحويل إلى الكيلومتر:

$$\frac{45000000}{100000} = 450 \text{ km}$$

س635 تشابه المثلثات ومساحة المثلث (1446، 1447)

السؤال: ما مساحة المثلث ABC في الشكل المجاور؟ (ضلع 8 وضلع 5 وضلع 4)



الخيارات:
أ) 12
ب) 24
ج) 48
د) 64

الإجابة: (ب) 24

التلميح: استخرج ضلع المثلث الصغير بثلاثية فيثاغورس، ثم استخدم التشابه لإيجاد القاعدة الكبرى.

الحل:

١. من ثلاثيات فيثاغورس طول الضلع في المثلث الصغير $= 3$

٢. من تشابه المثلثين:

$$\frac{8}{4} = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 6$$

٣. مساحة المثلث:

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

س636 محيط المستطيل ومساحته (1446)

السؤال: مستطيل طوله 3 أمثال عرضه، ومحيطه 32 cm، احسب مساحته

الخيارات:
أ) 16
ب) 24
ج) 32
د) 48

الإجابة: (د) 48

التلميح: افرض العرض x فالطول $3x$، وأوجد x من المحيط قبل حساب المساحة.

الحل:
١. من قانون المحيط:

$$2(3x + x) = 32 \;\Rightarrow\; 8x = 32 \;\Rightarrow\; x = 4$$

٢. فالعرض 4 والطول 12
٣. المساحة:

$$12 \times 4 = 48$$

س637 تحويل وحدات الحجم (1446)

السؤال: حوض ماء به 1.5 متر مكعب، كم يساوي بالسنتيمتر المكعب؟
الخيارات:
أ) 150
ب) 1500
ج) 15000
د) 1500000
الإجابة: (د) 1500000
التلميح: معامل التحويل للحجم هو $100^3 = 1000000$ لا 100
الحل:
١. نضرب في معامل التحويل:

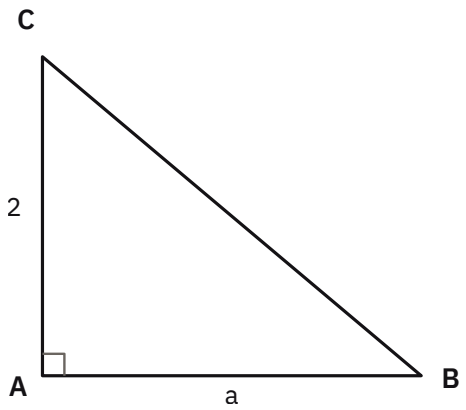
$$1.5 \times 1000000$$

٢. إذن:

$$= 1500000 \text{ cm}^3$$

س638 المقارنة بين المساحات (1446)

السؤال: إذا كانت مساحة المربع (ضلعه a) تساوي 3 أمثال مساحة المثلث (قاعدته $b = 2$ وارتفاعه a)، فأوجد قيمة a



الخيارات:
أ) 12
ب) 9
ج) 6
د) 3
الإجابة: (د) 3
التلميح: كوّن معادلة بين المساحتين ثم اقسم الطرفين على a
الحل:

١. نكوّن المعادلة:

$$a^2 = 3\left(\frac{1}{2}\right)(2)(a)$$

٢. بالتبسيط:

$$a^2 = 3a$$

٣. بالقسمة على a:

$$a = 3$$

س639 النسبة بين المجوم (1446)

السؤال: متوازي مستطيلات طوله 4، وعرضه 3، وارتفاعه 5، إذا أضفنا للطول 2، ما النسبة بين المجم الأصلي إلى المجم الجديد؟

الخيارات:

أ) 2 : 3

ب) 2 : 4

ج) 3 : 2

د) 3 : 1

الإجابة: (أ) 2 : 3

التلميح: العرض والارتفاع لم يتغيّرا، فتختصر النسبة إلى نسبة الطولين.

الحل:

١. نكوّن النسبة:

$$\frac{4 \times 3 \times 5}{6 \times 3 \times 5}$$

٢. بالاختصار:

$$= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

س640 مقياس الرسم العكسي

السؤال: حديقة طولها 80 m، إذا كان مقياس الرسم 1 : 400، فكم طولها على الرسم بالسنتيمتر؟

الخيارات:

أ) 5

ب) 10

ج) 20

د) 32

الإجابة: (ج) 20

التلميح: المطلوب الطول على الرسم لا الحقيقي، وحوّل الناتج من المتر إلى السنتيمتر.

الحل:

١. بالتناسب:

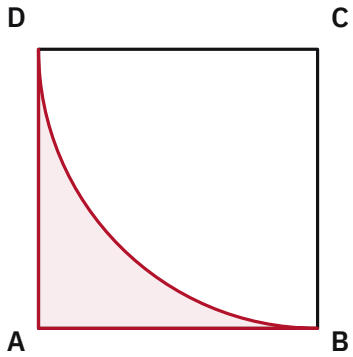
$$\frac{1}{400} = \frac{x}{80} \Rightarrow x = \frac{80}{400} = \frac{1}{5}\ \text{m}$$

٢. بالتحويل إلى السنتيمتر:

$$\frac{1}{5} \times 100 = 20\ \text{cm}$$

س641 مساحة المنطقة المظللة

السؤال: دائرة مركزها M، رُسم مربع طول ضلعه 4 m كما بالشكل المجاور، أوجد مساحة الجزء المظلل



الخيارات:

أ) $4(4-\pi)$
ب) $4(\pi-4)$
ج) $16-16\pi$
د) $16\pi-16$

الإجابة: أ) $4(4-\pi)$

التلميح: الجزء داخل المربع هو ربع دائرة نصف قطرها ضلع المربع.

الحل:

١. مساحة المربع:

$$4\times 4=16$$

٢. مساحة ربع الدائرة:

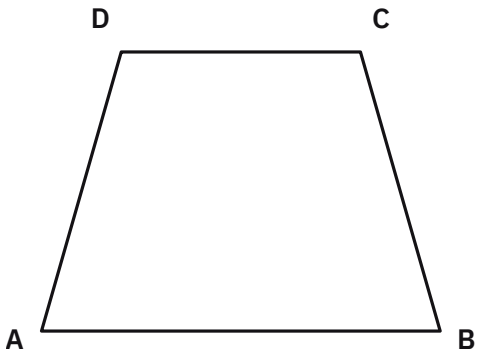
$$\frac{1}{4}\pi(4)^2=4\pi$$

٣. المساحة المظللة:

$$16-4\pi=4(4-\pi)$$

س642 مساحة شبه المنحرف

السؤال: أوجد مساحة الجزء المظلل بين المربعين (الصغير مساحته 25 m^2 والمسافة بينهما 4 m)



الخيارات:
أ) 56
ب) 28
ج) 22
د) 19
الإجابة: (ب) 28
التلميح: الشكل المظلل شبه منحرف قاعدتاه ضلعا المربعين؛ أوجد ضلع كلٍّ منهما أولاً.
الحل:
١. طول ضلع المربع الصغير:

$$\sqrt{25} = 5$$

٢. وطول ضلع المربع الكبير $= 9$ (بإضافة المسافة على الجانبين)
٣. بقانون مساحة شبه المنحرف:

$$\frac{5+9}{2} \times 4 = 7 \times 4 = 28$$

س643 السرعة وتحويل الوحدات

السؤال: قطعت سيارة 60 كلم في ساعة واحدة، كم تحتاج ثانية لتقطع 300 متر؟
الخيارات:
أ) 16
ب) 17
ج) 18
د) 19
الإجابة: (ج) 18
التلميح: وحّد المسافة بالمتر والزمن بالثانية قبل التناسب.
الحل:
١. نوحّد الوحدات:

$$60\text{ km} = 60000\text{ m}, \qquad 1\text{ h} = 3600\text{ s}$$

٢. بالتناسب:

$$x = \frac{3600 \times 300}{60000}$$

٣. إذن:

$$= 18\text{ s}$$

س645 التحويل بين الوحدات الإنجليزية (1446)

السؤال: إذا كانت بوصة واحدة على خريطة تمثّل 50 قدمًا على الأرض الحقيقية، فكم بوصة على الخريطة تمثّل 625 قدمًا؟
الخيارات:
أ) 11
ب) 11.75
ج) 12.25
د) 12.5
الإجابة: (د) 12.5
التلميح: كوّن تناسباً بين النسبة المعطاة والمسافة المطلوبة.
الحل:

٠١ بالتناسب:

$$\frac{1}{50} = \frac{x}{625}$$

٠٢ بالضرب التبادلي:

$$x = \frac{625}{50} = 12.5$$

س646 السرعة والمسافة والزمن (1446)

السؤال: سيارة تقطع 600 km خلال 5 ساعات، زادت سرعتها بمقدار 30 km/h، كم تستغرق لتقطع 375 km؟

الخيارات:

أ) ساعتان

ب) ساعتان ونصف

ج) ثلاث ساعات

د) ثلاث ساعات ونصف

الإجابة: (ب) ساعتان ونصف

التلميح: احسب السرعة الأصلية أولاً، ثم أضف الزيادة قبل حساب الزمن الجديد.

الحل:

٠١ السرعة الأصلية:

$$\frac{600}{5} = 120 \text{ km/h}$$

٠٢ السرعة بعد الزيادة:

$$120 + 30 = 150 \text{ km/h}$$

٠٣ الزمن:

$$\frac{375}{150} = 2.5 \text{ h}$$

س647 مجموع زوايا المضلع (1446)

السؤال: مضلع مجموع زواياه الداخلية 1080، أوجد عدد أضلاعه

الخيارات:

أ) 6

ب) 7

ج) 8

د) 9

الإجابة: (ج) 8

التلميح: اعكس قانون $(n-2) \times 180$ بالقسمة ثم إضافة 2

الحل:

٠١ نطبق القانون:

$$(n-2)(180) = 1080$$

٠٢ بالقسمة:

$$n - 2 = \frac{1080}{180} = 6$$

٠٣ إذن:

$$n = 8$$

س648 مساحة المربع والمعادلات (1446)

السؤال: مربع إذا زاد طول ضلعه 2 m زادت مساحته $80\ \text{m}^2$، ما طول ضلعه قبل الزيادة بالمتر؟

الخيارات:

أ) 18

ب) 19

ج) 20

د) 21

الإجابة: (ب) 19

التلميح: كوّن معادلة بين المساحتين؛ سيختصر الحد x^2 فتبقى معادلة خطية.

الحل:

١. نكوّن المعادلة:

$$(x+2)^2 = x^2 + 80$$

٢. بفك المربع:

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 80$$

٣. بالاختصار:

$$4x = 76 \ \Rightarrow \ x = 19$$

س649 المحيط ومساحة الدائرة (1446)

السؤال: أرض مستطيلة عرضها 5 m، وطولها 7 m محاطة بسياج يعمل كجدار خارجي، ثلثا هذا السياج محاط بقلعة دائرية. أوجد مساحة القلعة

الخيارات:

أ) $\dfrac{64}{\pi}$

ب) 64π

ج) 8π

د) $\dfrac{8}{\pi}$

الإجابة: (أ) $\dfrac{64}{\pi}$

التلميح: محيط الدائرة يساوي ثلثي محيط المستطيل؛ استخرج منه نصف القطر ثم احسب المساحة.

الحل:

١. محيط الأرض:

$$2(5+7) = 24$$

٢. محيط الدائرة يساوي ثلثيه:

$$\frac{2}{3} \times 24 = 16$$

٣. نصف القطر:

$$2\pi r = 16 \ \Rightarrow \ r = \frac{8}{\pi}$$

٤. مساحة القلعة:

$$\pi r^2 = \pi \left(\frac{8}{\pi}\right)^2 = \frac{64}{\pi}$$

س650 حجم الكرة ومساحة سطحها – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: كرة حجمها 36π، أوجد مساحة سطحها

الخيارات:

أ) 12π

ب) 27π

ج) 36π

د) 72π

الإجابة: (ج) 36π

التلميح: أوجد نصف القطر من قانون الحجم $\frac{4}{3}\pi r^3$ ثم عوّض في $4\pi r^2$

الحل:

١. من قانون الحجم:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi \;\Rightarrow\; r^3 = 27 \;\Rightarrow\; r = 3$$

٢. مساحة السطح:

$$4\pi r^2 = 4\pi(3)^2 = 36\pi$$

٣. ملاحظة مفيدة: إذا كان نصف قطر الكرة 3 فإن حجمها يساوي عددياً مساحة سطحها

س651 القطاع الدائري

السؤال: قطاع دائري مساحته $\frac{75\pi}{2}$، في دائرة نصف قطرها 10 cm، أوجد قياس زاوية القطاع

الخيارات:

أ) 20

ب) 90

ج) 135

د) 140

الإجابة: (ج) 135

التلميح: نسبة مساحة القطاع إلى مساحة الدائرة تساوي نسبة زاويته إلى $360°$

الحل:

١. نكوّن التناسب:

$$\frac{\text{مساحة القطاع}}{\text{مساحة الدائرة}} = \frac{\theta}{360}$$

٢. بالتعويض:

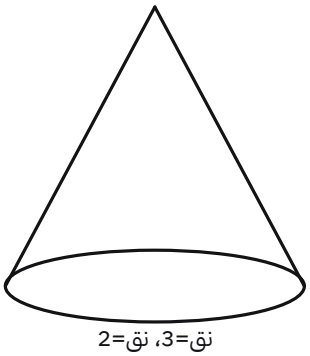
$$\frac{\frac{75\pi}{2}}{100\pi} = \frac{\theta}{360}$$

٣. بالحل:

$$\theta = \frac{75}{200} \times 360 = 135$$

س652 حجم المخروط الناقص (1446)

السؤال: أوجد حجم المخروط الناقص في الشكل المجاور (نصفا قطريه 2 و 3، وارتفاع الجزء الناقص 3)



الخيارات:
أ) 36π
ب) 27π
ج) 19π
د) 17π
الإجابة: (ج) 19π
التلميح: أكمل المخروط الكبير، أوجد الارتفاع المجهول بتشابه المثلثات، ثم اطرح حجم المخروط الصغير.
الحل:
٠١ من تشابه المثلثات:

$$\frac{x}{x+3} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x = 2x + 6 \Rightarrow x = 6$$

٠٢ حجم المخروط الكبير:

$$\frac{1}{3}\pi(3)^2(9) = 27\pi$$

٠٣ حجم المخروط الصغير:

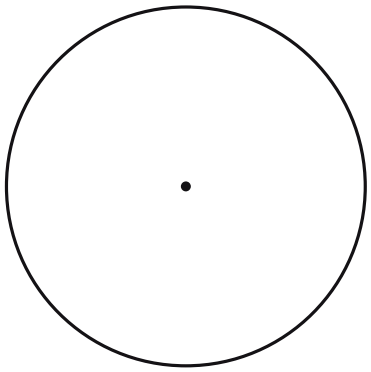
$$\frac{1}{3}\pi(2)^2(6) = 8\pi$$

٠٤ حجم المخروط الناقص:

$$27\pi - 8\pi = 19\pi$$

س653 مساحة المنطقة المظللة في الدائرة

السؤال: مربع مرسوم داخل دائرة طول ضلعه 4 cm، أوجد مساحة الجزء المظلل (ربع الفرق بين الدائرة والمربع)



الخيارات:
أ) $2\pi - 4$
ب) $4 - 2\pi$
ج) $\pi - 4$
د) $4 - \pi$

الإجابة: (أ) $2\pi - 4$

التلميح: قطر الدائرة هو قطر المربع، أوجده بفيثاغورس ثم اقسم الفرق بين المساحتين على 4

الحل:

١. مساحة المربع:

$$4 \times 4 = 16$$

٢. قطر المربع (وهو قطر الدائرة):

$$4\sqrt{2} \;\Rightarrow\; r = 2\sqrt{2}$$

٣. مساحة الدائرة:

$$\pi r^2 = 8\pi$$

٤. والجزء المظلل ربع الفرق:

$$\frac{8\pi - 16}{4} = 2\pi - 4$$

س654 محيط المربع ومساحته

السؤال: مربع محيطه $10x - 2$، وطول ضلعه $x + 4$، احسب مساحته

الخيارات:
أ) 16
ب) 36
ج) 49
د) 81

الإجابة: (ج) 49

التلميح: المحيط أربعة أمثال طول الضلع، كوّن المعادلة وأوجد x ثم طول الضلع.

الحل:

١. نكوّن المعادلة:

$$4(x + 4) = 10x - 2$$

٠٢. بالتبسيط:

$$4x + 16 = 10x - 2 \Rightarrow 6x = 18 \Rightarrow x = 3$$

٠٣. طول ضلع المربع:

$$3 + 4 = 7$$

٠٤. مساحته:

$$7 \times 7 = 49$$

س655 حجم الأسطوانة

السؤال: أسطوانة دائرية قائمة حجمها $88\ \text{cm}^3$، وطول ارتفاعها $7\ \text{cm}$، أوجد طول نصف قطر قاعدتها إذا كان $\pi = \frac{22}{7}$

الخيارات:

أ) $2\ \text{cm}$

ب) $4\ \text{cm}$

ج) $7\ \text{cm}$

د) $8\ \text{cm}$

الإجابة: (أ) $2\ \text{cm}$

التلميح: حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع، اعزل r^2 ثم خذ الجذر.

الحل:

٠١. من قانون الحجم:

$$\frac{22}{7} r^2 \times 7 = 88$$

٠٢. بالتبسيط:

$$22r^2 = 88 \Rightarrow r^2 = 4$$

٠٣. إذن:

$$r = 2\ \text{cm}$$

س656 حجم المكعب ومساحة سطحه

السؤال: أوجد مساحة سطح مكعب حجمه 8 وحدات مكعبة

الخيارات:

أ) 12 وحدة مربعة

ب) 16 وحدة مربعة

ج) 24 وحدة مربعة

د) 32 وحدة مربعة

الإجابة: (ج) 24 وحدة مربعة

التلميح: الجذر التكعيبي للحجم يعطي طول الحرف، ثم طبّق $6l^2$

الحل:

٠١. من الحجم:

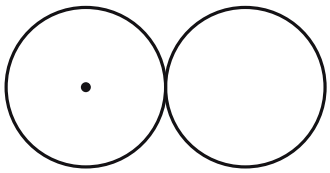
$$l^3 = 8 \Rightarrow l = 2$$

٠٢. مساحة السطح:

$$6l^2 = 6 \times 4 = 24$$

س657 محيط الدائرة في التطبيقات

السؤال: في الشكل المجاور أربع دوائر متطابقة قطر كل منها 10 cm، ما أقصر مسافة للانتقال من النقطة A إلى النقطة B بشرط أن يمشي على محيط الدائرة؟



الخيارات:

أ) 5π

ب) 10π

ج) 25π

د) 50π

الإجابة: (أ) 5π

التلميح: أقصر مسار يمثّل نصف محيط دائرة واحدة فقط، وانتبه أن المعطى هو القطر لا نصف القطر.

الحل:

١. نصف القطر:

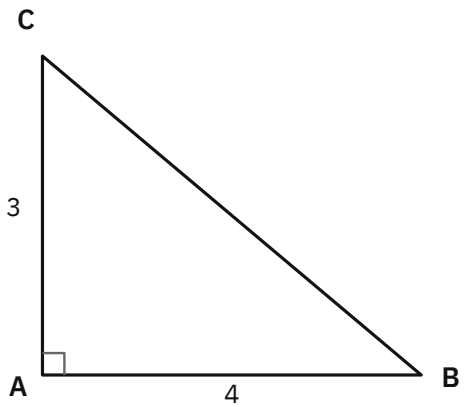
$$\frac{10}{2} = 5$$

٢. أقصر مسافة تمثّل نصف محيط دائرة واحدة:

$$\frac{2\pi r}{2} = \pi \times 5 = 5\pi$$

س1048 مساحة مثلث مظلل داخل شكل مركّب

السؤال: في الشكل المجاور مثلث قائم الزاوية مظلل داخل شكل مركّب، ضلعاه القائمان 4 و 3 كما موضّح، ما مساحته بالسنتيمتر المربع؟

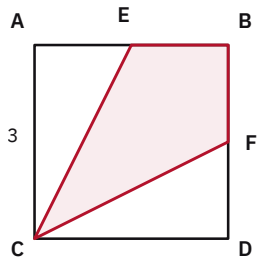


الخيارات:
أ) 5
ب) 6
ج) 9
د) 12
الإجابة: (ب) 6
التلميح: استعمل نصف حاصل ضرب الضلعين القائمين مباشرة.
الحل:
١. المثلث المظلل قائم الزاوية، وضلعاه القائمان 4 و 3
٢. مساحته:

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

س1049 مساحة رباعي داخل مربع بمنتصفَي ضلعين (1444)

السؤال: مربع $ABDC$ طول ضلعه 3 وحدات، E منتصف الضلع AB، و F منتصف الضلع BD. إذا رُسم الرباعي $CEBF$ داخل المربع، فما مساحته؟



الخيارات:
أ) 4
ب) 4.5
ج) 5.5
د) 9
الإجابة: (ب) 4.5
التلميح: اطرح من مساحة المربع مساحتي المثلثين القائمين المقطوعين عند الزاويتين A و D (كل منهما ضلعاه 3 و 1.5)؛ الباقي هو مساحة الرباعي $CEBF$
الحل:
١. مساحة المربع كاملاً:

$$3 \times 3 = 9$$

٢. مساحة كل من المثلثين AEC و DFC (ضلعاه القائمان 3 و 1.5):

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 1.5 = 2.25$$

٣. مساحة الرباعي $CEBF$:

$$9 - 2 \times 2.25 = 9 - 4.5 = 4.5$$

س1078 حجم المخروط (1447)

السؤال: مخروط دائري قائم، حجمه 108π سم^3، إذا كان قطر قاعدته 18 سم، فما هو ارتفاعه؟

الخيارات:

أ) 4 سم

ب) 6 سم

ج) 12 سم

د) 15 سم

الإجابة: (أ) 4 سم

التلميح: نصف القطر يساوي نصف القطر، واستعمل قانون حجم المخروط $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

الحل:

١. نصف القطر:

$$r = \frac{18}{2} = 9 \text{ سم}$$

٢. نعوّض في قانون الحجم:

$$108\pi = \frac{1}{3}\pi(9)^2 h = 27\pi h$$

٣. نحل من أجل h:

$$h = \frac{108\pi}{27\pi} = 4 \text{ سم}$$

س1133 القطاع الدائري (1446)

السؤال: قطاع دائري مساحته $\frac{25\pi}{2}$ cm^2، في دائرة نصف قطرها 10 cm، أوجد قياس زاوية القطاع

الخيارات:

أ) $30°$

ب) $45°$

ج) $60°$

د) $90°$

الإجابة: (ب) $45°$

التلميح: نسبة مساحة القطاع إلى مساحة الدائرة كلها تساوي نسبة زاويته إلى $360°$

الحل:

١. مساحة الدائرة:

$$\pi r^2 = \pi(10)^2 = 100\pi$$

٢. التناسب:

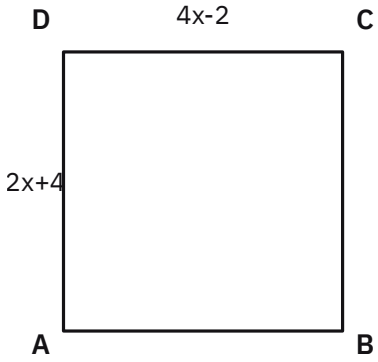
$$\frac{\theta}{360} \times 100\pi = \frac{25\pi}{2}$$

٣. بالحل:

$$\theta = \frac{25}{2} \times \frac{360}{100} = \frac{25 \times 360}{200} = 45°$$

س1134 مساحة المربع والمعادلات (1447)

السؤال: احسب مساحة المربع الموضّح في الشكل (طول أحد أضلاعه $4x - 2$ وطول الضلع المجاور له $2x + 4$)



الخيارات:
أ) 9
ب) 36
ج) 81
د) 100
الإجابة: (د) 100
التلميح: أضلاع المربع متساوية؛ ساوِ بين العبارتين لإيجاد x أولًا.
الحل:
١.

$$4x - 2 = 2x + 4 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

٢. طول الضلع:

$$2(3) + 4 = 10$$

٣. المساحة:

$$10^2 = 100$$

س1135 مساحة المنطقة المظللة (1447)

السؤال: مستطيل طوله 12 وعرضه 7، رُسمت داخله دائرة نصف قطرها 2. كم مساحة المستطيل بعد خصم مساحة الدائرة تقريبًا؟ (استخدم $\pi \approx 3.14$)
الخيارات:
أ) 73
ب) 84
ج) 71
د) 68
الإجابة: (ج) 71
التلميح: المساحة المتبقية = مساحة المستطيل − مساحة الدائرة.
الحل:
١. مساحة المستطيل:

$$12 \times 7 = 84$$

٢. مساحة الدائرة:

$$\pi(2)^2 = 4\pi \approx 12.56$$

٣. المتبقي:

$$84 - 12.56 = 71.44 \approx 71$$

س1136 محيط المربع ومساحته (1447)

السؤال: مربع محيطه 44 cm، ما مساحته بالسنتيمتر المربع؟

الخيارات:

أ) 22

ب) 44

ج) 88

د) 121

الإجابة: (د) 121

التلميح: محيط المربع = 4× طول الضلع؛ أوجد طول الضلع أولًا.

الحل:

١. طول الضلع:

$$\frac{44}{4} = 11 \text{ cm}$$

٢. المساحة:

$$11^2 = 121 \text{ cm}^2$$

س1137 حجم الأسطوانة (1447)

السؤال: قرص دائري مضغوط طول قطره 8 cm وارتفاعه 2 mm، رُصّت 10 أقراص منها فوق بعضها. ما حجم الشكل الناتج بالسنتيمتر المكعب؟

الخيارات:

أ) 32π

ب) 320π

ج) 16π

د) 64π

الإجابة: (أ) 32π

التلميح: الشكل الناتج أسطوانة؛ وحّد وحدات الارتفاع إلى السنتيمتر قبل التعويض.

الحل:

١. نصف القطر: $r = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$

٢. الارتفاع الكلي: $10 \times 2 = 20 \text{ mm} = 2 \text{ cm}$

٣. الحجم:

$$\pi r^2 h = \pi(4)^2(2) = 32\pi \text{ cm}^3$$

س1167 حجم الأسطوانة — خزان أفقي مملوء جزئيًا (1444)

السؤال: خزان ماء على شكل أسطوانة موضوعة أفقيًا (محورها موازٍ للأرض)، قطر قاعدتها الدائرية 2 m وطولها 4 m، وارتفاع الماء فيه 1.5 m. ما كمية الماء في الخزان بالمتر المكعب؟

الخيارات:

أ) 3π

ب) $\frac{8\pi}{3} + \sqrt{3}$

ج) $\frac{8\pi}{3} - \sqrt{3}$

د) 4π

الإجابة: (ب) $\frac{8\pi}{3} + \sqrt{3}$

التلميح: المقطع العرضي للخزان دائرة؛ احسب مساحة الجزء المغمور منها (الدائرة كاملة ناقص القطعة الدائرية الفارغة في الأعلى) ثم اضربها في الطول. انتبه: نسبة الحجم في الأسطوانة الأفقية لا تساوي نسبة ارتفاع الماء.

الحل:

١. نصف القطر $r = 1$، والجزء الفارغ أعلى المقطع قطعة دائرية ارتفاعها $2 - 1.5 = 0.5$، فوترها (سطح الماء) يبعد عن المركز:

$$1 - 0.5 = 0.5$$

٢. الزاوية المركزية θ للقطعة الفارغة:

$$\cos\frac{\theta}{2} = \frac{0.5}{1} \Rightarrow \frac{\theta}{2} = 60^\circ \Rightarrow \theta = 120^\circ = \frac{2\pi}{3}$$

٣. مساحة القطعة الفارغة:

$$\frac{1}{2}r^2(\theta - \sin\theta) = \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

٤. مساحة المقطع المغمور:

$$\pi - \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}$$

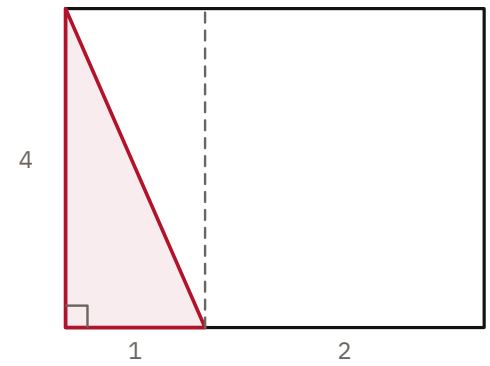
٥. كمية الماء = مساحة المقطع المغمور × الطول:

$$4\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{8\pi}{3} + \sqrt{3} \approx 10.11\ \text{m}^3$$

٦. تنبيه: الخيار $3\pi \approx 9.42$ (أي $\frac{3}{4}$ الحجم الكلي 4π) خاطئ، لأنه يفترض أن الحجم يتناسب طرديًا مع ارتفاع الماء، وهذا لا يصح إلا إذا كانت الأسطوانة قائمة رأسيًا.

س1189 مساحة المستطيل والمثلث (1448)

السؤال: مستطيل طوله مقسوم إلى جزأين متتاليين طولاهما 1 و2 (فطوله الكلي 3) وارتفاعه 4، ومثلث قائم الزاوية مظلّل قاعدته الجزء الأول (طوله 1) وارتفاعه يساوي ارتفاع المستطيل (4). مساحة المستطيل تمثّل كم مثل مساحة المثلث؟



الخيارات:

أ) 3 أمثال

ب) 4 أمثال

ج) 6 أمثال

د) 8 أمثال

الإجابة: (ج) 6 أمثال
التلميح: احسب كل مساحة على حدة بقانونها، ثم اقسم مساحة المستطيل على مساحة المثلث.
الحل:
١. مساحة المستطيل $= (1+2) \times 4 = 12$
٢. مساحة المثلث $= \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 2$
٣. النسبة $= \frac{12}{2} = 6$ أمثال.

س1192 حجم الأسطوانة والمخروط (1448)

السؤال: أسطوانة ومخروط لهما نفس الحجم ونفس نصف قطر القاعدة. إذا كان ارتفاع الأسطوانة 4، فما ارتفاع المخروط؟
الخيارات:
أ) 4
ب) 6
ج) 8
د) 12
الإجابة: (د) 12
التلميح: ساوِ بين قانوني حجم الأسطوانة والمخروط، واختصر نصف القطر المشترك.
الحل:
١. حجم الأسطوانة:

$$\pi r^2 (4)$$

٢. حجم المخروط بالرمز h لارتفاعه:

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h$$

٣. بمساواة الحجمين واختصار πr^2:

$$4 = \frac{1}{3}h$$

٤. إذن ارتفاع المخروط:

$$h = 12$$

س1199 مساحة المستطيل والمثلث

السؤال: إذا كانت مساحة مثلث قائم الزاوية قاعدته 12 وارتفاعه $15x$ تساوي مساحة مستطيل أبعاده $2x$ و$5x$، فما قيمة x؟
الخيارات:
أ) 5
ب) 8
ج) 9
د) 12
الإجابة: (ج) 9
التلميح: اكتب مساحة كل شكل بدلالة x بقانونه، ثم ساوِ بينهما وحُلّ المعادلة الناتجة (مع استبعاد الحل الذي يجعل الأبعاد صفرًا).
الحل:
١. مساحة المستطيل $= 2x \times 5x = 10x^2$
٢. مساحة المثلث $= \frac{1}{2} \times 12 \times 15x = 90x$
٣. بمساواة المساحتين:

$$10x^2 = 90x \;\Rightarrow\; 10x^2 - 90x = 0 \;\Rightarrow\; 10x(x-9) = 0$$

٤. إذن $x = 0$ أو $x = 9$، ونستبعد $x = 0$ لأنه يجعل أبعاد المستطيل صفرًا، فيبقى $x = 9$

س1259 مساحة شبه المنحرف (1447)

السؤال: شبه منحرف طولي قاعدتيه المتوازيتين 13, 17 وحدة طول، وكانت مساحته 90 وحدة مساحة مربعة، فما طول إرتفاعه؟

الخيارات:

أ) 4

ب) 6

ج) 8

د) 9

الإجابة: (ب) 6

التلميح: مساحة شبه المنحرف $= \frac{1}{2}(b_1 + b_2)h$

الحل:

١. $90 = \frac{1}{2}(13 + 17)h = 15h$

٢. $h = 90 \div 15 = 6$

س1260 محيط الدائرة من مساحتها (1447)

السؤال: دائرة مساحتها 8π، فكم محيطها؟

الخيارات:

أ) $4\sqrt{2}\pi$

ب) $2\sqrt{2}\pi$

ج) 8π

د) 16π

الإجابة: (أ) $4\sqrt{2}\pi$

التلميح: أوجد نصف القطر أولًا من قانون المساحة πr^2، ثم استخدمه في قانون المحيط $2\pi r$

الحل:

١. $\pi r^2 = 8\pi \Rightarrow r^2 = 8 \Rightarrow r = 2\sqrt{2}$

٢. المحيط $= 2\pi r = 2\pi(2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}\pi$

س1291 مساحة المناطق المركّبة (1447)

السؤال: قطعة أرض مستطيلة طولها 12 m وعرضها 7 m، أراد صاحبها بناء جلسة دائرية في منتصفها نصف قطرها 2 m، وزراعة ما تبقى من الأرض بالعشب الأخضر. كم مساحة الجزء المزروع بالمتر المربع (تقريبًا)؟

الخيارات:

أ) 84

ب) 73

ج) 71

د) 68

الإجابة: (ج) 71

التلميح: مساحة الجزء المزروع = مساحة المستطيل ناقص مساحة الدائرة.

الحل:

١. مساحة المستطيل $= 12 \times 7 = 84\ \text{m}^2$

٢. مساحة الدائرة $= \pi r^2 = \pi(2)^2 \approx 3.14 \times 4 = 12.56\ \text{m}^2$

٣. مساحة الجزء المزروع $\approx 84 - 12.56 = 71.44 \approx 71\ \text{m}^2$

س1293 مساحة المربع من معادلة أضلاعه (1447)

السؤال: مربع طول أحد أضلاعه $(4x-2)$ والضلع المجاور له $(2x+4)$ بالوحدة نفسها، ما مساحة المربع؟

الخيارات:

أ) 44

ب) 88

ج) 100

د) 121

الإجابة: (ج) 100

التلميح: في المربع كل الأضلاع متساوية، فساوِ بين التعبيرين لإيجاد x أولًا.

الحل:

١. $4x-2=2x+4 \Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=3$

٢. طول الضلع $=2(3)+4=10$

٣. المساحة $=10^2=100$

س1324 مقياس الرسم وتحويل الوحدات (1447)

السؤال: إذا كان مقياس الرسم لقطعة أرض على خريطة $7:20000$، وكان محيطها على الرسم 31.5 cm، أوجد محيط الأرض الحقيقي بالمتر.

الخيارات:

أ) 1100

ب) 900

ج) 700

د) 400

الإجابة: (ب) 900

التلميح: أوجد المحيط الحقيقي بالسنتيمتر أولًا بالتناسب، ثم حوّله إلى المتر.

الحل:

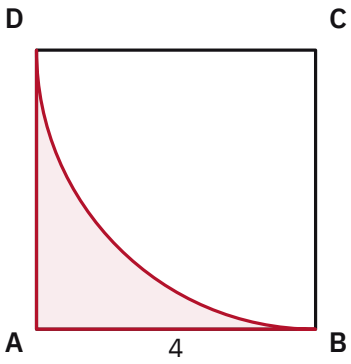
١. بالتناسب:

$$\frac{7}{20000}=\frac{31.5}{x} \Rightarrow x=\frac{31.5\times 20000}{7}=90000 \text{ cm}$$

٢. بالتحويل إلى المتر: $90000\div 100=900$ m

س1342 مساحة الجزء المظلل: مربع وربع دائرة (1446)

السؤال: دائرة مركزها M، ومربع طول ضلعه 4 m يقع رأس منه عند M وضلعان منه على طول نصفي قطرين متعامدين (فيكون ربع الدائرة بأكمله داخل المربع)، أوجد مساحة الجزء المظلل من المربع الواقع خارج ربع الدائرة؟



الخيارات:

أ) $4(4-\pi)$
ب) $4(\pi-4)$
ج) $16-16\pi$
د) $16\pi-16$

الإجابة: (أ) $4(4-\pi)$
التلميح: الجزء المظلل هو مساحة المربع ناقص مساحة ربع الدائرة التي نصف قطرها يساوي طول ضلع المربع.
الحل:
١. مساحة المربع $= 4 \times 4 = 16$
٢. مساحة ربع الدائرة (نصف القطر 4) $= \dfrac{\pi(4)^2}{4} = 4\pi$
٣. مساحة الجزء المظلل $= 16 - 4\pi = 4(4-\pi)$

س1357 مساحة سطح المكعب من حجمه (1446)

السؤال: أوجد مساحة سطح مكعب حجمه 8 وحدات مكعبة.
الخيارات:
أ) 12 وحدات مربعة
ب) 16 وحدات مربعة
ج) 24 وحدات مربعة
د) 32 وحدات مربعة
الإجابة: (ج) 24 وحدات مربعة
التلميح: أوجد طول الضلع أولًا من الحجم (الحجم $=$ ضلع^3)، ثم طبّق قانون مساحة سطح المكعب $6 \times$ ضلع^2
الحل:
١. طول الضلع x:

$$x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$$

٢. مساحة السطح $= 6 \times 2^2 = 6 \times 4 = 24$

س1363 تحويل الوحدات: مسائل لفظية (1447)

السؤال: تقف 3 طالبات على خط مستقيم، تبعد الأولى عن الثانية 14 قدمًا، وتبعد الثانية عن الثالثة 288 بوصة. كم المسافة بين الطالبة الأولى والطالبة الثالثة بالأقدام؟ (علمًا أن 1 قدم $= 12$ بوصة)
الخيارات:
أ) 36 قدم
ب) 37 قدم
ج) 38 قدم
د) 39 قدم
الإجابة: (ج) 38 قدم
التلميح: حوّل المسافة الثانية من بوصة إلى قدم، ثم اجمع المسافتين.
الحل:
١. $288 \text{ inch} \div 12 = 24$ قدمًا.
٢. المسافة الكلية $= 14 + 24 = 38$ قدمًا.

س1364 حجم ومساحة سطح المكعب (1447)

السؤال: مكعب حجمه x^3، ومساحة أوجهه $6x^2$، كم طول حرف المكعب إذا كانت مساحته (السطحية) تساوي حجمه عدديًا؟
الخيارات:
أ) 3

ب) 5
ج) 6
د) 8

الإجابة: (ج) 6

التلميح: ساوِ بين تعبير الحجم وتعبير المساحة السطحية لإيجاد x

الحل:

١. $x^3 = 6x^2 \Rightarrow x^2(x-6) = 0 \Rightarrow x = 0$ أو $x = 6$

٢. بما أن x طول حرف فلا يساوي صفرًا، فـ $x = 6$

س1368 ارتفاع الهرم من الارتفاع الجانبي (1447)

السؤال: هرم رباعي منتظم ارتفاعه الجانبي 14 cm، وطول ضلع قاعدته $6\sqrt{3}$ cm، أوجد ارتفاعه

الخيارات:

أ) 10
ب) 11
ج) 12
د) 13

الإجابة: (د) 13

التلميح: الارتفاع الجانبي ووتر (نصف ضلع القاعدة) وارتفاع الهرم يكوّنون مثلثًا قائمًا.

الحل:

١. نصف ضلع القاعدة $= \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

٢. الارتفاع

$$= \sqrt{14^2 - (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{196 - 27} = \sqrt{169} = 13$$

س1370 حجم المخروط (1447)

السؤال: مخروط ارتفاعه 8 cm، وقطر قاعدته 9 cm، أوجد حجمه

الخيارات:

أ) 162π
ب) 72π
ج) 54π
د) 36π

الإجابة: (ج) 54π

التلميح: نصف القطر نصف القطر المعطى (القطر$2\div$)، ثم استخدم قانون حجم المخروط.

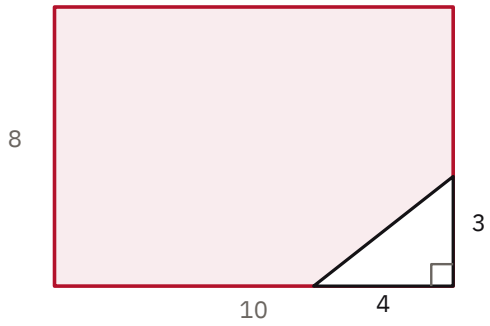
الحل:

١. نصف القطر $= 4.5$، فالحجم

$$= \frac{1}{3}\pi(4.5)^2(8) = \frac{1}{3}\pi(20.25)(8) = 54\pi$$

س1380 مساحة المنطقة المظللة (1447)

السؤال: مستطيل بعداه $10,8$، وبداخله مثلث غير مظلل قائم الزاوية ضلعا القائمة فيه $4,3$، احسب مساحة الجزء المظلل من المستطيل



الخيارات:
أ) 80
ب) 74
ج) 70
د) 68

الإجابة: (ب) 74

التلميح: مساحة المظلل = مساحة المستطيل ناقص مساحة المثلث غير المظلل.

الحل:

١. مساحة المستطيل $= 10 \times 8 = 80$

٢. مساحة المثلث $= \frac{1}{2}(4)(3) = 6$

٣. المساحة المظللة $= 80 - 6 = 74$

س1400 ارتفاع متوازي المستطيلات من الحجم والقاعدة (1447)

السؤال: متوازي مستطيلات حجمه $11400\ \text{cm}^3$، ومساحة قاعدته $760\ \text{cm}^2$، أوجد ارتفاعه

الخيارات:
أ) 13
ب) 15
ج) 17
د) 19

الإجابة: (ب) 15

التلميح: الارتفاع = الحجم ÷ مساحة القاعدة.

الحل:

١. الارتفاع $= \frac{11400}{760} = 15$

س1442 مقياس الرسم (1448)

السؤال: في رسمٍ مقياسُه أن كل $3\frac{1}{2}$ سم على الرسم تقابل $\frac{1}{2}$ سم في الحقيقة، إذا كانت المسافة على الرسم 14 سم، فما المسافة الحقيقية؟

الخيارات:
أ) 1 سم
ب) 2 سم
ج) 7 سم
د) 14 سم

الإجابة: (ب) 2 سم

التلميح: كوّن تناسبًا يقابل فيه حدُّ الرسم في المقياس الطولَ المرسوم، وحدُّه الحقيقي الطولَ المطلوب، ثم بسّط النسبة.

الحل:

١. مقياس الرسم هو نسبة الطول في الرسم إلى الطول الحقيقي

٢. نرمز للمسافة الحقيقية بالرمز x ونكوّن التناسب:

$$\frac{3\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{14}{x}$$

٣. نبسّط الطرف الأيسر:

$$\frac{\frac{7}{2}}{\frac{1}{2}} = 7$$

٤. فيصبح التناسب:

$$7 = \frac{14}{x}$$

٥. إذن المسافة الحقيقية بالسنتيمتر:

$$x = \frac{14}{7} = 2$$

٦. الرسم هنا مكبّر، فكل طول فيه 7 أمثال الطول الحقيقي

س1443 مساحة المستطيل والمربع — الجزء المتبقي (1448)

السؤال: أرض مستطيلة الشكل بُعداها 45 و 60، وداخلها بئر مربعة الشكل طول قطرها $8\sqrt{2}$. ما مساحة الجزء المتبقي من الأرض؟

الخيارات:

أ) 2636

ب) 2640

ج) 2700

د) 2632

الإجابة: (أ) 2636

التلميح: قطر المربع يساوي طول ضلعه مضروبًا في $\sqrt{2}$؛ أوجد الضلع، ثم اطرح مساحة البئر من مساحة الأرض.

الحل:

١. مساحة الأرض المستطيلة:

$$60 \times 45 = 2700$$

٢. قطر المربع يساوي طول ضلعه s مضروبًا في $\sqrt{2}$:

$$s\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

٣. إذن طول ضلع البئر:

$$s = 8$$

٤. مساحة البئر:

$$8 \times 8 = 64$$

٥. مساحة الجزء المتبقي:

$$2700 - 64 = 2636$$

س1444 حجم الأسطوانة والمكعب (1448)

السؤال: أسطوانة ارتفاعها $\frac{1}{\pi}$ ونصف قطرها 8، حجمها يساوي حجم مكعب. فما طول حرف المكعب؟

الخيارات:

أ) 4

ب) 8
ج) 16
د) 32

الإجابة: (أ) 4

التلميح: احسب حجم الأسطوانة أولًا (لاحظ أن π ستُختصر)، ثم أوجد العدد الذي مكعبه يساوي هذا الحجم.

الحل:

١. قانون حجم الأسطوانة:

$$V = \pi r^2 h$$

٢. بالتعويض:

$$V = \pi(8)^2\left(\frac{1}{\pi}\right) = 64$$

٣. حجم المكعب s^3 يساوي حجم الأسطوانة:

$$s^3 = 64$$

٤. إذن طول الحرف:

$$s = \sqrt[3]{64} = 4$$

س1445 حجم متوازي المستطيلات (1448)

السؤال: متوازي مستطيلات أبعاده 3 و 5 و 4، فما حجمه؟

الخيارات:

أ) 12 وحدة مكعبة
ب) 20 وحدة مكعبة
ج) 60 وحدة مكعبة
د) 75 وحدة مكعبة

الإجابة: (ج) 60 وحدة مكعبة

التلميح: حجم متوازي المستطيلات هو حاصل ضرب أبعاده الثلاثة.

الحل:

١. قانون حجم متوازي المستطيلات:

$$V = l \times w \times h$$

٢. بالتعويض:

$$V = 3 \times 5 \times 4 = 60$$

س1446 طول القوس والزاوية المركزية — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: توجد نافورة داخل دائرة، وتبعد النافورة عن محيط الدائرة مسافة 3 أمتار، وتمثل النافورة مركز الدائرة. إذا كان قياس الزاوية المركزية $60°$، فأوجد طول القوس المقابل لهذه الزاوية.

الخيارات:

أ) π متر
ب) 2π متر
ج) 3π متر
د) 6π متر

الإجابة: (أ) π متر

التلميح: بُعد المركز عن المحيط هو نصف القطر، وطول القوس جزء من المحيط بنسبة زاويته المركزية إلى $360°$.

الحل:

١. المسافة بين مركز الدائرة ومحيطها هي نصف القطر:

$$r = 3$$

٢. قانون طول القوس:

$$L = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r$$

٣. بالتعويض:

$$L = \frac{60^\circ}{360^\circ} \times 2\pi(3)$$

٤. طول القوس بالمتر:

$$L = \frac{1}{6} \times 6\pi = \pi$$

س1447 محيط المستطيل ومساحته (1448)

السؤال: مستطيل عرضه يساوي ثُمن طوله، ومحيطه 90 مترًا. ما مساحة المستطيل؟

الخيارات:

أ) 100 متر مربع

ب) 150 متر مربع

ج) 200 متر مربع

د) 250 متر مربع

الإجابة: (ج) 200 متر مربع

التلميح: عبّر عن العرض بدلالة الطول، وعوّض في قانون المحيط لتجد الطول أولًا.

الحل:

١. نفرض الطول x، فيكون العرض $\frac{x}{8}$

٢. قانون المحيط:

$$2\left(x + \frac{x}{8}\right) = 90$$

٣. بقسمة الطرفين على 2:

$$x + \frac{x}{8} = 45$$

٤. بتوحيد المقامات:

$$\frac{9x}{8} = 45$$

٥. الطول بالمتر:

$$x = \frac{45 \times 8}{9} = 40$$

٦. العرض بالمتر:

$$\frac{40}{8} = 5$$

٧. المساحة بالمتر المربع:

$$40 \times 5 = 200$$

س1448 مساحة المستطيل والمربع (1448)

السؤال: مستطيل بُعداه 4 سم و 16 سم، ومساحته تساوي مساحة مربع. ما طول ضلع المربع؟

الخيارات:

أ) 4 سم

ب) 6 سم
ج) 8 سم
د) 16 سم

الإجابة: (ج) 8 سم

التلميح: احسب مساحة المستطيل، ثم أوجد العدد الذي مربعه يساوي هذه المساحة.

الحل:

١. مساحة المستطيل بالسنتيمتر المربع:

$$4 \times 16 = 64$$

٢. نفرض طول ضلع المربع x، ومساحته تساوي مساحة المستطيل:

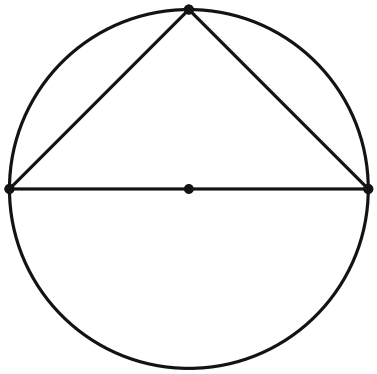
$$x^2 = 64$$

٣. إذن طول الضلع بالسنتيمتر:

$$x = \sqrt{64} = 8$$

س1520 مساحة المثلث المرسوم في دائرة (1448)

السؤال: إذا كانت مساحة الدائرة 25π، فما مساحة المثلث الموضح في الشكل الآتي، الذي قاعدته قطر الدائرة ورأسه الثالث على الدائرة في منتصف القوس؟



الخيارات:

أ) 5
ب) 10
ج) 15
د) 25

الإجابة: (د) 25

التلميح: أوجد نصف القطر من مساحة الدائرة؛ فالقاعدة هي القطر، والارتفاع من منتصف القوس إلى القطر هو نصف القطر.

الحل:

١. مساحة الدائرة:

$$\pi r^2 = 25\pi$$

٢. بقسمة الطرفين على π:

$$r^2 = 25$$

٣. إذن نصف القطر:

$$r = 5$$

٤. قاعدة المثلث هي قطر الدائرة:

$$b = 2r = 10$$

٥. الرأس الثالث في منتصف القوس، فبُعده عن القطر يساوي نصف القطر:

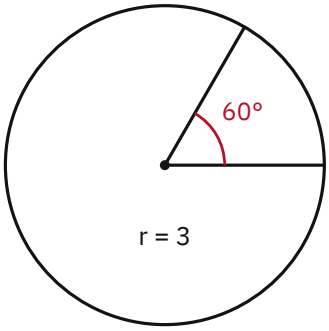
$$h = r = 5$$

٦. مساحة المثلث:

$$A = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25$$

س1521 **طول القوس** (1448)

السؤال: بحيرة دائرية نصف قطرها 3 أمتار، وقياس زاوية مركزية فيها $60°$. ما طول القوس المقابل لهذه الزاوية؟



الخيارات:

أ) π

ب) 2π

ج) 3π

د) 6π

الإجابة: (أ) π

التلميح: طول القوس جزء من محيط الدائرة، نسبته إلى المحيط هي نسبة الزاوية المركزية إلى $360°$.

الحل:

١. قانون طول القوس:

$$L = \frac{\theta}{360°} \times 2\pi r$$

٢. بالتعويض عن قياس الزاوية المركزية ونصف القطر:

$$L = \frac{60°}{360°} \times 2\pi \times 3$$

٣. بالتبسيط:

$$L = \frac{1}{6} \times 6\pi = \pi$$

٤. إذن طول القوس π متر

س1522 أثر تغيير الأبعاد على المساحة (1448)

السؤال: إذا تضاعف طول ضلع مربع، فكم تصبح مساحته مقارنة بمساحته الأصلية؟

الخيارات:

أ) مرتين

ب) ثلاثة أمثال

ج) أربعة أمثال

د) ثمانية أمثال

الإجابة: (ج) أربعة أمثال

التلميح: رمّز لطول الضلع الأصلي، واحسب المساحتين قبل المضاعفة وبعدها ثم قارن بينهما بالقسمة.

الحل:

١. نرمز لطول الضلع الأصلي بالرمز a، فالمساحة الأصلية:

$$A_1 = a^2$$

٢. بعد المضاعفة يصبح طول الضلع $2a$، فالمساحة الجديدة:

$$A_2 = (2a)^2 = 4a^2$$

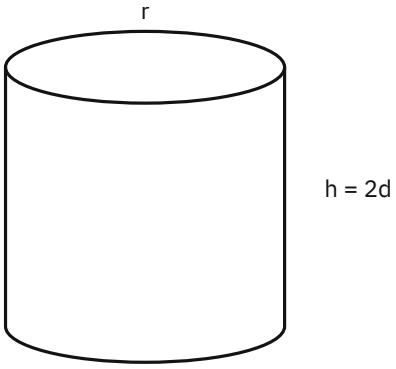
٣. بقسمة المساحة الجديدة على الأصلية:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{4a^2}{a^2} = 4$$

٤. إذن تصبح المساحة أربعة أمثال المساحة الأصلية

س1523 حجم الأسطوانة (1448)

السؤال: أسطوانة ارتفاعها ضعف قطر قاعدتها، ونصف قطر قاعدتها r. عبّر عن حجمها بدلالة r



الخيارات:

أ) $2\pi r^3$

ب) $4\pi r^3$

ج) πr^3

د) $8\pi r^3$

الإجابة: (ب) $4\pi r^3$

التلميح: عبّر عن الارتفاع بدلالة r أولًا، علمًا بأن القطر ضعف نصف القطر، ثم عوّض في قانون حجم الأسطوانة.

الحل:

١. القطر ضعف نصف القطر:

$$d = 2r$$

٢. الارتفاع ضعف القطر:

$$h = 2d = 2(2r) = 4r$$

٣. قانون حجم الأسطوانة:

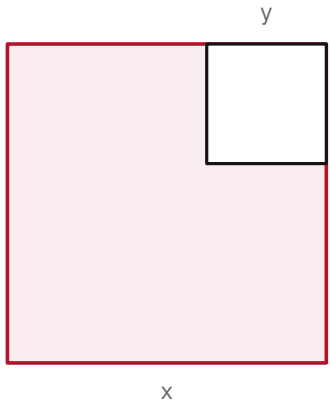
$$V = \pi r^2 h$$

٤. بالتعويض عن $h = 4r$:

$$V = \pi r^2 (4r) = 4\pi r^3$$

س1524 المساحة المتبقية بعد الاقتطاع (1448)

السؤال: إذا كانت مساحة مربع كبير x^2، ومساحة مربع صغير مقتطع منه y^2، فما مساحة الجزء المتبقي؟



الخيارات:
أ) $(x-y)^2$
ب) x^2+y^2
ج) x^2-y^2
د) $2xy$

الإجابة: (ج) x^2-y^2

التلميح: الجزء المتبقي هو ما يبقى من المربع الكبير بعد طرح المربع المقتطع منه.

الحل:

١. مساحة الجزء المتبقي تساوي مساحة المربع الكبير ناقص مساحة المربع المقتطع منه

٢. إذن المساحة المتبقية:

$$x^2 - y^2$$

٣. ويمكن تحليلها بقاعدة الفرق بين مربعين:

$$x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$$

٤. الخيار $(x-y)^2$ يساوي $x^2-2xy+y^2$، وهو مقدار مختلف عن المساحة المتبقية

المعيار الخامس: الإحصاء والاحتمالات

عدد الأسئلة: 197

س658 التباديل الدائرية (1442)

السؤال: بكم طريقة يستطيع 7 أشخاص الجلوس على طاولة دائرية؟

الخيارات:

أ) $7!$

ب) $6!$

ج) 7×6

د) 7

الإجابة: (ب) $6!$

التلميح: الترتيب الدائري ليس كالخطي؛ قاعدته $(n-1)!$ لأن أحد الأشخاص يُثبَّت كمرجع.

الحل:

١. نطبق قاعدة التباديل الدائرية:

$$(n-1)! = (7-1)! = 6!$$

س659 التباديل (1442)

السؤال: عدد الطرق المختلفة لترتيب حروف كلمة (خالد) يساوي

الخيارات:

أ) 4

ب) 8

ج) 24

د) 36

الإجابة: (ج) 24

التلميح: الحروف الأربعة مختلفة ولا تكرار فيها، فالعدد هو مضروب عدد الحروف.

الحل:

١. عدد الترتيبات:

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

س660 الاحتمال بدون إرجاع (1442)

السؤال: صندوق به 9 كرات منها 4 زرقاء و 5 حمراء، سُحبت كرتان معاً فما احتمال أن تكونا زرقاوين؟

الخيارات:

أ) $\frac{1}{16}$

ب) $\frac{2}{9}$

ج) $\frac{1}{2}$

د) $\frac{1}{6}$

الإجابة: (د) $\frac{1}{6}$

التلميح: كلمة "معاً" تعني السحب بدون إرجاع، فينقص كل من البسط والمقام بمقدار واحد في السحبة الثانية.

الحل:

١. السحب بدون إرجاع، فنضرب الاحتمالين:

$$\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{12}{72}$$

٢. بالاختصار:

$$= \frac{1}{6}$$

س661 المتوسط الحسابي (1442)

السؤال: أربع قيم متوسطها الحسابي 12 وكانت ثلاث قيم منها هي $14, 8, 11$ فما هي القيمة الرابعة؟

الخيارات:

أ) 9

ب) 12

ج) 15

د) 20

الإجابة: (ج) 15

التلميح: اضرب المتوسط في عدد القيم لتحصل على المجموع الكلي، ثم اطرح مجموع المعلوم.

الحل:

١. مجموع القيم الأربع:

$$4 \times 12 = 48$$

٢. مجموع القيم الثلاث:

$$14 + 8 + 11 = 33$$

٣. القيمة الرابعة:

$$48 - 33 = 15$$

س662 الاحتمال في التجارب المتكررة (1442)

السؤال: رُميت قطعة نقود 4 مرات فما احتمال أن تظهر الصورة في الأربع مرات معاً؟

الخيارات:

أ) $\frac{1}{16}$

ب) $\frac{1}{4}$

ج) $\frac{1}{2}$

د) 1

الإجابة: (أ) $\frac{1}{16}$

التلميح: احتمال الصورة في كل رمية $\frac{1}{2}$، والرميات مستقلة فتُضرب الاحتمالات.

الحل:

١. فضاء العينة:

$$2^4 = 16$$

٢. الصورة في الأربع مرات تحدث بطريقة واحدة، إذن:

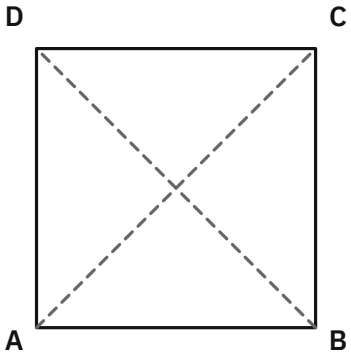
$$\frac{1}{16}$$

٣. وبنظرية ذات الحدين نحصل على النتيجة نفسها:

$$\binom{4}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{16}$$

س663 الاحتمال الهندسي

السؤال: في الشكل أدناه تم توصيل منتصفات أضلاع المربع الكبير للحصول على مربع أصغر، إذا اختيرت نقطة عشوائياً داخل المربع الكبير، فما احتمال وقوعها في المنطقة المظللة؟



الخيارات:

أ) 0.75

ب) 0.50

ج) 0.25

د) 0.125

الإجابة: (ب) 0.50

التلميح: المربع الناتج من توصيل منتصفات أضلاع مربع مساحته نصف مساحة الأصلي.

الحل:

١. مساحة المربع الصغير تساوي نصف مساحة المربع الكبير

٢. الاحتمال الهندسي:

$$\frac{\text{مساحة المنطقة المظللة}}{\text{مساحة المربع الكبير}}=0.50$$

س664 احتمال حادثتين متنافيتين

السؤال: عند رمي مكعب أرقام مرتين، ما احتمال ظهور عددين ناتج جمعهما 5 أو 11؟

الخيارات:

أ) $\frac{1}{2}$

ب) $\frac{1}{3}$

ج) $\frac{1}{6}$

د) $\frac{1}{12}$

الإجابة: (ج) $\frac{1}{6}$

التلميح: عدّ الأزواج المرتّبة لكل حالة على حدة ثم اجمعها لأن الحادثتين متنافيتان.

الحل:

١. فضاء العينة:

$$6 \times 6 = 36$$

٢. الأزواج التي مجموعها 5:

$$\{(1,4),(4,1),(2,3),(3,2)\}$$

٣. والأزواج التي مجموعها 11:

$$\{(5,6),(6,5)\}$$

٤. الاحتمال:

$$\frac{4+2}{36} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

س665 التوافيق

السؤال: بكم طريقة يمكن اختيار طالبين من 5 طلاب لرحلة مدرسية؟

الخيارات:

أ) 7

ب) 10

ج) 20

د) 25

الإجابة: (ب) 10

التلميح: الاختيار لرحلة لا يفرّق بين ترتيب الطالبين، فالترتيب غير مهم.

الحل:

١. نستخدم التوافيق لأن الترتيب غير مهم:

$$\binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

س666 المتوسط الحسابي

السؤال: طالبة متوسط درجاتها في 4 اختبارات 40، وأضافت المعلمة 8 درجات إلى أحد الاختبارات. كم يصبح متوسط درجاتها؟

الخيارات:

أ) 32

ب) 36

ج) 42

د) 48

الإجابة: (ج) 42

التلميح: أضف الدرجات إلى المجموع الكلي ثم اقسم على عدد الاختبارات نفسه.

الحل:

١. مجموع الدرجات الأصلي:

$$40 \times 4 = 160$$

٢. المتوسط الجديد:

$$\frac{160+8}{4} = \frac{168}{4} = 42$$

س667 الحوادث المستقلة

السؤال: إذا كان احتمال وصول قطار إلى المحطة $\frac{9}{10}$ واحتمال وصول الحافلة إلى المحطة $\frac{7}{10}$، فما احتمال وصولهما إلى المحطة معاً؟

الخيارات:

أ) 60%

ب) 61%

ج) 62%

د) 63%

الإجابة: (د) 63%

التلميح: وصول القطار لا يؤثر في وصول الحافلة، فالحادثتان مستقلتان وتُضرب احتمالاتهما.

الحل:

١. نضرب الاحتمالين:

$$\frac{9}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{63}{100}$$

٢. أي:

$$= 63\%$$

س668 أثر الزيادة الثابتة على مقاييس النزعة والتشتت

السؤال: لدينا القيم $1, 2, 2, 3, 4$، أيٌّ مما يلي لا يتأثر إذا زادت كل قيمة بمقدار واحد؟

الخيارات:

أ) المتوسط

ب) الوسيط

ج) المنوال

د) المدى

الإجابة: (د) المدى

التلميح: إضافة مقدار ثابت لكل القيم تُزيح البيانات كلها، فلا تتغيّر الفروق بينها.

الحل:

١. القيم بعد الزيادة:

$$2, 3, 3, 4, 5$$

٢. المدى قبل الزيادة:

$$4 - 1 = 3$$

٣. والمدى بعد الزيادة:

$$5 - 2 = 3$$

٤. أما المتوسط والوسيط والمنوال فقد زاد كلٌّ منها بمقدار 1

س669 المتوسط الحسابي المرجّح

السؤال: الجدول التالي يمثل الأجر اليومي لعدد من العمال، أوجد المتوسط الحسابي لأجرة العامل:

- أجرة 80 لعدد 2 عمال
- أجرة 100 لعدد 15 عاملاً
- أجرة 300 لعدد 3 عمال

عدد العمال	الأجرة اليومية (ريال)
2	80
15	100
3	300

الخيارات:
أ) 24
ب) 146
ج) 128
د) 160
الإجابة: (ج) 128
التلميح: اضرب كل قيمة في تكرارها، ثم اقسم المجموع على مجموع التكرارات لا على عدد الفئات.
الحل:
١. مجموع حاصل ضرب القيم في تكراراتها:

$$2 \times 80 + 15 \times 100 + 3 \times 300 = 2560$$

٢. مجموع التكرارات:

$$2 + 15 + 3 = 20$$

٣. المتوسط:

$$\frac{2560}{20} = 128$$

س670 الحوادث المستقلة

السؤال: صندوقان، في الأول 4 كرات زرقاء و 5 حمراء، وفي الثاني 5 كرات زرقاء و 5 حمراء، سُحبت كرة من كل صندوق، ما احتمال أن تكون الكرتان حمراوين؟
الخيارات:
أ) $\frac{5}{18}$
ب) $\frac{5}{9}$
ج) $\frac{1}{2}$
د) $\frac{1}{5}$
الإجابة: (أ) $\frac{5}{18}$
التلميح: السحب من صندوقين مختلفين يجعل الحادثين مستقلتين، فيُضرب الاحتمالان.
الحل:
١. احتمال الحمراء من الصندوق الأول:

$$\frac{5}{9}$$

٢. واحتمالها من الصندوق الثاني:

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

٣. بالضرب:

$$\frac{5}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{18}$$

س671 التوافيق

السؤال: يريد معلم توزيع 4 جوائز متماثلة على 10 طلاب. كم عدد الطرق الممكنة؟
الخيارات:
أ) $\frac{10!}{6!\,4!}$
ب) $\frac{10!}{6!}$

ج) $10!$
د) $4!$

الإجابة: (أ) $\frac{10!}{6!\,4!}$

التلميح: كلمة "متماثلة" هي المفتاح: تماثل الجوائز يعني أن الترتيب غير مهم.

الحل:

١. الترتيب غير مهم لتماثل الجوائز، فنستخدم التوافيق:

$$\binom{10}{4} = \frac{10!}{4!(10-4)!}$$

٢. إذن:

$$= \frac{10!}{4!\,6!}$$

س672 المنوال

السؤال: المنوال للقيم $4, 3, 4, 5, 6, 4, 3$

الخيارات:

أ) 3
ب) 4
ج) 5
د) 6

الإجابة: (ب) 4

التلميح: المنوال هو القيمة الأكثر تكراراً في البيانات لا أكبرها.

الحل:

١. نحصي التكرارات: العدد 4 تكرّر ثلاث مرات، و 3 مرتين، والباقي مرة واحدة

٢. إذن المنوال:

$$4$$

س673 التوافيق والمعادلات

السؤال: إذا تم اختيار معلمتين من n من المعلمات وعدد طرق الاختيار 21 فكم عدد المعلمات؟

الخيارات:

أ) 5
ب) 6
ج) 7
د) 8

الإجابة: (ج) 7

التلميح: كوّن معادلة تربيعية من قانون التوافيق، واستبعد الجذر السالب لأن العدد لا يكون سالباً.

الحل:

١. نطبق قانون التوافيق:

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} = 21$$

٢. بالتبسيط:

$$n^2 - n - 42 = 0$$

٣. بالتحليل:

$$(n-7)(n+6) = 0$$

٤. نرفض $n = -6$، إذن:

$$n = 7$$

س674 المتوسط الحسابي المركّب

السؤال: متوسط 20 عدداً يساوي 20 ومتوسط 9 أعداد منهم يساوي 9، فما متوسط باقي الأعداد؟

الخيارات:

أ) 27

ب) 29

ج) 31

د) 33

الإجابة: (ب) 29

التلميح: اعمل بالمجاميع لا بالمتوسطات، وانتبه أن عدد الأعداد الباقية 11 لا 9

الحل:

١. مجموع العشرين عدداً:

$$20 \times 20 = 400$$

٢. مجموع التسعة أعداد:

$$9 \times 9 = 81$$

٣. مجموع الأحد عشر الباقية:

$$400 - 81 = 319$$

٤. متوسطها:

$$\frac{319}{11} = 29$$

س675 التوافيق

السؤال: يتكون اختبار الإحصاء من 8 أسئلة، ويُطلب من كل طالب أن يحل 5 أسئلة فقط، إذا علمت أن اختيارات الطلاب كانت مختلفة وتم اختيار جميع الاختيارات المتاحة، كم عدد الطلاب؟

الخيارات:

أ) 36

ب) 48

ج) 56

د) 64

الإجابة: (ج) 56

التلميح: استخدم خاصية التماثل $\binom{8}{3} = \binom{8}{5}$ لتبسيط الحساب.

الحل:

١. نستخدم التوافيق:

$$\binom{8}{5} = \binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1}$$

٢. بالحساب:

$$= 8 \times 7 = 56$$

س676 الاحتمال البسيط

السؤال: عند إلقاء حجر النرد مرة واحدة فقط، ما احتمال ظهور عدد زوجي على الوجه العلوي؟

الخيارات:

أ) $\frac{4}{6}$

ب) $\frac{3}{6}$

ج) $\frac{2}{6}$

د) $\frac{1}{6}$

الإجابة: (ب) $\frac{3}{6}$

التلميح: عدّ الأعداد الزوجية في فضاء العينة من 1 إلى 6

الحل:

١. فضاء العينة:

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

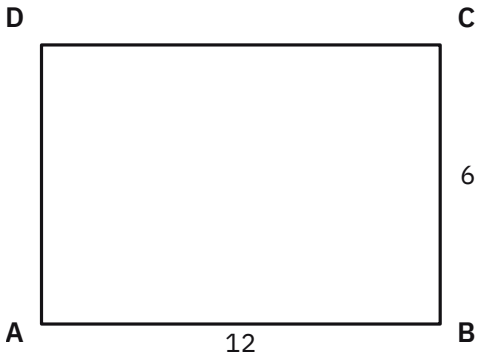
٢. الأعداد الزوجية هي $2, 4, 6$ أي ثلاثة عناصر

٣. الاحتمال:

$$\frac{3}{6}$$

س677 الاحتمال الهندسي

السؤال: اختيرت نقطة عشوائياً داخل مستطيل بُعداه 6 cm و 12 cm، ما احتمال أن تقع داخل شبه المنحرف $BCDM$ الذي قاعدتاه 6 و 12 وارتفاعه 6؟



الخيارات:

أ) $\frac{2}{3}$

ب) $\frac{3}{4}$

ج) $\frac{4}{9}$

د) $\frac{2}{9}$

الإجابة: (ب) $\frac{3}{4}$

التلميح: الاحتمال الهندسي هو نسبة المساحة المطلوبة إلى المساحة الكلية.

الحل:

١. مساحة شبه المنحرف:

$$\frac{1}{2} \times 6 \times (6 + 12) = 54$$

٢. مساحة المستطيل:

$$6 \times 12 = 72$$

٣. الاحتمال:

$$\frac{54}{72} = \frac{3}{4}$$

س678 فضاء العينة ومبدأ العد

السؤال: صندوق يحتوي على 5 كرات حمراء و 4 كرات بيضاء، ما عدد عناصر فضاء العينة عند سحب 3 كرات دون إرجاع؟

الخيارات:

أ) 6

ب) 20

ج) 72

د) 504

الإجابة: (د) 504

التلميح: عدد الكرات الكلي 9، وينقص بمقدار واحد في كل سحبة.

الحل:

١. بمبدأ العد (التباديل):

$$9 \times 8 \times 7 = 504$$

س679 الحوادث المستقلة

السؤال: إذا كان احتمال إصابة أحمد للهدف $\frac{1}{4}$ واحتمال إصابة فهد للهدف $\frac{3}{4}$، فما احتمال إصابة كليهما للهدف؟

الخيارات:

أ) $\frac{3}{16}$

ب) $\frac{13}{16}$

ج) 1

د) $\frac{4}{7}$

الإجابة: (أ) $\frac{3}{16}$

التلميح: إصابة أحدهما لا تؤثر في الآخر، فالحادثان مستقلتان وتُضرب احتمالاتهما.

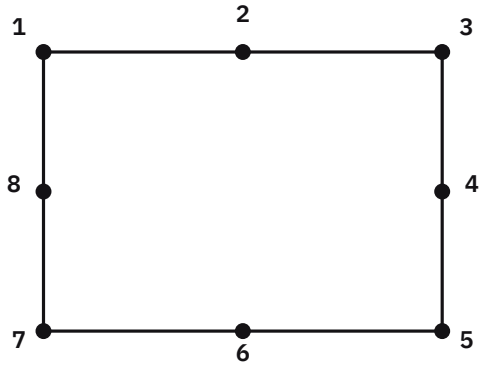
الحل:

١. نضرب الاحتمالين:

$$\frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$$

س680 التوافيق والاحتمال

السؤال: إذا تم اختيار ثلاث نقاط عشوائياً من النقاط الثماني المسماة على المستطيل في الشكل التالي، فما احتمال أن تقع الثلاث نقاط على قطعة مستقيمة واحدة؟



الخيارات:
أ) $\frac{1}{4}$
ب) $\frac{1}{14}$
ج) $\frac{1}{2}$
د) $\frac{1}{56}$

الإجابة: (ب) $\frac{1}{14}$

التلميح: أضلاع المستطيل الأربعة تعطي أربع مجموعات مستقيمة فقط، وفضاء العينة يُحسب بالتوافيق.

الحل:

١. فضاء العينة باستخدام التوافيق:

$$\binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

٢. عدد اختيارات ثلاث نقاط على استقامة واحدة $= 4$

٣. الاحتمال:

$$\frac{4}{56} = \frac{1}{14}$$

س681 أثر التغيير على الوسيط

السؤال: في مجموعة من خمسة أعداد مختلفة، أيٌّ مما يأتي لا يؤثر في الوسيط؟

الخيارات:
أ) مضاعفة كل عدد
ب) زيادة كل عدد بمقدار 3
ج) زيادة القيمة الصغرى فقط
د) زيادة القيمة الكبرى فقط

الإجابة: (د) زيادة القيمة الكبرى فقط

التلميح: الوسيط هو القيمة الوسطى بعد الترتيب، فما الذي لا يغيّر موقعها ولا قيمتها؟

الحل:

١. مضاعفة كل عدد أو زيادته بمقدار ثابت تغيّر قيمة الوسيط نفسه

٢. أما زيادة القيمة الكبرى فقط فتبقيها في موقعها الأخير ولا تمسّ القيمة الوسطى

٣. إذن الوسيط لا يتأثر

س682 المتوسط الحسابي

السؤال: إذا كان متوسط الأعداد $x_1, x_2, \ldots, x_7$ يساوي 11 وعند إضافة x_8 للأعداد أصبح المتوسط 12 فما قيمة x_8؟

الخيارات:

أ) 20
ب) 19
ج) 17
د) 23

الإجابة: (ب) 19

التلميح: احسب المجموع قبل الإضافة وبعدها، والفرق بينهما هو القيمة المضافة.

الحل:

١. المجموع قبل الإضافة:

$$7 \times 11 = 77$$

٢. المجموع بعد الإضافة:

$$8 \times 12 = 96$$

٣. إذن:

$$x_8 = 96 - 77 = 19$$

س683 التوافيق والمتطابقات — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $\binom{2n}{2} = 2\binom{n}{2} + x$ فإن قيمة x

الخيارات:

أ) n^3
ب) n^2
ج) n
د) 1

الإجابة: (ب) n^2

التلميح: فُك كل توفيقة إلى صورتها المبسّطة $\frac{m(m-1)}{2}$ ثم قارن الطرفين.

الحل:

١. نفكّ الطرف الأيسر:

$$\binom{2n}{2} = \frac{2n(2n-1)}{2} = 2n^2 - n$$

٢. ونفكّ الطرف الأيمن:

$$2\binom{n}{2} + x = 2 \cdot \frac{n(n-1)}{2} + x = n^2 - n + x$$

٣. بمساواة الطرفين:

$$2n^2 - n = n^2 - n + x$$

٤. إذن:

$$x = n^2$$

س684 الاحتمال من جدول ذي اتجاهين

السؤال: من الجدول (معمل العلوم: صف أول 10، صف ثانٍ 7 | معمل الرياضيات: صف أول 12، صف ثانٍ 3)، إذا اختير طالب من معمل العلوم، ما احتمال أن يكون من الصف الأول؟

	الصف الأول	الصف الثاني
معمل العلوم	10	7
معمل الرياضيات	12	3

الخيارات:

أ) $\frac{10}{17}$

ب) $\frac{10}{22}$

ج) $\frac{10}{32}$

د) $\frac{7}{17}$

الإجابة: (أ) $\frac{10}{17}$

التلميح: الشرط "من معمل العلوم" يحصر فضاء العينة في عمود معمل العلوم وحده.

الحل:

١. فضاء العينة هو طلاب معمل العلوم فقط:

$$10 + 7 = 17$$

٢. عدد طلاب الصف الأول في معمل العلوم $= 10$

٣. الاحتمال:

$$\frac{10}{17}$$

س685 مبدأ العد الأساسي

السؤال: إذا كانت أرقام هواتف شركة الاتصالات تبدأ بـ 058 أو 059، حيث عدد الأرقام عشرة، فكم عدد الأرقام المختلفة؟

الخيارات:

أ) 2×10^{7}

ب) 8×10^{7}

ج) 27×10^{7}

د) 87×10^{2}

الإجابة: (أ) 2×10^{7}

التلميح: الخانات الثلاث الأولى مقيّدة (بطريقتين فقط)، والخانات السبع الباقية حرة.

الحل:

١. الخانة الأولى والثانية ثابتتان (0 ثم 5)

٢. الخانة الثالثة لها طريقتان (8 أو 9)

٣. الخانات السبع الباقية لكلٍّ منها 10 احتمالات:

$$1 \times 1 \times 2 \times 10^{7}$$

٤. إذن:

$$= 2 \times 10^{7}$$

س686 احتمال الاتحاد للحوادث المتنافية

السؤال: صندوق يحتوي على 6 كرات حمراء و 6 زرقاء و 8 صفراء و 5 بيضاء، سُحبت منها كرة واحدة عشوائياً، ما احتمال أن تكون الكرة حمراء أو بيضاء؟

الخيارات:

أ) $\frac{11}{20}$

ب) $\frac{11}{25}$

ج) $\frac{14}{25}$
د) $\frac{11}{14}$

الإجابة: (ب) $\frac{11}{25}$

التلميح: الحادثتان متنافيتان فنجمع عدديهما، والمقام هو العدد الكلي للكرات جميعاً.

الحل:

١. العدد الكلي للكرات:

$$6 + 6 + 8 + 5 = 25$$

٢. الكرات الحمراء أو البيضاء:

$$6 + 5 = 11$$

٣. الاحتمال:

$$\frac{11}{25}$$

س687 المتوسط الحسابي

السؤال: إذا كان المتوسط الحسابي 9 للقيم $2, 6, 7, 12, 17, x$ أوجد قيمة x

الخيارات:

أ) 10
ب) 11
ج) 9
د) 12

الإجابة: (أ) 10

التلميح: عدد القيم ستة لا خمسة، كوّن المعادلة ثم اعزل المجهول.

الحل:

١. من قانون المتوسط:

$$\frac{2 + 6 + 7 + 12 + 17 + x}{6} = 9$$

٢. بالتبسيط:

$$\frac{44 + x}{6} = 9 \Rightarrow 44 + x = 54$$

٣. إذن:

$$x = 10$$

س688 الوسيط

السؤال: الوسيط للقيم التالية $36, 39, 41, 48$ هو

الخيارات:

أ) 41
ب) 40
ج) 39
د) 42

الإجابة: (ب) 40

التلميح: عدد البيانات زوجي، فالوسيط هو متوسط القيمتين الوسطيتين بعد الترتيب.

الحل:

١. البيانات مرتبة تصاعدياً وعددها زوجي

٢. الوسيط متوسط القيمتين الوسطيتين:

$$\frac{39+41}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

س689 التوافيق

السؤال: تقع 4 نقاط على دائرة، فكم مثلثاً يمكن رسمه بحيث تكون رؤوسه على الدائرة؟
الخيارات:
أ) 2
ب) 4
ج) 6
د) 8
الإجابة: (ب) 4
التلميح: المثلث يتحدّد باختيار ثلاث نقاط دون اعتبار للترتيب.
الحل:
١. نستخدم التوافيق:

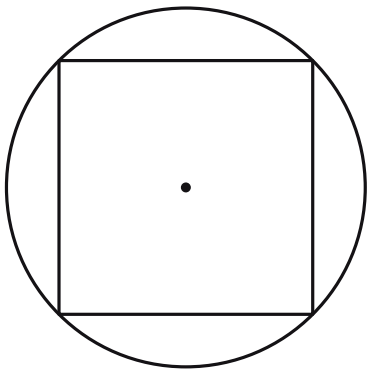
$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{3!\,(4-3)!}$$

٢. بالحساب:

$$= 4$$

س690 الاحتمال الهندسي

السؤال: أطلق صياد بندقيته على الشكل التالي (مربع محاط بدائرة نصف قطرها r وقطرها $2r$)، ما احتمال أن يصيب المنطقة المظللة بين الدائرة والمربع؟



الخيارات:
أ) $\frac{\pi}{2}$
ب) $\frac{2}{\pi}$
ج) $1-\frac{\pi}{2}$
د) $1-\frac{2}{\pi}$
الإجابة: (د) $1-\frac{2}{\pi}$

التلميح: مساحة المربع المرسوم داخل دائرة تساوي نصف مربع طول القطر.
الحل:
١. مساحة الدائرة:

$$\pi r^2$$

٢. مساحة المربع الداخلي:

$$\frac{1}{2}(2r)^2 = 2r^2$$

٣. مساحة المنطقة المظللة:

$$\pi r^2 - 2r^2 = r^2(\pi - 2)$$

٤. الاحتمال:

$$\frac{r^2(\pi - 2)}{\pi r^2} = 1 - \frac{2}{\pi}$$

س691 الاحتمال بدون إرجاع

السؤال: صندوق يحتوي على 4 كرات حمراء و 5 صفراء وكرة بيضاء، إذا سُحبت كرتان معاً، ما احتمال أن تكون إحداهما صفراء والأخرى حمراء؟
الخيارات:
أ) $\frac{2}{9}$
ب) $\frac{4}{9}$
ج) $\frac{9}{10}$
د) $\frac{9}{20}$
الإجابة: (ب) $\frac{4}{9}$
التلميح: الترتيب غير محدّد، فاجمع احتمالي (صفراء ثم حمراء) و(حمراء ثم صفراء).
الحل:
١. احتمال الصفراء ثم الحمراء:

$$\frac{5}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{2}{9}$$

٢. واحتمال الحمراء ثم الصفراء:

$$\frac{4}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{2}{9}$$

٣. بجمع الاحتمالين:

$$\frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

س692 التباديل

السؤال: بكم طريقة يمكن توزيع خمس جوائز مختلفة على خمسة طلاب بحيث يأخذ كل طالب جائزة واحدة؟
الخيارات:
أ) 5
ب) 120
ج) 625
د) 725
الإجابة: (ب) 120
التلميح: اختلاف الجوائز يجعل الترتيب مهماً، بخلاف الجوائز المتماثلة.

الحل:
١. نستخدم التباديل:

$$5P_5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

س693 التباديل

السؤال: لدى عبدالرحمن 10 كتب مختلفة ويريد أن يختار كتاباً يقرؤه في اليوم الأول ثم كتاباً في اليوم الثاني ثم كتاباً في اليوم الثالث. بكم طريقة يمكنه اختيار هذه الكتب؟
الخيارات:
أ) 6
ب) 30
ج) 100
د) 720
الإجابة: (د) 720
التلميح: تخصيص كتاب لكل يوم يجعل الترتيب مهماً.
الحل:
١. نستخدم التباديل:

$$10P_3 = 10 \times 9 \times 8 = 720$$

س694 التوافيق

السؤال: بكم طريقة يمكن لمدير مدرسة اختيار لجنة مكوّنة من 4 أعضاء من بين 10 معلمين؟
الخيارات:
أ) 40
ب) 210
ج) 1260
د) 5040
الإجابة: (ب) 210
التلميح: أعضاء اللجنة متكافئون فلا يهم ترتيب اختيارهم.
الحل:
١. نستخدم التوافيق:

$$\binom{10}{4} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

٢. بالحساب:

$$= 210$$

س695 التنبؤ الإحصائي

السؤال: أظهرت دراسة إحصائية أن 22 طالباً من كل 30 طالباً يخفقون في حل المسائل الرياضية، إذا قُدّمت مسألة رياضية لـ 600 طالب فكم عدد الطلبة المتوقع أن يجيبوا إجابة صحيحة؟
الخيارات:
أ) 80
ب) 160
ج) 220
د) 420
الإجابة: (ب) 160

التلميح: المطلوب الناجحون لا المخفقون، فاحسب المكمّل أولاً.
الحل:
١. عدد من يجيبون إجابة صحيحة من كل 30:

$$30 - 22 = 8$$

٢. بالتناسب:

$$\frac{600}{30} \times 8 = 20 \times 8 = 160$$

س696 نظرية ذات الحدين — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: رُميت قطعة نقود 8 مرات فما احتمال ظهور الصورة مرتين؟
الخيارات:
أ) $\frac{7}{32}$
ب) $\frac{7}{64}$
ج) $\frac{1}{8}$
د) $\frac{5}{16}$

الإجابة: (ب) $\frac{7}{64}$

التلميح: استخدم $\binom{n}{x}p^x q^{n-x}$ مع $n = 8$ و $x = 2$ و $p = q = \frac{1}{2}$
الحل:
١. نطبق نظرية ذات الحدين:

$$\binom{8}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^6$$

٢. بالحساب:

$$= 28 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{64} = \frac{28}{256}$$

٣. بالاختصار:

$$= \frac{7}{64}$$

س697 الحوادث المستقلة

السؤال: إذا كان احتمال إصابة سعد الهدف $\frac{1}{2}$ واحتمال إصابة محمد الهدف $\frac{1}{4}$، فما احتمال إصابة الهدف من كليهما؟
الخيارات:
أ) 0
ب) $\frac{1}{8}$
ج) $\frac{3}{4}$
د) 1

الإجابة: (ب) $\frac{1}{8}$

التلميح: نطبق قانون التقاطع للحوادث المستقلة $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
الحل:
١. نضرب الاحتمالين:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

س698 الوسيط بالتعويض

السؤال: إذا كانت $x = 1$ فإن الوسيط للقيم $2x,\ 2x-1,\ 2x+2,\ 4x,\ 2x+1$

الخيارات:

أ) 1
ب) 2
ج) 3
د) 4

الإجابة: (ج) 3

التلميح: عوّض أولاً لتحصل على القيم العددية، ثم رتّبها تصاعدياً قبل تحديد الوسيط.

الحل:

١. بالتعويض $x = 1$ نحصل على القيم:

$$3,\ 4,\ 4,\ 1,\ 2$$

٢. بالترتيب التصاعدي:

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 4$$

٣. عدد القيم فردي، فالوسيط هو القيمة الوسطى:

$$3$$

س699 أثر تغيير قيمة على مقاييس النزعة والتشتت

السؤال: إذا كانت عدد الساعات التدريبية لخالد خلال 5 أيام متتالية هي $1, 2, 2, 3, 4$، فإذا تدرّب في اليوم الأول ساعتين بدلاً من ساعة فأي القيم التالية ستقل؟

الخيارات:

أ) المدى
ب) الوسيط
ج) المنوال
د) الوسط الحسابي

الإجابة: (أ) المدى

التلميح: رفع أصغر قيمة يقرّب طرفَي البيانات من بعضهما؛ فما المقياس الذي يعتمد على الطرفين؟

الحل:

١. القيم بعد التغيير:

$$2, 2, 2, 3, 4$$

٢. المدى قبل التغيير:

$$4 - 1 = 3$$

٣. والمدى بعد التغيير:

$$4 - 2 = 2$$

٤. أما الوسط الحسابي فقد زاد، والوسيط والمنوال لم يقلّا

س700 الاحتمال التجريبي

السؤال: لعب نادي المروج 12 مباراة ودية فاز بست منها وخسر أربع مباريات وتعادل في مباراتين. بقيت أمامه مباراة واحدة، ما احتمال أن يتعادل فيها استناداً على نتائجه السابقة؟

الخيارات:

أ) $\frac{1}{12}$

ب) $\frac{1}{10}$
ج) $\frac{1}{5}$
د) $\frac{1}{6}$

الإجابة: (د) $\frac{1}{6}$

التلميح: الاحتمال التجريبي هو تكرار الحدث مقسوماً على العدد الكلي للتجارب السابقة.

الحل:

١. نطبق قانون الاحتمال:

$$\frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{2}{12}$$

٢. بالاختصار:

$$= \frac{1}{6}$$

س701 مبدأ العد الأساسي

السؤال: بكم طريقة يمكن كتابة عدد فردي مكوّن من خانتين من الأرقام $1, 2, 3, 4, 5, 6$؟

الخيارات:

أ) 6
ب) 12
ج) 18
د) 36

الإجابة: (ج) 18

التلميح: ابدأ بالخانة المقيّدة (الآحاد) لأن فردية العدد تتحدّد بها.

الحل:

١. خانة الآحاد يجب أن تكون فردية $(1, 3, 5)$ أي 3 طرق

٢. وخانة العشرات لها 6 طرق

٣. بمبدأ العد:

$$6 \times 3 = 18$$

س702 أثر حذف القيم الطرفية

السؤال: قام طالب بأخذ 9 قياسات ثم ألغى أكبر قيمتين وأصغر قيمتين فتبقّى لديه 5 قيم. أيٌّ مما يلي لن يتأثر بحذف القيم الأربع؟

الخيارات:

أ) المتوسط الحسابي
ب) الوسيط
ج) المدى
د) الانحراف المعياري

الإجابة: (ب) الوسيط

التلميح: حذف عدد متساوٍ من الطرفين يبقي القيمة الوسطى في موقعها نفسه.

الحل:

١. الوسيط في البيانات التسع هو القيمة الخامسة بعد الترتيب

٢. وبحذف قيمتين من كل طرف تبقى القيمة نفسها في المنتصف

٣. إذن الوسيط لا يتأثر، بينما تتأثر بقية المقاييس

س703 الاحتمال المتتالي بدون إرجاع

السؤال: في ملعب مدرسة ابتدائية 7 طلاب من الصف الثالث و 3 من الرابع و 4 من الخامس و 6 من السادس. اختير طالبان، فما احتمال أن يكون الأول من الصف السادس والثاني من الصف الثالث؟

الخيارات:

أ) $\frac{2}{20}$

ب) $\frac{13}{20}$

ج) $\frac{42}{380}$

د) $\frac{42}{400}$

الإجابة: (ج) $\frac{42}{380}$

التلميح: الاختيار متتابع بدون إرجاع، فينقص المقام بمقدار واحد في الاختيار الثاني.

الحل:

١. العدد الكلي:

$$7 + 3 + 4 + 6 = 20$$

٢. بالضرب مع نقصان المقام:

$$\frac{6}{20} \times \frac{7}{19} = \frac{42}{380}$$

س704 المتوسط الحسابي

السؤال: إذا كان المتوسط الحسابي لأربعة أعداد يساوي 20 وعند استبعاد أحدهم يكون المتوسط 15 فما العدد الذي تم استبعاده؟

الخيارات:

أ) 5

ب) 20

ج) 32

د) 35

الإجابة: (د) 35

التلميح: الفرق بين المجموعين هو العدد المستبعد نفسه.

الحل:

١. مجموع الأعداد الأربعة:

$$4 \times 20 = 80$$

٢. مجموع الأعداد الثلاثة:

$$3 \times 15 = 45$$

٣. العدد المستبعد:

$$80 - 45 = 35$$

س705 التوافيق

السؤال: أرادت 4 نوادٍ إقامة مباريات لكرة القدم بينها بحيث تلعب هذه النوادي مثنى مثنى، فبكم طريقة يمكن إتمام ذلك؟

الخيارات:

أ) 12

ب) 10

ج) 6

د) 5

الإجابة: (ج) 6

التلميح: مباراة الفريق (أ) مع (ب) هي نفسها مباراة (ب) مع (أ)، فالترتيب غير مهم.
الحل:
١. نستخدم التوافيق:

$$\binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

س706 مبدأ العد وقابلية القسمة

السؤال: كم عدد الأعداد الواقعة بين 100 و 1000 ولا تقبل القسمة على 10؟
الخيارات:
أ) 700
ب) 729
ج) 810
د) 900
الإجابة: (ج) 810
التلميح: العدد يقبل القسمة على 10 إذا كان رقم آحاده صفراً، فاستبعد الصفر من خانة الآحاد.
الحل:
١. خانة الآحاد: 9 احتمالات (كل الأرقام عدا الصفر)
٢. خانة العشرات: 10 احتمالات
٣. خانة المئات: 9 احتمالات (لا يجوز الصفر)
٤. بمبدأ العد:

$$9 \times 10 \times 9 = 810$$

س707 مبدأ العد وقابلية القسمة

السؤال: بكم طريقة يمكن تكوين عدد من ثلاث خانات تنتمي للمجموعة $\{0, 2, 3, 5, 7, 9\}$ بحيث يقبل القسمة على 5؟
الخيارات:
أ) 72
ب) 60
ج) 36
د) 30
الإجابة: (ب) 60
التلميح: ابدأ بالقيد الأصعب: خانة الآحاد يجب أن تكون 0 أو 5، ولا يجوز الصفر في خانة المئات.
الحل:
١. خانة الآحاد: 2 احتمالان (0 أو 5)
٢. خانة العشرات: 6 احتمالات
٣. خانة المئات: 5 احتمالات (بلا صفر)
٤. بمبدأ العد:

$$5 \times 6 \times 2 = 60$$

س708 المتوسط الحسابي

السؤال: إذا كانت درجات طالب في أحد المواد هي $87, 84, 90, 100$ فكم يجب أن تكون درجته في المادة الخامسة حتى يصبح متوسط درجاته 90؟
الخيارات:
أ) 85
ب) 87
ج) 89

د) 93

الإجابة: (ج) 89

التلميح: احسب المجموع المطلوب لخمس مواد ثم اطرح مجموع الأربع المعلومة.

الحل:

١. مجموع درجات خمس مواد:

$$90 \times 5 = 450$$

٢. مجموع درجات أربع مواد:

$$100 + 90 + 84 + 87 = 361$$

٣. الدرجة المطلوبة:

$$450 - 361 = 89$$

س709 احتمال الحوادث المتنافية

السؤال: إذا رُمي مكعب مرقّم من 1 إلى 6 مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد فردي أو العدد 6 هو

الخيارات:

أ) $\frac{1}{6}$

ب) $\frac{1}{3}$

ج) $\frac{2}{3}$

د) $\frac{5}{6}$

الإجابة: (ج) $\frac{2}{3}$

التلميح: كلمة "أو" تعني الجمع، والحادثتان متنافيتان لأن 6 ليس فردياً.

الحل:

١. احتمال العدد الفردي:

$$\frac{3}{6}$$

٢. احتمال العدد 6:

$$\frac{1}{6}$$

٣. بالجمع:

$$\frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

س710 المتوسط الحسابي المركّب

السؤال: إذا كان المتوسط الحسابي للقيم $x + 11,\ x - 8,\ 27 - 2x$ هو y، فما هو المتوسط الحسابي للقيم $\frac{2}{5}y,\ 2y$؟

الخيارات:

أ) 3

ب) 9

ج) 11

د) 12

الإجابة: (د) 12

التلميح: حدود x ستختصر عند الجمع، فقيمة y عدد ثابت لا يعتمد على x

الحل:

١. نوجد y:

$$y = \frac{27 - 2x + x - 8 + x + 11}{3} = \frac{30}{3} = 10$$

٢. نحسب القيمتين:

$$2y = 20, \qquad \frac{2}{5}y = 4$$

٣. متوسطهما:

$$\frac{20 + 4}{2} = 12$$

س711 الاحتمال البسيط

السؤال: مقرر له شعبتان يختار منهما (أحمد، سامي) شعبة عشوائياً، ما احتمال أن يكونا في نفس الشعبة؟

الخيارات:

أ) $\frac{1}{8}$

ب) $\frac{1}{4}$

ج) $\frac{1}{2}$

د) $\frac{3}{4}$

الإجابة: (ج) $\frac{1}{2}$

التلميح: ثبّت اختيار أحدهما، فيبقى احتمال أن يوافقه الآخر واحداً من الشعبتين.

الحل:

١. فضاء العينة للاختيارين:

$$2 \times 2 = 4$$

٢. الحالات التي يكونان فيها معاً: (الأولى، الأولى) و(الثانية، الثانية) أي حالتان

٣. الاحتمال:

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

س712 احتمال اتحاد حادثتين متنافيتين

السؤال: إذا كانت A و B حادثتين متنافيتين، وكان $P(A) = \frac{1}{2}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$، فإن $P(A \cup B)$ يساوي

الخيارات:

أ) 1

ب) $\frac{3}{4}$

ج) $\frac{1}{8}$

د) 0

الإجابة: (ب) $\frac{3}{4}$

التلميح: التنافي يعني $P(A \cap B) = 0$، فيسقط حد الطرح من قانون الاتحاد.

الحل:

١. لتنافي الحادثتين:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

٢. بالتعويض:

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

س713 السحب مع الإرجاع

السؤال: صندوق يحتوي على كرتين خضراوين و 3 كرات بيضاء، إذا سُحبت عشوائياً كرتان على التوالي مع الإرجاع، ما احتمال أن تكون كلتا الكرتين بيضاوين؟

الخيارات:

أ) $\frac{9}{25}$

ب) $\frac{6}{25}$

ج) $\frac{2}{5}$

د) $\frac{3}{5}$

الإجابة: (أ) $\frac{9}{25}$

التلميح: الإرجاع يعني ثبات فضاء العينة، فالاحتمال نفسه في السحبتين.

الحل:

١. لأن السحب مع الإرجاع فالحادثتان مستقلتان:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

٢. بالتعويض:

$$\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

س714 قراءة القطاعات الدائرية

السؤال: استبانة عن المادة الدراسية المفضلة أُجريت على 220 طالبًا، فكانت النسب: رياضيات 30%، لغتي 15%، مواد أخرى 35%، والباقي يفضلون العلوم. كم طالبًا يفضلون مادة العلوم؟

الخيارات:

أ) 11

ب) 22

ج) 44

د) 88

الإجابة: (ج) 44

التلميح: نسبة العلوم غير معطاة؛ استخرجها بطرح مجموع النسب المعلومة من 100%

الحل:

١. مجموع النسب المعلومة:

$$30 + 35 + 15 = 80\%$$

٢. نسبة العلوم:

$$100 - 80 = 20\%$$

٣. عدد الطلاب:

$$220 \times \frac{20}{100} = 44$$

س715 الاحتمال من جدول تكراري

السؤال: سُئل طلاب أحد الفصول عن عدد الإخوة لديهم، وجُمعت الإجابات في جدول التكرار: (0 إخوة: 2)، (1: 3)، (2: 5)، (3: 10)، (4: 6)، (5: 4). إذا اختير طالب عشوائياً، فما احتمال أن عدد إخوته 2 على الأقل؟

التكرار	عدد الإخوة
2	0
3	1
5	2
10	3
6	4
4	5

الخيارات:

أ) $\frac{2}{3}$

ب) $\frac{11}{15}$

ج) $\frac{9}{10}$

د) $\frac{5}{6}$

الإجابة: (د) $\frac{5}{6}$

التلميح: عبارة "على الأقل" تشمل القيمة نفسها وما فوقها، فاجمع تكرارات $2, 3, 4, 5$

الحل:

١. مجموع التكرارات كلها:

$$2 + 3 + 5 + 10 + 6 + 4 = 30$$

٢. تكرارات 2 فأكثر:

$$5 + 10 + 6 + 4 = 25$$

٣. الاحتمال:

$$\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$$

س716 المتوسط الحسابي

السؤال: متوسط درجات يزيد في 5 اختبارات لمقرر دراسي 7 درجات، إذا كانت درجاته في 4 اختبارات $8.5, 8, 8, 9.5$، فكم درجته في الاختبار الخامس؟

الخيارات:

أ) 5

ب) 4

ج) 2

د) 1

الإجابة: (د) 1

التلميح: اضرب المتوسط في عدد الاختبارات الخمسة، ثم اطرح مجموع الأربعة.

الحل:

١. نكوّن المعادلة:

$$\frac{8.5 + 8 + 8 + 9.5 + x}{5} = 7$$

٢. بالتبسيط:

$$34 + x = 35$$

٣. إذن:

$$x = 1$$

س717 الوسيط

السؤال: في إحدى الإدارات يعمل 5 موظفين: موظفان يتقاضيان 50 ريالاً في الساعة، وموظف 80، وموظف 100، وموظف 120. فكم ريالاً في الساعة وسيط ما يتقاضاه موظفو الإدارة؟

الخيارات:

أ) 80
ب) 85
ج) 90
د) 95

الإجابة: (أ) 80

التلميح: رتّب القيم تصاعدياً أولاً؛ العدد فردي فالوسيط هو القيمة الثالثة.

الحل:

١. نرتّب القيم تصاعدياً:

$$50,\ 50,\ 80,\ 100,\ 120$$

٢. الوسيط هو القيمة الواقعة في المنتصف:

$$80$$

س718 الاحتمال الشرطي

السؤال: صندوق مغلق يحتوي على 12 علبة حليب و 4 علب عصير. إذا سحب أحمد علبتين دون إرجاع وكانت العلبة الأولى علبة عصير، فإن احتمال أن تكون العلبة الثانية علبة حليب تساوي

الخيارات:

أ) 0.80
ب) 0.75
ج) 0.70
د) 0.65

الإجابة: (أ) 0.80

التلميح: السحبة الأولى وقعت فعلاً، فيكفي حساب احتمال الثانية بعد نقصان المجموع بواحد.

الحل:

١. فضاء العينة الأصلي:

$$12 + 4 = 16$$

٢. بعد سحب علبة العصير يصبح المجموع 15 وعدد علب الحليب ما زال 12

٣. الاحتمال:

$$\frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0.80$$

س719 المدى

السؤال: إذا كان المدى للبيانات الآتية $6, 7, 10, x, 15, 20$ يساوي 15، فأي القيم الآتية يمكن أن تكون قيمة x؟

الخيارات:

أ) 3
ب) 11
ج) 16
د) 21

الإجابة: (د) 21

التلميح: المدى الحالي بين 6 و 20 يساوي 14، فلا بد أن تغيّر x أحد الطرفين.

الحل:

١. لو كانت x محصورة بين القيم لكان المدى:

$$20 - 6 = 14 \neq 15$$

٢. ولو كانت $x = 3$ لكان المدى:

$$20 - 3 = 17 \neq 15$$

٣. أما عند $x = 21$ فتصبح هي القيمة الكبرى:

$$21 - 6 = 15$$

س720 المتوسط الحسابي

السؤال: إذا كان المتوسط الحسابي للعددين $(3 - 2x)$ و $(2x + 7)$ يساوي y فإن $5y$ تساوي

الخيارات:

أ) 30

ب) 25

ج) 20

د) 15

الإجابة: (ب) 25

التلميح: حدّا x متعاكسان فيختصران عند الجمع.

الحل:

١. نحسب المتوسط:

$$y = \frac{2x + 7 + 3 - 2x}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

٢. إذن:

$$5y = 5 \times 5 = 25$$

س721 القطاعات الدائرية والزوايا

السؤال: القطاع الدائري الآتي يمثل توزيع ألوان 48 قميصاً، والقمصان الزرقاء يقابلها قطاع زاويته $60°$، ما عدد القمصان الزرقاء؟

الخيارات:

أ) 16

ب) 8

ج) 12

د) 6

الإجابة: (ب) 8

التلميح: نسبة القطاع إلى الدائرة الكاملة هي نسبة زاويته إلى $360°$

الحل:

١. نطبق التناسب:

$$x = \frac{60 \times 48}{360}$$

٢. بالحساب:

$$= \frac{48}{6} = 8$$

س722 المتوسط الحسابي المرجّح

السؤال: الوسط الحسابي لخمسة أعداد يساوي 12، إذا حذفنا ثلاثة أعداد وسطها الحسابي 10، فما الوسط الحسابي للعددين الباقيين؟

الخيارات:

أ) 12

ب) 13
ج) 14
د) 15

الإجابة: (د) 15

التلميح: اعمل بالمجاميع: اطرح مجموع الثلاثة من مجموع الخمسة ثم اقسم على 2

الحل:

١. مجموع الخمسة أعداد:

$$12 \times 5 = 60$$

٢. مجموع الثلاثة أعداد:

$$10 \times 3 = 30$$

٣. مجموع العددين الباقيين:

$$60 - 30 = 30$$

٤. متوسطهما:

$$\frac{30}{2} = 15$$

س723 مبدأ العد بدون تكرار

السؤال: كم عدداً طبيعياً مكوّناً من ثلاثة منازل وأصغر من 300 يمكن تكوينه من الأرقام $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ إذا كان التكرار غير مسموح؟

الخيارات:

أ) 24
ب) 32
ج) 40
د) 60

الإجابة: (أ) 24

التلميح: شرط "أصغر من 300" يقيّد خانة المئات، وعدم التكرار ينقص الخيارات في كل خانة تالية.

الحل:

١. خانة المئات: 2 احتمالان (1 أو 2)
٢. خانة العشرات: 4 احتمالات (بعد استبعاد المستخدم)
٣. خانة الآحاد: 3 احتمالات
٤. بمبدأ العد:

$$2 \times 4 \times 3 = 24$$

س724 التوافيق

السؤال: تقع 8 نقاط على محيط دائرة، كم عدد المستقيمات التي تمر بها؟

الخيارات:

أ) 8
ب) 12
ج) 22
د) 28

الإجابة: (د) 28

التلميح: المستقيم يتحدّد بنقطتين، والترتيب بينهما غير مهم.

الحل:

١. نستخدم التوافيق:

$$\binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

٢. طريقة أخرى بجمع المتتابعة:

$$7+6+5+4+3+2+1=28$$

س725 المتوسط الحسابي

السؤال: حصلت فاطمة على الدرجات $90, 86, 87$ في أول ثلاثة اختبارات، ما الدرجة التي يجب أن تحصل عليها في الاختبار الرابع حتى يكون متوسط درجاتها 90؟

الخيارات:

أ) 91
ب) 93
ج) 97
د) 98

الإجابة: (ج) 97

التلميح: المجموع المطلوب هو 4×90، فاطرح منه مجموع الدرجات الثلاث.

الحل:

١. نكوّن المعادلة:

$$\frac{90+86+87+x}{4}=90$$

٢. بالتبسيط:

$$263+x=360$$

٣. إذن:

$$x=97$$

س726 المتوسط والنسب المئوية

السؤال: حصل نواف على متوسط درجات 76% في ثلاثة اختبارات، ما أقل درجة يجب أن يحصل عليها في الاختبار الرابع ليكون تقديره B؟ (التقدير B يعني الحصول على 80% حداً أدنى)

الخيارات:

أ) 96%
ب) 94%
ج) 92%
د) 84%

الإجابة: (ج) 92%

التلميح: احسب المجموع المطلوب لأربعة اختبارات عند 80% واطرح مجموع الثلاثة.

الحل:

١. مجموع درجاته في ثلاثة اختبارات:

$$76 \times 3 = 228$$

٢. المجموع المطلوب في أربعة اختبارات:

$$80 \times 4 = 320$$

٣. أقل درجة مطلوبة:

$$320 - 228 = 92$$

س727 المتوسط الحسابي والمعادلات

السؤال: إذا كان المتوسط الحسابي للقيم $1, x, x^2, x^3$ هو 10، فما قيمة x؟

الخيارات:

أ) 1

ب) 2

ج) 3

د) 4

الإجابة: ج) 3

التلميح: المعادلة الناتجة من الدرجة الثالثة، التجريب بالخيارات أسرع من الحل الجبري.

الحل:

١. نكوّن المعادلة:

$$\frac{1+x+x^2+x^3}{4}=10 \Rightarrow 1+x+x^2+x^3=40$$

٢. بتجريب $x=3$:

$$1+3+9+27=40$$

س728 التباديل

السؤال: يقف 5 طلاب في دائرة ويلعبون لعبة تمرير الكرة، فإذا مرّر كل طالب الكرة لزميله مرة واحدة فما مجموع التمريرات؟

الخيارات:

أ) 5

ب) 5×4

ج) $5!$

د) 2^5

الإجابة: ب) 5×4

التلميح: تمرير (أ) إلى (ب) يختلف عن تمرير (ب) إلى (أ)، فالترتيب مهم.

الحل:

١. كل طالب يمرّر 4 تمريرات لزملائه الباقين:

$$5\times4$$

٢. وبالتباديل نحصل على النتيجة نفسها:

$$5P_2=5\times4$$

س729 الاحتمال في رمي حجري نرد

السؤال: إذا أُلقي حجرا نرد، فما احتمال أن يكون مجموع العددين الظاهرين 9؟

الخيارات:

أ) $\frac{1}{6}$

ب) $\frac{1}{4}$

ج) $\frac{1}{9}$

د) $\frac{1}{18}$

الإجابة: ج) $\frac{1}{9}$

التلميح: الأزواج مرتّبة، فـ $(3,6)$ تختلف عن $(6,3)$

الحل:

١. فضاء العينة:

$$6 \times 6 = 36$$

٢. الأزواج التي مجموعها 9:

$$(6,3), (4,5), (5,4), (3,6)$$

٣. الاحتمال:

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

س730 **مفكوك ذات الحدين** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: الحد الأوسط في مفكوك $\left(2x + \frac{1}{2}y\right)^6$ هو

الخيارات:

أ) $20x^3y^3$

ب) $60x^4y^2$

ج) x^3y^3

د) $10x^2y^4$

الإجابة: (أ) $20x^3y^3$

التلميح: رتبة الحد الأوسط $= \frac{n}{2} + 1$، أي الحد الرابع عند $n = 6$، فيكون $k = 3$

الحل:

١. رتبة الحد الأوسط:

$$\frac{6}{2} + 1 = 4$$

٢. نطبق قانون الحد العام:

$$a_{k+1} = \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

٣. بالتعويض $k = 3$:

$$a_4 = \binom{6}{3} (2x)^3 \left(\frac{1}{2}y\right)^3 = 20 \times 8x^3 \times \frac{1}{8}y^3$$

٤. إذن:

$$= 20x^3y^3$$

س731 **المتممة في الاحتمال**

السؤال: رُميت قطعة نقود 6 مرات. ما احتمال ظهور صورة مرة واحدة على الأقل؟

الخيارات:

أ) $\frac{1}{64}$

ب) $\frac{1}{32}$

ج) $\frac{5}{64}$

د) $\frac{63}{64}$

الإجابة: (د) $\frac{63}{64}$

التلميح: "مرة واحدة على الأقل" متممة "لا تظهر الصورة إطلاقاً"، وحسابها أسهل بكثير.

الحل:

١. فضاء العينة:

$$2^6 = 64$$

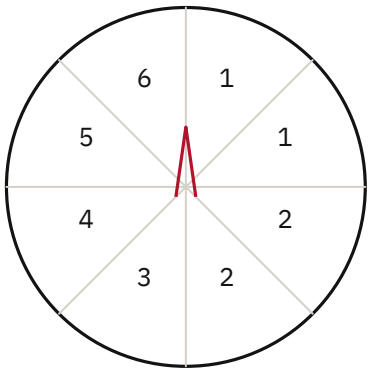
٢. حالة عدم ظهور الصورة إطلاقاً تحدث بطريقة واحدة، إذن احتمالها $\frac{1}{64}$

٣. بقانون المتممة:

$$1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$$

س732 الاحتمال البسيط

السؤال: في الشكل أدناه مؤشر يتحرك ليستقر عشوائياً على أحد الأجزاء الثمانية المرقّمة $(1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, \ldots)$. ما احتمال أن يستقر المؤشر على جزء يحمل رقماً أقل من 3؟



الخيارات:

أ) $\frac{2}{8}$

ب) $\frac{3}{8}$

ج) $\frac{5}{8}$

د) $\frac{6}{8}$

الإجابة: (ج) $\frac{5}{8}$

التلميح: عُدّ الأجزاء التي تحمل 1 أو 2 لا الأرقام المختلفة فقط.

الحل:

١. الأجزاء التي تحمل رقماً أقل من 3 عددها 5 أجزاء

٢. الاحتمال:

$$\frac{5}{8}$$

س733 المتوسط الحسابي

السؤال: اشترى أحمد 3 كتب قيمة كل واحد منها 15 ريالاً، ثم اشترى كتابين أحدهما بـ 10 ريالات والآخر بـ 20 ريالاً. ما متوسط أسعار الكتب التي اشتراها أحمد؟

الخيارات:

أ) 14

ب) 15
ج) 16
د) 17

الإجابة: (ب) 15

التلميح: عدد الكتب خمسة لا اثنان، اجمع الأسعار جميعها ثم اقسم على 5

الحل:

١. مجموع الأسعار:

$$15 + 15 + 15 + 10 + 20 = 75$$

٢. المتوسط:

$$\frac{75}{5} = 15$$

س734 مبدأ العد بدون تكرار

السؤال: كم عدد الأعداد الطبيعية المكوّنة من 4 خانات مختلفة؟

الخيارات:

أ) $7 \times 8 \times 9 \times 9$
ب) $6 \times 7 \times 8 \times 9$
ج) 10^4
د) 9^4

الإجابة: (أ) $7 \times 8 \times 9 \times 9$

التلميح: الخانة الأولى (الآلاف) لا تقبل الصفر، بينما بقية الخانات تقبله مع منع التكرار.

الحل:

١. خانة الآلاف: 9 احتمالات (بلا صفر)
٢. خانة المئات: 9 احتمالات (بعودة الصفر واستبعاد المستخدم)
٣. خانة العشرات: 8
٤. خانة الآحاد: 7
٥. بمبدأ العد:

$$9 \times 9 \times 8 \times 7$$

س735 الانحراف المعياري

السؤال: في أي الفترات التالية يقع الانحراف المعياري للدرجات $\{9, 10, 12, 11, 8\}$؟

الخيارات:

أ) $[0, 1)$
ب) $[1, 2)$
ج) $[2, 3)$
د) $[3, 4)$

الإجابة: (ب) $[1, 2)$

التلميح: أوجد المتوسط أولاً، ثم اجمع مربعات الانحرافات واقسم على العدد قبل أخذ الجذر.

الحل:

١. المتوسط الحسابي:

$$\bar{x} = \frac{9 + 10 + 12 + 11 + 8}{5} = 10$$

٢. نطبق قانون الانحراف المعياري:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{1 + 0 + 4 + 1 + 4}{5}}$$

٣. بالحساب:

$$= \sqrt{2} \approx 1.4$$

٤. وهي تقع في الفترة $[1, 2)$

س736 **مفكوك ذات الحدين — الحد الثابت** — خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: معامل الحد الثابت في مفكوك ذات الحدين $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$ هو

الخيارات:
أ) 20
ب) 15
ج) 12
د) 6

الإجابة: (ب) 15

التلميح: الحد الثابت هو معامل x^0، كوّن معادلة في الأس وحلّها لإيجاد k

الحل:

١. الحد العام:

$$\binom{6}{k}(x^2)^{6-k}\left(\frac{1}{x}\right)^k = \binom{6}{k}x^{12-3k}$$

٢. شرط الحد الثابت:

$$12 - 3k = 0 \;\Rightarrow\; k = 4$$

٣. المعامل:

$$\binom{6}{4} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$$

س737 **مجموع معاملات ذات الحدين** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: باستخدام نظرية ذات الحدين، أوجد قيمة المقدار $\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}$

الخيارات:
أ) n^2
ب) n^3
ج) 2^n
د) 3^n

الإجابة: (ج) 2^n

التلميح: عوّض $x = y = 1$ في مفكوك $(x+y)^n$ فتبقى المعاملات وحدها.

الحل:

١. بالتعويض في نظرية ذات الحدين:

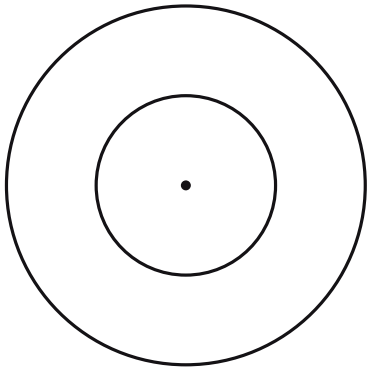
$$(1+1)^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}(1)^{n-k}(1)^k$$

٢. إذن مجموع المعاملات:

$$= 2^n$$

س738 الاحتمال الهندسي

السؤال: في الشكل أدناه قطر الدائرة الكبرى يساوي ضعف قطر الدائرة الصغرى. إذا صوّب رجل سهمه إلى الهدف فإن احتمال أن يستقر السهم في الدائرة الصغرى يساوي



الخيارات:

أ) $\frac{1}{4}$

ب) $\frac{1}{3}$

ج) $\frac{1}{2}$

د) 1

الإجابة: (أ) $\frac{1}{4}$

التلميح: مضاعفة القطر تضاعف نصف القطر، فتتضاعف المساحة أربع مرات لا مرتين.

الحل:

١. نفرض قطر الصغرى d فنصف قطرها $\frac{d}{2}$، ونصف قطر الكبرى d

٢. مساحة الصغرى:

$$\pi \frac{d^2}{4}$$

٣. مساحة الكبرى:

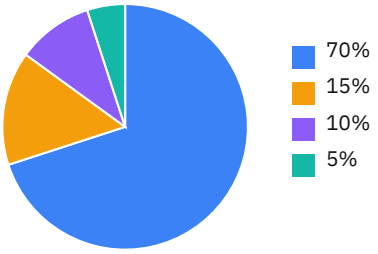
$$\pi d^2$$

٤. الاحتمال:

$$\frac{\pi d^2/4}{\pi d^2} = \frac{1}{4}$$

س739 القطاعات الدائرية والزوايا

السؤال: يمثل الشكل أدناه تقسيم عدد من الجنسيات في إحدى الطائرات (النسب: 70%، 15%، 10%، و x يقابل 5%)، ما قياس الزاوية x بالدرجات؟



الخيارات:

أ) 18

ب) 16

ج) 10

د) 5

الإجابة: (أ) 18

التلميح: الزاوية = النسبة المئوية مضروبة في 360 مقسومة على 100

الحل:

١. نطبق التناسب:

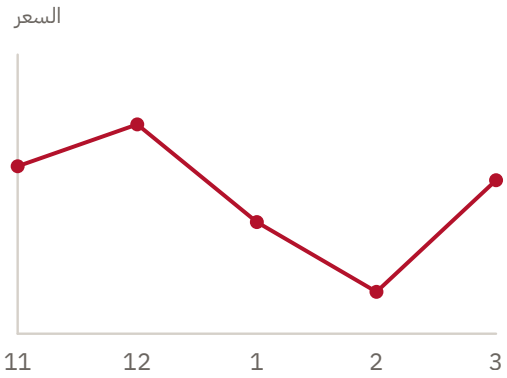
$$x = \frac{5 \times 360}{100}$$

٢. بالحساب:

$$= 18^\circ$$

س740 قراءة التمثيلات البيانية

السؤال: الشكل أدناه يمثل سعر سهم في يوم ما من الساعة الحادية عشرة إلى الساعة الثالثة. أكثر الذين اشتروا السهم فائدة هو من اشترى الساعة



الخيارات:

أ) الثانية ظهراً

ب) الواحدة ظهراً

ج) الثانية عشرة ظهراً

د) الحادية عشرة صباحاً

الإجابة: (أ) الثانية ظهراً

التلميح: أكبر فائدة تتحقق لمن اشترى عند أدنى سعر في المنحنى.

الحل:

١. أكثر المشترين فائدة هو من اشترى عند أدنى سعر

٢. ومن الرسم يكون أدنى سعر عند الساعة الثانية ظهراً

س741 السحب مع الإرجاع

السؤال: صندوق به عشر كرات مختلفة، إذا سُحبت 3 كرات على التوالي مع الإرجاع، بكم طريقة يمكن السحب؟
الخيارات:
أ) 1000
ب) 720
ج) 100
د) 2000
الإجابة: (أ) 1000
التلميح: الإرجاع يعني ثبات عدد الخيارات في كل سحبة، فالقاعدة n^r لا التباديل.
الحل:
١. نطبق قاعدة السحب مع الإرجاع:

$$n^r = 10^3$$

٢. إذن:

$$= 1000$$

س742 التباديل مع التكرار

السؤال: بكم طريقة يمكن ترتيب 6 كراسٍ في صف واحد إذا عُلم أن 3 كراسٍ حمراء وكرسيَّين صفراء وواحداً أبيض؟
الخيارات:
أ) 60
ب) 90
ج) 120
د) 720
الإجابة: (أ) 60
التلميح: الكراسي المتماثلة لا تُميَّز، فاقسم على مضروب تكرار كل لون.
الحل:
١. نطبق قانون التباديل مع التكرار:

$$\frac{n!}{r_1!\,r_2!\,r_3!} = \frac{6!}{3! \times 2! \times 1!}$$

٢. بالحساب:

$$= \frac{720}{12} = 60$$

س743 الفرق بين المتوسط والوسيط

السؤال: إذا كانت $5 < x < 19$، فما قيمة x إذا كان الفرق بين المتوسط والوسيط للقيم $3, 7, 5, 11, x, 19$ يساوي 1؟
الخيارات:
أ) 3
ب) 4
ج) 10
د) 15
الإجابة: (د) 15
التلميح: جرّب الخيارات مع مراعاة الشرط $5 < x < 19$، وأعد ترتيب القيم في كل مرة قبل حساب الوسيط.
الحل:
١. المتوسط بدلالة x:

$$\frac{45 + x}{6}$$

٢. عند $x = 15$ تصبح القيم مرتبة:

$$3, 5, 7, 11, 15, 19$$

٣. المتوسط:

$$\frac{60}{6} = 10$$

٤. والوسيط:

$$\frac{7 + 11}{2} = 9$$

٥. والفرق بينهما:

$$10 - 9 = 1$$

س744 الاحتمال وقابلية القسمة

السؤال: إذا رمينا مكعب أرقام مرة واحدة، ما احتمال أن يظهر عدد قاسم للعدد 110010؟

الخيارات:

أ) $\frac{1}{2}$

ب) $\frac{1}{6}$

ج) $\frac{2}{3}$

د) $\frac{5}{6}$

الإجابة: (د) $\frac{5}{6}$

التلميح: اختبر قواسم المكعب من 1 إلى 6 بقواعد قابلية القسمة، وانظر أيها لا يقسم العدد.

الحل:

١. العدد 110010 زوجي، وآحاده صفر، ومجموع أرقامه 3 يقبل القسمة على 3

٢. إذن يقبل القسمة على $1, 2, 3, 5, 6$ ولا يقبلها على 4

٣. عدد عناصر الحادثة $= 5$، والاحتمال:

$$\frac{5}{6}$$

س745 المتوسط في المتتابعات الحسابية

السؤال: المتوسط الحسابي للأعداد $11, 12, 13, 14, 15, 16$ هو

الخيارات:

أ) 13.5

ب) 14.5

ج) 13

د) 14

الإجابة: (أ) 13.5

التلميح: في المتتابعة الحسابية يساوي المتوسط نصف مجموع الحدّين الأول والأخير.

الحل:

١. نطبق القاعدة المختصرة:

$$\frac{\text{أكبر قيمة} + \text{أصغر قيمة}}{2} = \frac{11 + 16}{2}$$

٢. إذن:

$$= \frac{27}{2} = 13.5$$

س746 الاحتمال بدون إرجاع

السؤال: صندوق يحتوي على 3 كرات بيضاء و 4 كرات حمراء، إذا سُحبت كرتان، ما احتمال أن تكون إحداهما بيضاء والأخرى حمراء؟
الخيارات:
أ) $\frac{3}{7}$
ب) $\frac{4}{7}$
ج) $\frac{3}{21}$
د) $\frac{4}{21}$
الإجابة: (ب) $\frac{4}{7}$
التلميح: الترتيب غير محدّد، فاجمع الحالتين (بيضاء ثم حمراء) و(حمراء ثم بيضاء).
الحل:
١. احتمال بيضاء ثم حمراء:

$$\frac{3}{7} \times \frac{4}{6} = \frac{12}{42}$$

٢. واحتمال حمراء ثم بيضاء:

$$\frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{12}{42}$$

٣. بالجمع:

$$\frac{24}{42} = \frac{4}{7}$$

س747 الاحتمال في رمي حجري نرد

السؤال: إذا أُلقي حجرا نرد، ما احتمال أن يكون حاصل ضرب العددين الظاهرين 9؟
الخيارات:
أ) $\frac{3}{12}$
ب) $\frac{1}{9}$
ج) $\frac{1}{36}$
د) $\frac{2}{36}$
الإجابة: (ج) $\frac{1}{36}$
التلميح: ابحث عن أزواج حاصل ضربها 9 ضمن الأعداد من 1 إلى 6 فقط.
الحل:
١. فضاء العينة:

$$6^2 = 36$$

٢. الزوج الوحيد الذي حاصل ضربه 9 هو $(3,3)$
٣. الاحتمال:

$$\frac{1}{36}$$

س748 العلاقة بين التباديل والتوافيق

السؤال: العلاقة بين التباديل والتوافيق هي

الخيارات:

أ) $nP_2 = r$

ب) $nC_r = \dfrac{nC_r}{r!}$

ج) $nP_r = (nC_r)(r!)$

د) $nC_r = \dfrac{nP_r}{r!}$

الإجابة: (د) $nC_r = \dfrac{nP_r}{r!}$

التلميح: الفرق بين القانونين هو $r!$ في المقام، فالتوافيق أقل من التباديل.

الحل:

١. قانون التباديل:

$$nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

٢. قانون التوافيق:

$$nC_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

٣. بالمقارنة:

$$nC_r = \frac{nP_r}{r!}$$

س749 التباديل والاحتمال (1444)

السؤال: إذا كوّنت أعداد من رقمين مختلفين من بين الأرقام $6, 7, 8, 9$، ما احتمال أن يكون الرقم 97؟

الخيارات:

أ) $\dfrac{1}{24}$

ب) $\dfrac{1}{12}$

ج) $\dfrac{1}{6}$

د) $\dfrac{1}{2}$

الإجابة: (ب) $\dfrac{1}{12}$

التلميح: العدد 97 يختلف عن 79، فالترتيب مهم ونستخدم التباديل لفضاء العينة.

الحل:

١. فضاء العينة بالتباديل:

$$4P_2 = 4 \times 3 = 12$$

٢. العدد 97 يمثّل عنصراً واحداً، إذن:

$$\frac{1}{12}$$

س750 المتوسط الحسابي والمعادلات

السؤال: متوسط درجات عدد من الطلاب 80، إذا انضم إليهم فيصل الذي درجته 45 أصبح متوسط درجاتهم 75، ما عدد الطلاب بدون فيصل؟

الخيارات:

أ) 5

ب) 6
ج) 7
د) 8

الإجابة: (ب) 6

التلميح: عبّر عن المجموع بدلالة n في الحالتين ثم ساوِ بينهما.

الحل:

١. قبل الانضمام:

$$\frac{x}{n} = 80 \Rightarrow x = 80n$$

٢. بعد الانضمام:

$$\frac{x+45}{n+1} = 75 \Rightarrow x = 75n + 30$$

٣. بمساواة المعادلتين:

$$80n = 75n + 30 \Rightarrow 5n = 30$$

٤. إذن:

$$n = 6$$

س751 المتوسط في المتتابعات الحسابية

السؤال: متوسط الأعداد الفردية من 1 إلى 100 يساوي

الخيارات:

أ) 49
ب) 50
ج) 51
د) 52

الإجابة: (ب) 50

التلميح: الأعداد الفردية متتابعة حسابية، فالمتوسط يساوي نصف مجموع الحدّين الأول والأخير.

الحل:

١. عدد الحدود من 1 إلى 99 هو 50 حداً

٢. بقانون مجموع المتتابعة:

$$S_{50} = \frac{50}{2}(1 + 99) = 2500$$

٣. المتوسط:

$$\frac{2500}{50} = 50$$

٤. وبالطريقة المختصرة:

$$\frac{1 + 99}{2} = 50$$

س752 التباديل والمعادلات (1444)

السؤال: ما قيمة n من الكرات عند سحب كرتين بالترتيب ودون إرجاع بـ 20 طريقة؟

الخيارات:

أ) 5
ب) 10
ج) 15
د) 20

الإجابة: (أ) 5

التلميح: "بالترتيب" تعني التباديل؛ كوّن معادلة تربيعية واستبعد الجذر السالب.
الحل:
١. نطبق قانون التباديل:

$$nP_2 = n(n-1) = 20$$

٢. بالترتيب:

$$n^2 - n - 20 = 0$$

٣. بالتحليل:

$$(n-5)(n+4) = 0$$

٤. نرفض $n = -4$، إذن:

$$n = 5$$

س753 مبدأ العد المقيّد

السؤال: عدد طبيعي مكوّن من أربع منازل حيث آحاده وعشراته ومئاته يمكن تكوينه من الأرقام $(0-4)$، ومنزلة الألوف من $(1-9)$، بكم طريقة يمكن تكوين العدد؟
الخيارات:
أ) 1125
ب) 540
ج) 360
د) 260
الإجابة: (أ) 1125
التلميح: الأرقام من 0 إلى 4 عددها خمسة، ومن 1 إلى 9 عددها تسعة، والتكرار مسموح.
الحل:
١. خانات الآحاد والعشرات والمئات: 5 احتمالات لكلٍّ منها
٢. خانة الألوف: 9 احتمالات
٣. بمبدأ العد:

$$5 \times 5 \times 5 \times 9 = 1125$$

س754 التباديل

السؤال: بكم طريقة يمكن تكوين رقم سري مكوّن من ثلاثة أرقام مختلفة؟
الخيارات:
أ) $\frac{10!}{7!\,3!}$
ب) $\frac{10!}{3!}$
ج) $10!$
د) $\frac{10!}{7!}$
الإجابة: (د) $\frac{10!}{7!}$
التلميح: الرقم السري يتغيّر بتغيّر الترتيب، فالتباديل لا التوافيق.
الحل:
١. نطبق قانون التباديل:

$$nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

٢. بالتعويض:

$$10P_3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!}$$

س755 المتوسط في المتتابعات الحسابية

السؤال: المتوسط الحسابي للأعداد من 1 إلى 100 يساوي

الخيارات:

أ) 49.5

ب) 50

ج) 50.5

د) 51.5

الإجابة: (ج) 50.5

التلميح: الأعداد في تتابع حسابي، فالمتوسط نصف مجموع الحد الأول والأخير.

الحل:

١. نطبق القاعدة:

$$\frac{1+100}{2} = \frac{101}{2} = 50.5$$

س756 قوانين الأسس

السؤال: إذا كانت $9\left(\frac{1}{3}\right)^n = 3^m$، فإن قيمة $m+n$ تساوي

الخيارات:

أ) -2

ب) 2

ج) 3

د) 4

الإجابة: (ب) 2

التلميح: وحّد الأساس على 3، ولاحظ أن $\left(\frac{1}{3}\right)^n = 3^{-n}$

الحل:

١. نوحّد الأساس:

$$3^2 \times 3^{-n} = 3^m$$

٢. بجمع الأسس:

$$3^{2-n} = 3^m \Rightarrow 2-n = m$$

٣. إذن:

$$m+n = 2$$

س758 الاحتمال البسيط

السؤال: 60 كرة حمراء، و 40 كرة صفراء، و 50 كرة زرقاء، عند اختيار كرة عشوائياً فإن احتمال أن تكون حمراء

الخيارات:

أ) $\frac{1}{5}$

ب) $\frac{2}{5}$

ج) $\frac{2}{3}$

د) $\frac{1}{2}$

الإجابة: (ب) $\frac{2}{5}$

التلميح: المقام هو مجموع الكرات كلها لا الحمراء وحدها.

الحل:

١. العدد الكلي:

$$60 + 40 + 50 = 150$$

٢. الاحتمال:

$$\frac{60}{150} = \frac{2}{5}$$

س759 التوافيق

السؤال: صمّم معلم 10 دروس عن طريق برنامج جيوجبرا، بكم طريقة يمكن أن يختار 6 دروس؟

الخيارات:

أ) $\frac{10!}{(6-4)!}$

ب) $\frac{10!}{4!}$

ج) $\frac{10!}{4!\,6!}$

د) $\frac{10!}{6!}$

الإجابة: (ج) $\frac{10!}{4!\,6!}$

التلميح: الاختيار لا يعتمد على ترتيب الدروس، فنستخدم التوافيق.

الحل:

١. نطبق قانون التوافيق:

$$10C_6 = \frac{10!}{6!\,(10-6)!}$$

٢. إذن:

$$= \frac{10!}{6!\,4!}$$

س760 الحوادث غير المتنافية (1444)

السؤال: رُمي مكعب مرقّم من 1 إلى 6، ما احتمال ظهور عدد أقل من 3 أو عدد زوجي على الوجه الظاهر؟

الخيارات:

أ) $\frac{1}{6}$

ب) $\frac{1}{3}$

ج) $\frac{5}{6}$

د) $\frac{2}{3}$

الإجابة: (د) $\frac{2}{3}$

التلميح: العدد 2 يحقّق الشرطين معاً، فالحادثتان غير متنافيتين ويجب طرح التقاطع.

الحل:

٠١. احتمال عدد أقل من 3 (وهما $1, 2$):

$$\frac{2}{6}$$

٠٢. احتمال العدد الزوجي $(2, 4, 6)$:

$$\frac{3}{6}$$

٠٣. والتقاطع هو العدد 2:

$$\frac{1}{6}$$

٠٤. بقانون الاتحاد:

$$\frac{2}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

س761 المتوسط والمنوال (1444)

السؤال: الفرق بين المتوسط والمنوال للأعداد $15, 20, 15, 19, 10, 35$

الخيارات:

أ) 4

ب) 15

ج) 19

د) 114

الإجابة: (أ) 4

التلميح: احسب المقياسين كلٌّ على حدة ثم اطرح؛ المنوال هو القيمة المتكرّرة.

الحل:

٠١. المتوسط الحسابي:

$$\frac{15 + 20 + 15 + 19 + 10 + 35}{6} = \frac{114}{6} = 19$$

٠٢. المنوال (الأكثر تكراراً):

$$15$$

٠٣. الفرق:

$$19 - 15 = 4$$

س762 مفكوك ذات الحدين — خاص بالمستوى الثاني (1444)

السؤال: ما قيمة معامل x^4 في مفكوك $(x + 3)^7$؟

الخيارات:

أ) 27

ب) 35

ج) 885

د) 945

الإجابة: (د) 945

التلميح: أوجد k من شرط $n - k = 4$ ثم لا تنسَ ضرب التوفيقة في 3^k

الحل:

٠١. الحد العام:

$$\binom{7}{k} x^{7-k} 3^k$$

٢. شرط معامل x^4:

$$7-k=4 \Rightarrow k=3$$

٣. بالتعويض:

$$\binom{7}{3}x^4 3^3 = 35 \times 27x^4$$

٤. إذن المعامل:

$$945$$

س763 التباين والانحراف المعياري (1444)

السؤال: معلم انحراف درجات طلابه في الاختبار الأول 3، وأراد مضاعفة الدرجة في الاختبار الثاني، ما هو التباين للاختبار الثاني؟

الخيارات:

أ) 6

ب) 9

ج) 18

د) 36

الإجابة: (د) 36

التلميح: مضاعفة القيم تضاعف الانحراف المعياري، والتباين هو مربع الانحراف.

الحل:

١. الانحراف المعياري للاختبار الثاني:

$$2 \times 3 = 6$$

٢. والتباين مربع الانحراف المعياري:

$$6^2 = 36$$

س764 مبدأ العد الأساسي (1444)

السؤال: يقدّم مطعم أطباق 4 لحوم و 5 سلطات و 6 عصائر، كم عدد الأطباق الممكنة؟

الخيارات:

أ) 15

ب) 30

ج) 60

د) 120

الإجابة: (د) 120

التلميح: الاختيار من كل مجموعة مستقل عن الأخرى، فنضرب لا نجمع.

الحل:

١. بمبدأ العد:

$$4 \times 5 \times 6 = 120$$

س765 معكوس المصفوفة — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت A مصفوفة من الدرجة n، و I مصفوفة الوحدة من الدرجة n، وكانت $A^4 + A^3 + A = I$ فإن A^{-1} تساوي

الخيارات:

أ) $A^4 + A^3 + A - I$

ب) $A^4 + A^3 + A$

ج) $A^3 + A^2 + I$

د) $A^3 + A^2 - I$

الإجابة: (ج) $A^3 + A^2 + I$

التلميح: أخرج A عاملاً مشتركاً من الطرف الأيسر ثم اضرب الطرفين في A^{-1}

الحل:

١. نضرب الطرفين في A^{-1}:

$$A^{-1}(A^4 + A^3 + A) = A^{-1} \cdot I$$

٢. بإخراج A عاملاً مشتركاً:

$$A^{-1}A(A^3 + A^2 + I) = A^{-1}$$

٣. وبما أن $A^{-1}A = I$:

$$A^3 + A^2 + I = A^{-1}$$

س766 المتوسط والمتطابقات الجبرية (1444)

السؤال: المتوسط الحسابي للعددين $(66732)^2$ و $(66730)^2$ هو

الخيارات:

أ) $(66730)^2 + 1$

ب) $(66731)^2 + 1$

ج) $(66732)^2 + 1$

د) $(66730)^2 - 1$

الإجابة: (ب) $(66731)^2 + 1$

التلميح: افرض $x = 66730$ فيصبح العدد الآخر $x + 2$، أو جرّب مثالاً أبسط مثل 2 و 4

الحل:

١. نفرض $x = 66730$ فيكون العدد الآخر $x + 2$

٢. نحسب المتوسط:

$$\frac{x^2 + (x+2)^2}{2} = \frac{2x^2 + 4x + 4}{2} = x^2 + 2x + 2$$

٣. بإكمال المربع:

$$= (x+1)^2 + 1$$

٤. إذن:

$$= (66731)^2 + 1$$

س767 التباديل بقيد الالتصاق (1444)

السؤال: بكم طريقة يمكن ترتيب 46 طالباً بحيث يقف أحدهم خلف أخيه؟

الخيارات:

أ) $44!$

ب) $45!$

ج) $46!$

د) $47!$

الإجابة: (ب) $45!$

التلميح: الطالبان المرتبطان يُعامَلان كوحدة واحدة، فينقص العدد الكلي بمقدار واحد.

الحل:

١. الطالب وأخوه يتحرّكان ككتلة واحدة، فيصبح عدد الوحدات:

$$46 - 1 = 45$$

٢. ترتيب الأخوين داخل الكتلة محدَّد (أحدهما خلف أخيه بعينه)، فلا نضرب في $2!$. إذن عدد الترتيبات:

$$45!$$

س768 المتتابعات الحسابية

السؤال: رقم الحد الذي قيمته 84 في المتتابعة $-12, -8, -4, 0, 4, \ldots$ هو

الخيارات:

أ) 15
ب) 20
ج) 25
د) 30

الإجابة: (ج) 25

التلميح: الأساس 4، فطبّق قانون الحد النوني وحلّ المعادلة بالنسبة لـ n

الحل:

١. نطبق قانون الحد النوني:

$$-12 + 4(n-1) = 84$$

٢. بالتبسيط:

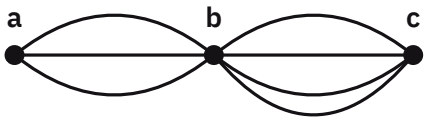
$$4n - 16 = 84 \;\Rightarrow\; 4n = 100$$

٣. إذن:

$$n = 25$$

س769 مبدأ العد في المسارات

السؤال: بكم طريقة يمكن الانتقال من a إلى c والعودة إلى النقطة a؟ (بين a و b ثلاثة مسارات، وبين b و c أربعة مسارات)



الخيارات:

أ) 7
ب) 14
ج) 72
د) 144

الإجابة: (د) 144

التلميح: الذهاب والعودة يضاعفان الحساب، فاستخدم مضروب عدد المسارات في كل جزء.

الحل:

١. المسارات في الجزء الأول 3، وفي الجزء الثاني 4
٢. مع اعتبار الذهاب والعودة:

$$3! \times 4! = 6 \times 24 = 144$$

س770 التوافيق

السؤال: إذا كان عدد الطلاب 10، بكم طريقة يستطيع معلم أن يختار طالبين كل أسبوع للإذاعة المدرسية؟

الخيارات:

أ) 20
ب) 45
ج) 90
د) 120

الإجابة: (ب) 45

التلميح: اختيار الطالبين معاً لا يعتمد على ترتيبهما.

الحل:

١. نستخدم التوافيق:

$$10C_2 = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

س771 الاحتمال البسيط

السؤال: أحمد وصديقه دخلا محل عصيرات يبيع ثلاث نكهات، وأثناء الطلب فُقد الطلب، وتم اختيار نكهة لهما عشوائياً، ما احتمال أن يكونا معاً بنفس النكهة؟

الخيارات:

أ) $\frac{1}{6}$
ب) $\frac{1}{3}$
ج) $\frac{5}{6}$
د) $\frac{2}{3}$

الإجابة: (ب) $\frac{1}{3}$

التلميح: فضاء العينة هو كل الأزواج الممكنة، والحوادث المرغوبة هي الأزواج المتطابقة فقط.

الحل:

١. فضاء العينة:

$$3 \times 3 = 9$$

٢. الحالات التي يكونان فيها بنفس النكهة $= 3$

٣. الاحتمال:

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

س772 الانحراف المعياري (1446)

السؤال: الانحراف المعياري للقيم $6, 6, 5, 5, 5, 3, 8, 10$

الخيارات:

أ) 6
ب) 4
ج) 2
د) 1

الإجابة: (ج) 2

التلميح: المتوسط عدد صحيح هنا، فحساب مربعات الانحرافات سهل.

الحل:

١. المتوسط الحسابي:

$$\bar{x} = \frac{48}{8} = 6$$

٢. نطبق قانون الانحراف المعياري:

$$\sigma = \sqrt{\frac{0+0+1+1+1+9+4+16}{8}} = \sqrt{\frac{32}{8}}$$

٣. إذن:

$$= \sqrt{4} = 2$$

س773 المتتابعات الهندسية

السؤال: متتابعة هندسية حدها السادس 32، وحدها الثالث -108، أوجد أساسها

الخيارات:

أ) $\frac{-2}{3}$

ب) $\frac{-8}{27}$

ج) $\frac{9}{4}$

د) $\frac{3}{2}$

الإجابة: (أ) $\frac{-2}{3}$

التلميح: الفرق بين رتبتَي الحدين ثلاثة، فالنسبة بينهما تساوي r^3

الحل:

١. نطبق العلاقة بين حدّين:

$$r^{6-3} = \frac{32}{-108}$$

٢. بالاختصار:

$$r^3 = -\frac{8}{27}$$

٣. بأخذ الجذر التكعيبي:

$$r = -\frac{2}{3}$$

س774 مفكوك ذات الحدين — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان أحد حدود مفكوك $(ma-4)^5$ يساوي $-5760a^2$، ما قيمة m^2؟

الخيارات:

أ) 3

ب) 6

ج) 9

د) 12

الإجابة: (ج) 9

التلميح: أس a في الحد المطلوب هو 2، فحدّد k منه ثم عوّض وساوِ المعاملين.

الحل:

١. من الحد العام:

$$\binom{5}{k}(ma)^{5-k}(-4)^k$$

٢. شرط ظهور a^2:

$$5-k=2 \Rightarrow k=3$$

٣. بالتعويض:

$$\binom{5}{3}(ma)^2(-4)^3=-5760a^2$$

٤. بالتبسيط:

$$10\times(-64)m^2=-5760 \Rightarrow 640m^2=5760$$

٥. إذن:

$$m^2=9$$

س775 الحوادث غير المتنافية

السؤال: مدرسة بها 200 طالب، 90 طالباً متفوق في الرياضيات، و 80 طالباً متفوق في العلوم، و 50 طالباً متفوق في المادتين. ما احتمال اختيار طالب متفوق في الرياضيات أو العلوم؟

الخيارات:

أ) 0.3
ب) 0.6
ج) 0.9
د) 0.12

الإجابة: (ب) 0.6

التلميح: المتفوقون في المادتين محسوبون مرتين، فيجب طرحهم مرة واحدة.

الحل:

١. بقانون اتحاد حادثتين غير متنافيتين:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

٢. بالتعويض:

$$\frac{90}{200}+\frac{80}{200}-\frac{50}{200}=\frac{120}{200}$$

٣. إذن:

$$=0.6$$

س776 مبدأ العد مع التكرار (1446)

السؤال: إذا كان لدينا أربعة ألوان مختلفة، بكم طريقة يمكن طلاء غرفة من أربعة جدران بحيث يأخذ كل جدار لوناً واحداً فقط؟

الخيارات:

أ) 16
ب) 64
ج) 128
د) 256

الإجابة: (د) 256

التلميح: لم يُمنع التكرار، فيمكن طلاء أكثر من جدار باللون نفسه.

الحل:

١. كل جدار يمكن طلاؤه بأربعة ألوان
٢. بمبدأ العد:

$$4\times4\times4\times4=256$$

س777 المتوسط الحسابي بالرموز (1446)

السؤال: المتوسط الحسابي لطالب في أول 5 اختبارات m، وبعد الاختبار السادس أصبح متوسط درجاته n. أراد المعلم احتساب درجة الاختبار السابع مثل السادس. ما المتوسط الجديد لدرجات الطالب؟

الخيارات:

أ) $\dfrac{6n-5m}{7}$

ب) $\dfrac{6n+5m}{7}$

ج) $\dfrac{12n-5m}{7}$

د) $\dfrac{12n+5m}{7}$

الإجابة: (ج) $\dfrac{12n-5m}{7}$

التلميح: استخرج درجة الاختبار السادس أولاً من فرق المجموعين، ثم أضفها مرتين.

الحل:

١. مجموع خمسة اختبارات $=5m$، ومجموع ستة $=6n$

٢. درجة الاختبار السادس:

$$a=6n-5m$$

٣. ودرجة السابع مثلها، فالمجموع الجديد:

$$5m+(6n-5m)+(6n-5m)=12n-5m$$

٤. المتوسط الجديد:

$$\frac{12n-5m}{7}$$

س778 المتوسط في المتتابعات الحسابية

السؤال: إذا كانت درجات طالب تتبع النمط $1,2,3,4,\ldots,n,m$ والمتوسط الحسابي يساوي 9، أوجد المتوسط الحسابي للعددين $n+2$ و $m+1$

الخيارات:

أ) 6

ب) 9

ج) 12

د) 18

الإجابة: (د) 18

التلميح: في المتتابعة الحسابية المبتدئة بـ 1 يكون المتوسط نصف الحد الأخير تقريباً، استخرج كلاً من m و n من هذه العلاقة.

الحل:

١. لأن النمط في تتابع حسابي:

$$\frac{m+1}{2}=9 \;\Rightarrow\; m+1=18$$

٢. وبالمثل:

$$\frac{n+2}{2}=9 \;\Rightarrow\; n+2=18$$

٣. إذن متوسط العددين:

$$\frac{18+18}{2}=18$$

س779 التباديل مع التكرار

السؤال: بكم طريقة يمكن ترتيب أحرف كلمة (نجران)؟

الخيارات:

أ) 5
ب) 20
ج) 60
د) 120

الإجابة: (ج) 60

التلميح: حرف النون مكرّر مرتين، فاقسم على !2

الحل:

١. عدد الحروف 5 وحرف النون مكرّر مرتين

٢. نطبق قانون التباديل مع التكرار:

$$\frac{5!}{2!} = \frac{120}{2} = 60$$

س781 المتوسط الحسابي

السؤال: إذا كان المتوسط الحسابي للقيم $x, 4, 3, 5$ يساوي 5، أوجد قيمة x

الخيارات:

أ) 4.5
ب) 5
ج) 7
د) 7.5

الإجابة: (ج) 7

التلميح: اضرب المتوسط في عدد القيم الأربع ثم اطرح مجموع المعلوم.

الحل:

١. مجموع القيم:

$$5 \times 4 = 20$$

٢. إذن:

$$x = 20 - (4 + 3 + 5) = 20 - 13 = 7$$

س782 الحادثة المؤكدة

السؤال: مربع طول ضلعه عدد أوّلي، ما احتمال أن يكون محيطه عدداً زوجياً؟

الخيارات:

أ) 0
ب) 0.5
ج) 0.75
د) 1

الإجابة: (د) 1

التلميح: المحيط هو الضلع مضروباً في 4، وأي عدد مضروب في 4 يكون زوجياً.

الحل:

١. محيط المربع يساوي طول الضلع مضروباً في 4

٢. وحاصل ضرب أي عدد في 4 يكون زوجياً دائماً

٣. إذن الحادثة مؤكدة واحتمالها:

$$1$$

س783 التوافيق (المصافحات) (1446، 1447)

السؤال: 10 موظفين يصافحون بعضهم مرة واحدة، كم عدد المصافحات؟

الخيارات:

أ) 90

ب) 45

ج) 20

د) 10

الإجابة: (ب) 45

التلميح: مصافحة (أ) لـ (ب) هي نفسها مصافحة (ب) لـ (أ)، فلا نعدّها مرتين.

الحل:

١. نطبق قانون المصافحات:

$$\frac{n(n-1)}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

٢. وبالتوافيق نحصل على النتيجة نفسها:

$$10C_2 = 45$$

س784 المتتابعات الهندسية (1446، 1447)

السؤال: أوجد الحد العاشر في المتتابعة $2, 6, 18, \ldots$

الخيارات:

أ) 2×3^7

ب) 2×3^8

ج) 2×3^9

د) 2×3^{10}

الإجابة: (ج) 2×3^9

التلميح: الأس في الحد النوني هو $n-1$ لا n

الحل:

١. الأساس:

$$r = \frac{6}{2} = 3$$

٢. نطبق قانون الحد النوني:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

٣. بالتعويض:

$$a_{10} = 2 \times 3^9$$

س785 الاحتمال في رمي حجري نرد (1446، 1447)

السؤال: إذا رُمي حجرا نرد، ما احتمال ظهور عددين مجموعهما 6؟

الخيارات:

أ) $\frac{3}{36}$

ب) $\frac{4}{36}$

ج) $\frac{5}{36}$

د) $\frac{6}{36}$

الإجابة: (ج) $\frac{5}{36}$

التلميح: لا تنسَ الزوج $(3,3)$ الذي يُعدّ مرة واحدة فقط بخلاف بقية الأزواج.

الحل:

١. فضاء العينة:

$$6 \times 6 = 36$$

٢. الأزواج التي مجموعها 6:

$$(3,3),(2,4),(4,2),(1,5),(5,1)$$

٣. الاحتمال:

$$\frac{5}{36}$$

س786 التباديل (1446)

السؤال: معلم لديه 6 جوائز مختلفة ويريد توزيعها على 4 طلاب بحيث يأخذ كل طالب جائزة واحدة. بكم طريقة يمكنه ذلك؟

الخيارات:

أ) 15

ب) 24

ج) 360

د) 720

الإجابة: (ج) 360

التلميح: اختلاف الجوائز يجعل الترتيب مهماً، فنستخدم التباديل.

الحل:

١. نطبق قانون التباديل:

$$6P_4 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$$

س787 السحب مع الإرجاع (1446)

السؤال: صندوق به 3 كرات سوداء، و 5 كرات حمراء، وكرتان خضراوان. سُحبت كرتان مع الإرجاع، ما احتمال أن تكون الأولى سوداء والثانية خضراء؟

الخيارات:

أ) 0.6

ب) 0.06

ج) 0.5

د) 0.05

الإجابة: (ب) 0.06

التلميح: الإرجاع يُبقي المقام ثابتاً عند 10 في السحبتين.

الحل:

١. العدد الكلي:

$$3 + 5 + 2 = 10$$

٢. الحادثتان مستقلتان لأن السحب مع الإرجاع:

$$\frac{3}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{6}{100}$$

٣. إذن:

$$= 0.06$$

س788 المتوسط والأعداد المتتالية

السؤال: المتوسط الحسابي لـ 4 أعداد فردية متتالية هو 24، ما أصغر هذه الأعداد؟

الخيارات:

أ) 17

ب) 19

ج) 21

د) 23

الإجابة: (ج) 21

التلميح: الفرق بين كل عددين فرديين متتاليين هو 2 لا 1

الحل:

١. نفرض الأعداد $x, x+2, x+4, x+6$:

$$x + (x+2) + (x+4) + (x+6) = 4 \times 24$$

٢. بالتبسيط:

$$4x + 12 = 96 \;\Rightarrow\; 4x = 84$$

٣. إذن:

$$x = 21$$

س789 خاصية تماثل التوافيق — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $\binom{8}{r-1} = \binom{8}{2}$ فإن قيم r هي

الخيارات:

أ) $2, 6$

ب) $3, 6$

ج) $2, 7$

د) $3, 7$

الإجابة: (د) $3, 7$

التلميح: للتوافيق حالتان: تساوي الأسفلين، أو أن يكون مجموعهما يساوي الأعلى.

الحل:

١. نستخدم خاصية التماثل:

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

٢. الحالة الأولى:

$$r - 1 = 2 \;\Rightarrow\; r = 3$$

٣. الحالة الثانية:

$$r - 1 = 8 - 2 = 6 \;\Rightarrow\; r = 7$$

س790 التباديل الدائرية

السؤال: بكم طريقة يمكن جلوس 6 أشخاص على طاولة دائرية؟

الخيارات:

أ) 6

ب) 60

ج) 120

د) 720

الإجابة: (ج) 120

التلميح: الترتيب الدائري يستخدم $(n-1)!$ لا $n!$
الحل:
١. نطبق قاعدة التباديل الدائرية:

$$(n-1)! = (6-1)! = 5!$$

٢. إذن:

$$= 120$$

س791 أثر الزيادة الثابتة على التباين

السؤال: إذا كان المتوسط الحسابي لدرجات طلاب مادة معينة يساوي 25، والتباين 5. إذا أضاف المعلم 5 درجات لكل طالب، فكم يصبح التباين؟
الخيارات:
أ) 5
ب) 10
ج) 15
د) 25
الإجابة: (أ) 5
التلميح: مقاييس التشتت تقيس الفروق بين القيم، والإضافة الثابتة لا تغيّر تلك الفروق.
الحل:
١. التباين والانحراف المعياري لا يتأثران بإضافة أو طرح مقدار ثابت من جميع القيم
٢. إذن يبقى التباين:

$$5$$

س792 الوسيط

السؤال: الوسيط للبيانات $19, 21, 15, 13, 17, 13, 23$
الخيارات:
أ) 13
ب) 15
ج) 17
د) 19
الإجابة: (ج) 17
التلميح: لا تحسب الوسيط قبل ترتيب البيانات، وعددها فردي فالوسيط قيمة واحدة.
الحل:
١. نرتّب البيانات تصاعدياً:

$$13, 13, 15, 17, 19, 21, 23$$

٢. عدد البيانات فردي، فالوسيط هو القيمة الرابعة:

$$17$$

س793 الاحتمال في رمي حجري نرد

السؤال: رُمي حجر النرد مرتين، ما احتمال ظهور عددين مجموعهما 10؟
الخيارات:
أ) $\frac{1}{3}$
ب) $\frac{1}{6}$

ج) $\frac{1}{9}$
د) $\frac{1}{12}$

الإجابة: (د) $\frac{1}{12}$

التلميح: الأزواج هي $(5,5)$ و $(4,6)$ و $(6,4)$؛ انتبه أن $(5,5)$ تُعدّ مرة واحدة.

الحل:

١. فضاء العينة:

$$6 \times 6 = 36$$

٢. الأزواج التي مجموعها 10:

$$(5,5),(4,6),(6,4)$$

٣. الاحتمال:

$$\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

س794 التباديل بقيد الالتصاق (1446)

السؤال: بكم طريقة يمكن ترتيب 10 كتب مختلفة على رف، وكان اثنان منها خلف بعض؟

الخيارات:

أ) $2 \times 9!$
ب) $2 \times 10!$
ج) $\binom{9}{2}$
د) $\binom{10}{2}$

الإجابة: (أ) $2 \times 9!$

التلميح: الكتابان الملتصقان وحدة واحدة، لكن يمكن تبديل موضعيهما داخلها بطريقتين.

الحل:

١. الكتابان يُعامَلان كوحدة واحدة فيصبح عدد الوحدات 9:

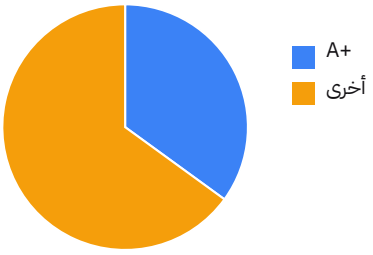
$$9!$$

٢. وداخل الوحدة يمكن ترتيب الكتابين بطريقتين:

$$2 \times 9!$$

س795 القطاعات الدائرية (1446، 1447)

السؤال: إذا تم تمثيل 200 مريض في قطاع دائري، وكان 70 منهم فصيلة دمهم A^+، أوجد قياس الزاوية التي تمثل فصيلة الدم A^+



الخيارات:

أ) $35°$
ب) $70°$
ج) $126°$

د) $145°$

الإجابة: ج) $126°$

التلميح: نسبة الجزء إلى الكل تساوي نسبة الزاوية إلى $360°$

الحل:

١. نطبق التناسب:

$$m\angle A^+ = \frac{70}{200} \times 360$$

٢. بالحساب:

$$= 126°$$

س796 **قوانين ديمورجان في الاحتمال** – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: إذا كانت $P(A) = 0.4$ و $P(B) = 0.3$ و $P(A \cap B) = 0.1$، أوجد $P(A^C \cap B^C)$

الخيارات:

أ) 0.9

ب) 0.6

ج) 0.4

د) 0.3

الإجابة: ج) 0.4

التلميح: تقاطع المتممتين هو متممة الاتحاد؛ احسب الاتحاد أولاً ثم اطرحه من 1

الحل:

١. نستخدم قانون ديمورجان:

$$P(A^C \cap B^C) = P\left((A \cup B)^C\right)$$

٢. نحسب الاتحاد:

$$P(A \cup B) = 0.4 + 0.3 - 0.1 = 0.6$$

٣. إذن:

$$P(A^C \cap B^C) = 1 - 0.6 = 0.4$$

س797 **المتوسط الحسابي** (1446)

السؤال: إذا كان المتوسط الحسابي لأعمار 16 طالباً 21، وغاب طالبان أحدهما عمره 12 سنة والآخر عمره 16 سنة. أوجد المتوسط الحسابي الجديد

الخيارات:

أ) 19

ب) 20

ج) 21

د) 22

الإجابة: د) 22

التلميح: اطرح عمري الغائبين من المجموع، واقسم على 14 لا على 16

الحل:

١. مجموع أعمار الستة عشر طالباً:

$$16 \times 21 = 336$$

٢. بعد غياب الطالبين:

$$336 - (12 + 16) = 308$$

٣. المتوسط الجديد:

$$\frac{308}{14} = 22$$

س1050 مفكوك ذات الحدين — معامل حد محدد — خاص بالمستوى الثاني (1444)

السؤال: ما قيمة معامل x^4 في مفكوك $(x+1)^7$؟

الخيارات:

أ) 27

ب) 35

ج) 885

د) 945

الإجابة: (ب) 35

التلميح: الحد الذي يحوي x^4 هو ${}_7C_3\,x^4(1)^3$؛ وبما أن الأساس الثاني هو 1 فإن المعامل هو التوافيق نفسها دون أي ضرب إضافي.

الحل:

١. الحد العام في مفكوك $(x+1)^7$:

$${}_7C_k\,x^{7-k}(1)^k$$

٢. لأجل x^4: $7-k=4 \Rightarrow k=3$

٣. المعامل:

$${}_7C_3 = \frac{7!}{3!\,4!} = 35$$

س1079 مبدأ العد الأساسي (1447)

السؤال: إذا شارك 10 أندية في بطولة دوري، وقرر المنظمون أن يلعب كل فريق ضد الآخر مباراة واحدة فقط، كم عدد المباريات الإجمالي في البطولة؟

الخيارات:

أ) 90 مباراة

ب) 45 مباراة

ج) 100 مباراة

د) 20 مباراة

الإجابة: (ب) 45 مباراة

التلميح: كل مباراة تمثّل اختيار فريقين من أصل 10 بلا ترتيب (فريق أ ضد ب هي نفسها ب ضد أ)، فاستعمل التوافيق لا التباديل.

الحل:

١. عدد المباريات يساوي عدد طرق اختيار فريقين من 10 بلا ترتيب:

$${}_{10}C_2 = \frac{10!}{2!\,8!} = \frac{10\times 9}{2} = 45$$

س1080 المتوسط الحسابي بالرموز (1447)

السؤال: إذا كان المتوسط الحسابي لست قيم ليست 2، وكانت هذه القيم هي:

$$[3z,\ z,\ z,\ 2,\ 2,\ 1]$$

فما هي قيمة المجهول z؟

الخيارات:

أ) $z = 1.2$

ب) $z = \frac{7}{5}$

ج) $z = 2$

د) $z = \frac{5}{7}$

الإجابة: (ب) $z = \frac{7}{5}$

التلميح: اجمع كل القيم بدلالة z، ثم اقسم على عددها (6) وساوِها بالمتوسط المعطى.

الحل:

١. مجموع القيم:

$$3z + z + z + 2 + 2 + 1 = 5z + 5$$

٢. المتوسط:

$$\frac{5z + 5}{6} = 2$$

٣. نحل من أجل z:

$$5z + 5 = 12 \;\Rightarrow\; 5z = 7 \;\Rightarrow\; z = \frac{7}{5}$$

٤. تحقق: بما أن السؤال ينص على أن المتوسط "ليس" 2، والقيمة الناتجة $z = \frac{7}{5} \neq 2$ فهي متّسقة مع الشرط.

س1081 التباديل ومبدأ العد (1447)

السؤال: بكم طريقة يمكن تكوين كلمة مرور مكوّنة من ترتيب 10 أرقام مختلفة (باستخدام كل الأرقام من 0 إلى 9) متبوعة بترتيب 4 حروف مميّزة؟

الخيارات:

أ) $10! + 4!$

ب) $10! \times 4!$

ج) $\frac{10!}{4!}$

د) $14!$

الإجابة: (ب) $10! \times 4!$

التلميح: ترتيب الأرقام العشرة يتم باستقلال تام عن ترتيب الحروف الأربعة، فطبّق مبدأ العد الأساسي (الضرب) بين الخطوتين المتتاليتين.

الحل:

١. عدد طرق ترتيب الأرقام العشرة المختلفة كاملة: $10!$

٢. عدد طرق ترتيب الحروف الأربعة المميّزة: $4!$

٣. بما أن الخطوتين متتاليتان ومستقلتان، نطبّق مبدأ الضرب:

$$10! \times 4!$$

س1082 التوزيع بنسبة معطاة (1447)

السؤال: خياط قام بتفصيل 75 ثوباً لخمسة أشخاص، وكانت نسب توزيع الثياب بينهم هي $1 : 2 : 3 : 4 : 5$ على التوالي. كم عدد الثياب التي حصل عليها الشخص الثالث؟

الخيارات:

أ) 10 ثياب

ب) 15 ثوباً

ج) 20 ثوباً

د) 25 ثوباً

الإجابة: (ب) 15 ثوباً

التلميح: اجمع أجزاء النسبة كلها لتحصل على عدد الأجزاء الكلي، ثم اقسم العدد الإجمالي على هذا المجموع لإيجاد قيمة الجزء الواحد.

الحل:

١. مجموع أجزاء النسبة:

$$5+4+3+2+1=15$$

٢. قيمة الجزء الواحد:

$$\frac{75}{15}=5$$

٣. نصيب الشخص الثالث (نسبته 3 أجزاء):

$$3\times 5=15$$

س1083 التوافيق (1447)

السؤال: مجموعة مكوّنة من 8 معلمين، بينهم (3 معلمات كيمياء و5 معلمين فيزياء). إذا أردنا اختيار معلمَين اثنين منهم عشوائياً، فبكم طريقة يمكن اختيار هذا الثنائي؟

الخيارات:

أ) 56 طريقة

ب) 28 طريقة

ج) 16 طريقة

د) 9 طرق

الإجابة: (ب) 28 طريقة

التلميح: الاختيار هنا عام من كل المعلمين الثمانية بلا قيد على التخصص، فاستعمل التوافيق مباشرة.

الحل:

١. عدد طرق اختيار معلمَين من 8 بلا ترتيب:

$${}_8C_2=\frac{8!}{2!\,6!}=\frac{8\times 7}{2}=28$$

س1084 الاحتمال المتتالي بدون إرجاع (1447)

السؤال: مكعب مرقم من 1 إلى 6. إذا تم اختيار رقمين منه عشوائياً الواحد تلو الآخر دون إرجاع الرقم الأول، فما هو احتمال أن يكون الرقمان المختاران هما 3 ثم 4 بالترتيب؟

الخيارات:

أ) $\frac{1}{36}$

ب) $\frac{1}{30}$

ج) $\frac{1}{6}$

د) $\frac{2}{11}$

الإجابة: (ب) $\frac{1}{30}$

التلميح: بما أن السحب بلا إرجاع، فالحادثتان غير مستقلتين — احتمال الحادثة الثانية مشروط بوقوع الأولى، لأن عدد العناصر المتبقية للاختيار الثاني ينقص بواحد.

الحل:

١. احتمال اختيار 3 أولاً: $\frac{1}{6}$

٢. بعد سحب 3 يتبقى 5 أرقام فقط (بلا إرجاع)، فاحتمال اختيار 4 ثانياً **بشرط** سحب 3 أولاً: $\frac{1}{5}$

٣. احتمال الحادثتين معاً بالترتيب:

$$\frac{1}{6}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{30}$$

س1085 التباين والانحراف المعياري (1447)

السؤال: إذا كانت قيمة الانحراف المعياري لمجموعة من البيانات هي 4، فما هي قيمة التباين؟

الخيارات:

أ) 2

ب) 8

ج) 16

د) 4

الإجابة: (ج) 16

التلميح: التباين هو مربّع الانحراف المعياري.

الحل:

١. التباين $=$ (الانحراف المعياري)^2:

$$4^2 = 16$$

س1098 المتوسط الحسابي (1447)

السؤال: إذا كان المتوسط الحسابي لدرجات 21 طالباً 20 درجة، وحُذف من الكشف درجتا طالبين هما 18 و24، فكم يصبح المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب المتبقين تقريبًا؟

الخيارات:

أ) 20

ب) 21

ج) 22

د) 19

الإجابة: (أ) 20

التلميح: اطرح درجتي المحذوفين من المجموع، واقسم على 19 لا على 21، ثم قرّب الناتج.

الحل:

١. مجموع درجات الطلاب الـ21:

$$21 \times 20 = 420$$

٢. نحذف درجتي الطالبين:

$$18 + 24 = 42$$

٣. مجموع درجات الطلاب المتبقين:

$$420 - 42 = 378$$

٤. عدد الطلاب المتبقين:

$$21 - 2 = 19$$

٥. المتوسط الحسابي الجديد:

$$\frac{378}{19} \approx 19.89$$

٦. وبالتقريب لأقرب خيار:

$$\approx 20$$

س1138 التباديل الدائرية (1446)

السؤال: بكم طريقة يمكن ترتيب 5 أشخاص حول طاولة دائرية؟

الخيارات:

أ) 120

ب) 60

ج) 24
د) 12

الإجابة: (ج) 24

التلميح: في الترتيب الدائري يُثبَّت أحد الأشخاص مرجعًا، فلا تُستخدم $n!$

الحل:

١. عدد التباديل الدائرية لـ n من العناصر المختلفة هو $(n-1)!$

٢. بالتعويض عن $n=5$:

$$(5-1)! = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

س1139 الاحتمال البسيط والحوادث المستقلة (1446)

السؤال: طلب شخصان عصيرًا من محل يقدّم 3 أنواع مختلفة من العصائر، ونُسي طلباهما فأُعطي كلٌّ منهما نوعًا عشوائيًا. ما احتمال أن يحصل كلٌّ منهما على طلبه الصحيح؟

الخيارات:

أ) $\frac{1}{3}$
ب) $\frac{2}{3}$
ج) $\frac{1}{6}$
د) $\frac{1}{9}$

الإجابة: (د) $\frac{1}{9}$

التلميح: الحادثتان مستقلتان، أوجد احتمال أن يصيب كل شخص طلبه منفردًا ثم طبّق قاعدة الضرب.

الحل:

١. احتمال أن يحصل الشخص الأول على طلبه: $\frac{1}{3}$

٢. احتمال أن يحصل الشخص الثاني على طلبه: $\frac{1}{3}$، وهو مستقل عن الأول.

٣. احتمال الحادثتين معًا:

$$P = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

٤. أو بطريقة العد: فضاء العينة $3 \times 3 = 9$ أزواج متساوية الاحتمال، والزوج المطلوب واحد فقط.

س1140 التوافيق (1447)

السؤال: ما عدد طرق اختيار 3 طلاب من بين 15 طالبًا؟

الخيارات:

أ) 45
ب) 455
ج) 2730
د) 3375

الإجابة: (ب) 455

التلميح: الترتيب غير مهم في الاختيار، فاستخدم التوافيق لا التباديل.

الحل:

١.

$$\binom{15}{3} = \frac{15!}{3!\,12!} = \frac{15 \times 14 \times 13}{3 \times 2 \times 1}$$

٢.

$$= 5 \times 7 \times 13 = 455$$

س1141 المتوسط الحسابي والمعادلات (1447)

السؤال: إذا كان المتوسط الحسابي للقيم $2x,\ x+1,\ 3,\ 6$ يساوي 4، فإن قيمة x تساوي

الخيارات:

أ) 1

ب) 2

ج) 3

د) 4

الإجابة: (ب) 2

التلميح: مجموع القيم = المتوسط × عددها.

الحل:

١.

$$\frac{2x + (x+1) + 3 + 6}{4} = 4$$

٢.

$$3x + 10 = 16 \Rightarrow 3x = 6$$

٣. $x = 2$

س1142 مبدأ العد مع التكرار (1447)

السؤال: 15 كرة مرقّمة من 1 إلى 15، سُحبت منها كرتان على التوالي مع الإرجاع. أوجد عدد طرق السحب الممكنة.

الخيارات:

أ) 150

ب) 200

ج) 225

د) 300

الإجابة: (ج) 225

التلميح: مع الإرجاع يبقى عدد الخيارات في السحبة الثانية كما كان في الأولى.

الحل:

١. السحبة الأولى: 15 طريقة

٢. السحبة الثانية (بعد الإرجاع): 15 طريقة

٣. بمبدأ العد:

$$15 \times 15 = 225$$

س1143 الاحتمال بدون إرجاع (1447)

السؤال: صندوق به 6 وردات حمراء و 4 وردات بيضاء ووردتان صفراوان، فإذا تم اختيار وردتين معًا، فما احتمال أن تكون الوردتان حمراوين؟

الخيارات:

أ) $\frac{5}{22}$

ب) $\frac{1}{4}$

ج) $\frac{1}{2}$

د) $\frac{5}{11}$

الإجابة: (أ) $\frac{5}{22}$
التلميح: الاحتمال = عدد طرق اختيار وردتين حمراوين ÷ عدد طرق اختيار أي وردتين.
الحل:
١. العدد الكلي للورود 12، وفضاء العينة:

$$\binom{12}{2} = 66$$

٢. طرق اختيار وردتين حمراوين:

$$\binom{6}{2} = 15$$

٣. الاحتمال:

$$\frac{15}{66} = \frac{5}{22}$$

س1163 المتوسط الحسابي (1442)

السؤال: إذا كان متوسط درجات أربعة طلاب يساوي 12، وعند حذف أعلى درجة أصبح متوسط الدرجات الباقية 11، فما قيمة الدرجة المحذوفة؟
الخيارات:
أ) 6
ب) 8
ج) 12
د) 15
الإجابة: (د) 15
التلميح: حوّل كل متوسط إلى مجموع بضربه في عدد القيم، ثم قارن بين المجموعين.
الحل:
١. مجموع درجات الطلاب الأربعة:

$$4 \times 12 = 48$$

٢. مجموع درجات الطلاب الثلاثة الباقين:

$$3 \times 11 = 33$$

٣. الدرجة المحذوفة:

$$48 - 33 = 15$$

س1168 قواعد الاحتمال — تقاطع حادثتين (1444)

السؤال: أُلقي مكعب مرقّم من 1 إلى 6 مرة واحدة، ما احتمال ظهور عدد زوجي وأقل من 3 معًا؟
الخيارات:
أ) $\frac{1}{6}$
ب) $\frac{1}{3}$
ج) $\frac{1}{2}$
د) $\frac{2}{3}$
الإجابة: (أ) $\frac{1}{6}$
التلميح: كلمة «و» تعني التقاطع: ابحث عن الأعداد التي تحقق الشرطين في الوقت نفسه.
الحل:

١. الأعداد الزوجية: $\{2,4,6\}$
٢. الأعداد الأقل من 3: $\{1,2\}$
٣. التقاطع (زوجي وأقل من 3 معًا):

$$\{2,4,6\} \cap \{1,2\} = \{2\}$$

٤. الاحتمال:

$$P = \frac{1}{6}$$

٥. للمقارنة: «زوجي أو أقل من 3» احتماله $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$، وهو الخيار (د).

س1176 المتوسط الحسابي (1448)

السؤال: إذا كان متوسط درجات ثمانية أشخاص يساوي 29 درجة، وكان مجموع درجاتهم $x + (x+2) + 170$، فما قيمة x؟
الخيارات:
أ) 25
ب) 28
ج) 30
د) 32
الإجابة: (ج) 30
التلميح: مجموع الدرجات = المتوسط × عدد الأشخاص، كوّن معادلة بسيطة في x
الحل:
١. مجموع الدرجات $= 8 \times 29 = 232$
٢.

$$x + (x+2) + 170 = 232 \;\Rightarrow\; 2x + 172 = 232 \;\Rightarrow\; 2x = 60$$

٣. $x = 30$

س1177 مبدأ العدّ الأساسي (1448)

السؤال: رجل لديه 6 أشمغة، و4 ثياب، و3 أحذية. بكم طريقة يمكنه ارتداؤها (شماغ واحد وثوب واحد وحذاء واحد)؟
الخيارات:
أ) 13
ب) 18
ج) 60
د) 72
الإجابة: (د) 72
التلميح: الاختيار يتم على مراحل مستقلة متتالية (شماغ، ثم ثوب، ثم حذاء)، فاضرب عدد الخيارات في كل مرحلة.
الحل:
١. حسب مبدأ العدّ الأساسي، عدد طرق الارتداء $= 6 \times 4 \times 3 = 72$

س1281 التوافيق — اختيار مجموعة (1447)

السؤال: فصل به 15 طالبًا، يريد المعلم أن يختار منهم 3 طلاب لتمثيل الفصل. بكم طريقة يمكنه ذلك؟
الخيارات:
أ) $5 \times 7 \times 13$
ب) $15 \times 14 \times 13$
ج) $7 \times 13 \times 14$
د) $3 \times 5 \times 7 \times 13$
الإجابة: (أ) $5 \times 7 \times 13$

التلميح: الاختيار هنا مجموعة لا ترتيب (التمثيل لا يفرّق بين الطلاب)، فاستخدم التوافيق لا التباديل.
الحل:
١. عدد الطرق $= \binom{15}{3} = \frac{15 \times 14 \times 13}{3 \times 2 \times 1} = \frac{2730}{6} = 455$
٢. بتحليل 455: $455 = 5 \times 7 \times 13$

س1288 احتمال بلا إرجاع (1447)

السؤال: صندوق فيه 6 وردات حمراء، و4 وردات صفراء، ووردتان خضراوان. ما احتمال سحب وردتين حمراوين متتاليتين بلا إرجاع؟
الخيارات:
أ) $\frac{1}{2}$
ب) $\frac{2}{3}$
ج) $\frac{3}{33}$
د) $\frac{5}{22}$
الإجابة: (د) $\frac{5}{22}$
التلميح: احسب احتمال السحبة الأولى، ثم احتمال الثانية بعد نقصان عدد الورود الكلي والحمراء معًا (بلا إرجاع).
الحل:
١. إجمالي الورود $= 6 + 4 + 2 = 12$
٢. احتمال السحبة الأولى حمراء $= \frac{6}{12}$
٣. بعد سحب واحدة حمراء، يتبقى 5 حمراء من أصل 11: احتمال السحبة الثانية $= \frac{5}{11}$
٤. الاحتمال الكلي $= \frac{6}{12} \times \frac{5}{11} = \frac{30}{132} = \frac{5}{22}$

س1304 المتوسط الحسابي (1447)

السؤال: إذا كان المتوسط الحسابي للقيم $1, z, 2z, 3z, 4z$ يساوي 3، أوجد قيمة z
الخيارات:
أ) $\frac{1}{2}$
ب) $\frac{7}{5}$
ج) 5
د) 15
الإجابة: (ب) $\frac{7}{5}$
التلميح: مجموع القيم يساوي المتوسط مضروبًا في عددها.
الحل:
١. مجموع القيم $= 1 + z + 2z + 3z + 4z = 1 + 10z$
٢. المتوسط $= \frac{1 + 10z}{5} = 3 \Rightarrow 1 + 10z = 15 \Rightarrow z = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$

س1305 الاحتمال بلا إرجاع (1447)

السؤال: صندوق داخله بطاقات مرقّمة من 1 إلى 6، إذا تم سحب بطاقتين بدون إرجاع، ما احتمال أن تحمل إحدى البطاقتين الرقم 2 والأخرى الرقم 6 (بدون ترتيب)؟
الخيارات:
أ) $\frac{1}{36}$

ب) $\frac{1}{30}$
ج) $\frac{1}{15}$
د) $\frac{1}{18}$

الإجابة: (ج) $\frac{1}{15}$

التلميح: يمكن سحب الرقم 2 أولًا ثم 6، أو العكس — اجمع احتمالي الترتيبين.

الحل:

١. احتمال (٢ ثم ٦) $= \frac{1}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{30}$

٢. احتمال (٦ ثم ٢) $= \frac{1}{6} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{30}$

٣. المجموع $= \frac{1}{30} + \frac{1}{30} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$

س1307 تصحيح المتوسط الحسابي (1447)

السؤال: حسب معلم متوسط درجات 21 طالبًا فوجده 76، ثم اكتشف أن هناك زيادة خطأ مقدارها 20 درجة في مجموع الدرجات. بعد تصحيح الخطأ، كم يكون المتوسط الجديد تقريبًا؟

الخيارات:

أ) 75
ب) 70
ج) 37
د) 27

الإجابة: (أ) 75

التلميح: أوجد المجموع الأصلي من المتوسط القديم، ثم اطرح الزيادة الخاطئة، ثم أعد القسمة على عدد الطلاب.

الحل:

١. المجموع قبل التصحيح $= 76 \times 21 = 1596$

٢. المجموع بعد طرح الزيادة الخاطئة $= 1596 - 20 = 1576$

٣. المتوسط الجديد $= \frac{1576}{21} \approx 75$

س1318 التوافيق مع إمكانية التكرار (1447)

السؤال: يريد مدير شركة تكوين رقم سري لجهازه مكوّن من 5 خانات، إذا تم اختيار الخانة الأولى من 10 أحرف، وبقية الخانات من المجموعة $\{1, 5, 7, 9\}$ (مع السماح بتكرار الأرقام)، بكم طريقة يستطيع تكوين الرقم السري؟

الخيارات:

أ) $10 \times 4!$
ب) 10×4^4
ج) 10×4^2
د) $10 \div 4!$

الإجابة: (ب) 10×4^4

التلميح: عدد الاختيارات لكل خانة لاحقة ثابت (٤ عناصر) ومستقل عن الخانات الأخرى لأن التكرار مسموح.

الحل:

١. الخانة الأولى: 10 اختيارات.

٢. كل خانة من الخانات الأربع الباقية: 4 اختيارات (مع التكرار)، أي $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^4$

٣. الإجمالي $= 10 \times 4^4$

س1320 التوافيق (1447)

السؤال: في مدرسة 8 معلمات، 3 منهن تخصصهن فيزياء و5 تخصصهن كيمياء، يراد اختيار 4 معلمات بحيث يتم اختيار معلمتين فيزياء فقط، ما عدد الطرق الممكنة؟

الخيارات:

أ) 30

ب) 35

ج) 45

د) 70

الإجابة: (أ) 30

التلميح: اختر معلمتي الفيزياء من الثلاث، ومعلمتي الكيمياء الباقيتين من الخمس، ثم اضرب.

الحل:

١. اختيار معلمتي فيزياء من 3: $\binom{3}{2} = 3$

٢. اختيار معلمتين من الكيمياء من 5 (لإكمال الأربع): $\binom{5}{2} = 10$

٣. الإجمالي $= 3 \times 10 = 30$

س1337 الاحتمالات (1444، 1445)

السؤال: مدرسة بها 200 طالب، 90 طالبًا متفوقًا في الرياضيات، و80 طالبًا متفوقًا في العلوم، و50 طالبًا متفوقًا في المادتين معًا. ما احتمال أن يكون طالب متفوقًا في الرياضيات أو العلوم؟

الخيارات:

أ) 0.1

ب) 0.4

ج) 0.6

د) 0.85

الإجابة: (ج) 0.6

التلميح: استخدم قاعدة الجمع للأحداث غير المنفصلة: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

الحل:

١.

$$P(\text{رياضيات أو علوم}) = \frac{90}{200} + \frac{80}{200} - \frac{50}{200} = \frac{120}{200} = 0.6$$

س1340 احتمال مجموع نرد (1446)

السؤال: عند رمي حجر نرد مرتين، ما احتمال ظهور عددين مجموعهما 10؟

الخيارات:

أ) $\frac{1}{3}$

ب) $\frac{1}{6}$

ج) $\frac{1}{9}$

د) $\frac{1}{12}$

الإجابة: (د) $\frac{1}{12}$

التلميح: عدد النواتج الممكنة الكلي 36؛ عدّد الأزواج التي مجموعها 10 فقط.

الحل:

١. الأزواج التي مجموعها 10: $(6,4)$، $(5,5)$، $(4,6)$ — ثلاثة نواتج.

٢. الاحتمال $= \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

س1341 احتمال محيط مربع ضلعه عدد أولي (1446)

السؤال: مربع طول ضلعه عدد أولي، ما احتمال أن يكون محيطه عدداً زوجياً؟
الخيارات:
أ) 0
ب) 0.5
ج) 0.75
د) 1
الإجابة: (د) 1
التلميح: محيط المربع يساوي أربعة أمثال طول ضلعه أياً كانت قيمة الضلع.
الحل:
١. محيط المربع (الضلع) $\times 4 =$، وهذا دائماً عدد زوجي مهما كانت قيمة الضلع الأولي (حتى لو كان فردياً).
٢. إذن الاحتمال $= 1$ (حدث مؤكد).

س1347 الوسط الحسابي: إيجاد قيم مجهولة (1446)

السؤال: متوسط 5 قيم يساوي 7، إذا علمت أن قيمتين منهما هما 2 و3، فما متوسط القيم الثلاثة الباقية؟
الخيارات:
أ) 6
ب) 10
ج) 15
د) 30
الإجابة: (ب) 10
التلميح: أوجد مجموع القيم الخمس من المتوسط، ثم اطرح القيمتين المعلومتين، ثم اقسم على العدد المتبقي.
الحل:
١. مجموع القيم الخمس $= 5 \times 7 = 35$
٢. مجموع القيم الثلاثة الباقية $= 35 - 2 - 3 = 30$
٣. متوسطها $= \dfrac{30}{3} = 10$

س1348 شروط الاحتمال (1446)

السؤال: إذا كانت A حادثة، فأي مما يلي لا يمثل احتمال الحادثة A؟
الخيارات:
أ) 2^{-3}
ب) $\dfrac{8}{9}$
ج) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$
د) $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$
الإجابة: (ج) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$
التلميح: قيمة الاحتمال يجب أن تقع بين 0 و1 (شاملة الطرفين).
الحل:
١. $\dfrac{\sqrt{5}}{2} \approx \dfrac{2.236}{2} \approx 1.118$، وهي أكبر من 1، فلا تصلح احتمالًا.
٢. بقية الخيارات كلها بين 0 و1.

س1354 الاحتمال الكلاسيكي (1446)

السؤال: وعاء يحتوي على 10 كرات حمراء، و9 كرات بيضاء، و7 كرات زرقاء، ما احتمال سحب كرة حمراء عشوائيًا؟
الخيارات:
أ) $\frac{5}{8}$
ب) $\frac{5}{13}$
ج) $\frac{7}{10}$
د) $\frac{7}{13}$
الإجابة: (ب) $\frac{5}{13}$
التلميح: الاحتمال = عدد الكرات الحمراء ÷ إجمالي عدد الكرات.
الحل:
١. إجمالي الكرات $= 10 + 9 + 7 = 26$
٢. احتمال سحب كرة حمراء $= \frac{10}{26} = \frac{5}{13}$

س1355 الوسط الحسابي (1446)

السؤال: أوجد المتوسط الحسابي للأعداد: 3.9, 4.2, 4.1, 4.0
الخيارات:
أ) 4
ب) 4.05
ج) 4.1
د) 4.5
الإجابة: (ب) 4.05
التلميح: اجمع القيم كلها ثم اقسم على عددها.
الحل:
١. المجموع $= 3.9 + 4.2 + 4.1 + 4.0 = 16.2$
٢. المتوسط $= \frac{16.2}{4} = 4.05$

س1361 التوافيق: اختيار مجموعة من مجموعة أكبر (1446)

السؤال: بكم طريقة يستطيع معلم أن يختار طالبين من 10 طلاب لتقديم الإذاعة المدرسية؟
الخيارات:
أ) 100
ب) 90
ج) 50
د) 45
الإجابة: (د) 45
التلميح: هذه مسألة اختيار (توافيق) لا ترتيب، لأن ترتيب الطالبين غير مهم.
الحل:
١. $\binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$

س1371 احتمال رمي النرد مرتين (1447)

السؤال: رُمي حجر نرد مرتين، ما احتمال ظهور عددين مختلفين؟
الخيارات:
أ) $\frac{1}{6}$

ب) $\frac{1}{3}$
ج) $\frac{5}{6}$
د) $\frac{2}{3}$

الإجابة: ج) $\frac{5}{6}$

التلميح: احسب احتمال تساوي العددين أولًا، ثم اطرحه من 1

الحل:

١. الناتج الكلي لرميتين $= 6 \times 6 = 36$، وعدد الحالات المتساوية (مثل (1,1)، (2,2)، ...) هي 6

٢. احتمال التساوي $= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$، فاحتمال الاختلاف $= 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

س1375 الترتيب الدائري (1447)

السؤال: بكم طريقة يمكن أن يجلس 6 طلاب حول طاولة دائرية؟

الخيارات:

أ) 60
ب) 120
ج) 360
د) 720

الإجابة: ب) 120

التلميح: عدد ترتيبات n عنصرًا حول دائرة $= (n-1)!$

الحل:

١. $(6-1)! = 5! = 120$

س1378 مبدأ العدّ الأساسي (1447)

السؤال: رُميت قطعة نقود ثلاث مرات، وحُجر نرد مرة واحدة، كم عدد النواتج الممكنة؟

الخيارات:

أ) 48
ب) 46
ج) 24
د) 12

الإجابة: أ) 48

التلميح: اضرب عدد نواتج كل رمية (قطعة النقود مرتين = 2 لكل رمية) في عدد نواتج النرد.

الحل:

١. $2 \times 2 \times 2 \times 6 = 48$

س1385 المتوسط الحسابي: الدرجة المطلوبة (1447)

السؤال: درجات طالب في ثلاث اختبارات $70, 75, 90$، كم الدرجة التي ينبغي أن يحصل عليها في الاختبار الرابع حتى يكون متوسط درجاته 80؟

الخيارات:

أ) 80
ب) 85
ج) 90
د) 95

الإجابة: ب) 85

التلميح: المجموع المطلوب للأربع درجات = المتوسط المطلوب × 4، ثم اطرح مجموع الدرجات الثلاث.

الحل:
١. المجموع المطلوب $= 80 \times 4 = 320$
٢. مجموع الدرجات الثلاث $= 70 + 75 + 90 = 235$
٣. الدرجة الرابعة $= 320 - 235 = 85$

س1386 المتوسط الحسابي: إيجاد قيمة مجهولة (1447)

السؤال: إذا كان المتوسط الحسابي للأعداد $5, 8, 10, 12, 15, a$ يساوي 11، فما قيمة a؟
الخيارات:
أ) 11
ب) 12
ج) 16
د) 18
الإجابة: (ج) 16
التلميح: مجموع الأعداد = المتوسط × عددها.
الحل:
١.

$$\frac{5+8+10+12+15+a}{6} = 11 \Rightarrow 50 + a = 66 \Rightarrow a = 16$$

س1387 الزاوية المركزية من جدول تكراري (1447)

السؤال: الدرجات العلمية لمجموعة من الموظفين: دكتوراه 15، ماجستير 10، بكالوريوس 45، ثانوي 20. أوجد قياس زاوية القطاع الدائري لفئة البكالوريوس
الخيارات:
أ) 45°
ب) 90°
ج) 120°
د) 180°
الإجابة: (د) 180°
التلميح: الزاوية المركزية للفئة = (تكرار الفئة ÷ المجموع الكلي) × 360°.
الحل:
١. المجموع الكلي $= 15 + 10 + 45 + 20 = 90$
٢. زاوية فئة البكالوريوس $= \frac{45}{90} \times 360^\circ = 180^\circ$

س1405 طرق المعاينة: العينة الطبقية (1447)

السؤال: معلم بالمرحلة المتوسطة أراد عمل بحث واختار عينة من كل صف 10 طلاب، ما نوع العينة المختارة؟
الخيارات:
أ) عشوائية
ب) طبقية
ج) منتظمة
د) بسيطة
الإجابة: (ب) طبقية
التلميح: اختيار عدد ثابت من كل فئة (صف) فرعية من المجتمع هو تعريف العينة الطبقية.
الحل:
١. تقسيم المجتمع إلى فئات (الصفوف) ثم أخذ عدد محدد من كل فئة هو أسلوب "المعاينة الطبقية".

س1414 احتمال اتحاد حدثين (1444، 1445)

السؤال: عند رمي مكعب مرقّم من 1 إلى 6 مرة واحدة، ما احتمال ظهور عدد أقل من 3 أو عدد زوجي على الوجه الظاهر؟

الخيارات:

أ) $\frac{1}{6}$

ب) $\frac{1}{3}$

ج) $\frac{5}{6}$

د) $\frac{2}{3}$

الإجابة: (د) $\frac{2}{3}$

التلميح: استخدم قانون احتمال الاتحاد: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$، أو عدّ العناصر المميّزة في اتحاد المجموعتين مباشرة.

الحل:

١. أعداد أقل من 3: $\{1, 2\}$

٢. أعداد زوجية: $\{2, 4, 6\}$

٣. اتحاد المجموعتين (بدون تكرار العنصر المشترك 2): $\{1, 2, 4, 6\}$، أي عدد عناصره 4 من أصل 6

٤. الاحتمال $= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

س1415 المتوسط الحسابي ومعالجة البيانات (1444، 1445)

السؤال: إذا كان المتوسط الحسابي للأعداد $10,\ 3,\ 6,\ m,\ n$ هو 9، فإن المتوسط الحسابي للعددين $(n-1,\ m+3)$ يساوي

الخيارات:

أ) 10

ب) 12

ج) 14

د) 16

الإجابة: (ج) 14

التلميح: استخدم معادلة المتوسط الأول لإيجاد ناتج $m+n$، ثم استخدمه مباشرة في المتوسط المطلوب دون الحاجة لإيجاد m, n منفردين.

الحل:

١.

$$\frac{10+3+6+m+n}{5} = 9 \ \Rightarrow\ 19+m+n = 45 \ \Rightarrow\ m+n = 26$$

٢. المتوسط المطلوب $= \frac{(n-1)+(m+3)}{2} = \frac{m+n+2}{2} = \frac{26+2}{2} = 14$

س1449 مقاييس النزعة المركزية والتشتت (1448)

السؤال: القيم الآتية تمثل مجموعة من البيانات: $2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 8,\ 10,\ 11,\ 12,\ 13,\ 15$. ماذا تمثل القيمة 13 بالنسبة إلى هذه البيانات؟

الخيارات:

أ) المتوسط الحسابي

ب) الوسيط

ج) المنوال

د) المدى

الإجابة: (د) المدى

التلميح: احسب كل مقياس من المقاييس الأربعة للبيانات، وقارن الناتج بالقيمة 13.

الحل:

١. مجموع القيم:

$$2+3+5+7+8+10+11+12+13+15 = 86$$

٢. المتوسط الحسابي:

$$\frac{86}{10} = 8.6$$

٣. البيانات مرتبة تصاعديًا وعددها 10، وهو عدد زوجي
٤. الوسيط متوسط القيمتين الخامسة والسادسة:

$$\frac{8 + 10}{2} = 9$$

٥. لا توجد قيمة مكررة، فلا يوجد منوال
٦. المدى أكبر قيمة ناقص أصغر قيمة:

$$15 - 2 = 13$$

٧. إذن القيمة 13 تمثل المدى

س1450 المتوسط الحسابي (1448)

السؤال: إذا كان $x + y = 15$، وكان المتوسط الحسابي للقيم x, y, z يساوي 8، فما قيمة z؟
الخيارات:
أ) 7
ب) 8
ج) 9
د) 10
الإجابة: (ج) 9
التلميح: اكتب قانون المتوسط الحسابي للقيم الثلاث، ثم عوّض عن مجموع x وy دفعة واحدة.
الحل:
١. قانون المتوسط الحسابي:

$$\frac{x + y + z}{3} = 8$$

٢. بالتعويض عن $x + y = 15$:

$$\frac{15 + z}{3} = 8$$

٣. بضرب الطرفين في 3:

$$15 + z = 24$$

٤. إذن:

$$z = 24 - 15 = 9$$

س1451 احتمال الحوادث المستقلة والمتممة (1448)

السؤال: إذا كان احتمال هطول المطر في يوم معيّن 0.4، فما احتمال عدم هطول المطر خلال الأيام الثلاثة القادمة؟
الخيارات:
أ) 0.064
ب) 0.216
ج) 0.400
د) 0.600
الإجابة: (ب) 0.216
التلميح: أوجد احتمال عدم هطول المطر في يوم واحد أولًا، ثم اضرب احتمالات الأيام الثلاثة.
الحل:

١. احتمال عدم هطول المطر في يوم واحد هو متممة احتمال هطوله:

$$1 - 0.4 = 0.6$$

٢. نعدّ الأيام الثلاثة حوادث مستقلة، فنضرب احتمالاتها:

$$0.6 \times 0.6 \times 0.6$$

٣. الناتج:

$$(0.6)^3 = 0.216$$

س1452 مبدأ العد الأساسي (1448)

السؤال: مطعم يقدم 5 أطباق رئيسية، و 3 أنواع من العصيرات، ونوعًا واحدًا من الحلويات. إذا تكوّنت الوجبة من طبق رئيسي وعصير وحلوى، فكم عدد الوجبات الممكنة؟

الخيارات:

أ) 9

ب) 12

ج) 15

د) 20

الإجابة: (ج) 15

التلميح: الوجبة سلسلة اختيارات متتالية، فعدد الوجبات حاصل ضرب عدد الخيارات في كل مرحلة لا مجموعها.

الحل:

١. مبدأ العد الأساسي:

$$N = n_1 \times n_2 \times n_3$$

٢. عدد الأطباق الرئيسية $n_1 = 5$

٣. عدد أنواع العصيرات $n_2 = 3$

٤. عدد أنواع الحلويات $n_3 = 1$

٥. بالتعويض:

$$N = 5 \times 3 \times 1 = 15$$

س1453 قراءة البيانات الممثلة وتفسيرها (1448)

السؤال: يمثل الجدول الآتي توزيع 30 طالبًا حسب التقدير الدراسي. بناءً على الجدول، أي العبارات الآتية صحيحة؟

التقدير	عدد الطلاب
راسب	5
مقبول	6
جيد	10
جيد جدًا	6
ممتاز	3

الخيارات:

أ) ربع الطلاب راسبون

ب) نصف الطلاب تقديرهم جيد

ج) الناجحون مجموعهم 26

د) عُشر الطلاب تقديرهم ممتاز

الإجابة: (د) عُشر الطلاب تقديرهم ممتاز

التلميح: احسب نسبة كل فئة إلى العدد الكلي 30، وتذكّر أن الناجحين هم كل من ليس راسبًا.

الحل:
٠١. نسبة الراسبين:

$$\frac{5}{30} = \frac{1}{6} \neq \frac{1}{4}$$

٠٢. إذن العبارة (أ) خاطئة
٠٣. نسبة من تقديرهم جيد:

$$\frac{10}{30} = \frac{1}{3} \neq \frac{1}{2}$$

٠٤. إذن العبارة (ب) خاطئة
٠٥. عدد الناجحين:

$$30 - 5 = 25 \neq 26$$

٠٦. إذن العبارة (ج) خاطئة
٠٧. نسبة من تقديرهم ممتاز:

$$\frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

٠٨. إذن العبارة (د) صحيحة

س1454 اختيار التمثيل البياني المناسب (1448)

السؤال: يوضح الجدول الآتي درجات خمسة طلاب في اختبارين مختلفين. ما أفضل طريقة لتمثيل هذه البيانات بيانيًا للمقارنة بين درجات الطلاب في الاختبارين؟

الطالب	الاختبار أ	الاختبار ب
الأول	70	75
الثاني	65	80
الثالث	85	90
الرابع	60	70
الخامس	75	85

الخيارات:
أ) المدرج التكراري
ب) الأعمدة البيانية
ج) مخطط الورقة والساق
د) القطاعات الدائرية

الإجابة: (ب) الأعمدة البيانية
التلميح: ابحث عن التمثيل الذي يعرض قيمتين متجاورتين لكل طالب فتسهل المقارنة بينهما مباشرة.
الحل:
٠١. لكل طالب درجتان في اختبارين، والمطلوب مقارنة الدرجتين لكل طالب
٠٢. الأعمدة البيانية المزدوجة تعرض عمودين متجاورين لكل طالب، فتسهل المقارنة المباشرة
٠٣. المدرج التكراري يعرض توزيع تكرارات بيانات متصلة في فئات، لا مقارنة قيم فردية
٠٤. مخطط الورقة والساق يعرض توزيع مجموعة واحدة من القيم
٠٥. القطاعات الدائرية تعرض أجزاء من كل واحد، لا مقارنة بين مجموعتين من الدرجات

س1455 القطاعات الدائرية (1448)

السؤال: في إحدى المدارس، يبلغ عدد طلاب الصف الثالث المتوسط 100 طالب، بينما يبلغ العدد الكلي لطلاب المدرسة 600 طالب. إذا مُثّلت البيانات بالقطاعات الدائرية، فما قياس زاوية القطاع الذي يمثل طلاب الصف الثالث المتوسط؟
الخيارات:

أ) $30°$
ب) $45°$
ج) $60°$
د) $90°$

الإجابة: (ج) $60°$

التلميح: زاوية القطاع هي نسبة الفئة إلى العدد الكلي مضروبة في $360°$.

الحل:

١. زاوية القطاع تساوي نسبة أفراد الفئة إلى العدد الكلي مضروبة في $360°$

٢. بالتعويض:

$$\frac{100}{600} \times 360°$$

٣. بالتبسيط:

$$\frac{1}{6} \times 360° = 60°$$

س1456 التباديل (1448)

السؤال: بكم طريقة يمكن اختيار الفائزين بالمراكز الأول والثاني والثالث في مسابقة من بين 9 طلاب؟

الخيارات:

أ) 84 طريقة
ب) 504 طريقة
ج) 729 طريقة
د) 362880 طريقة

الإجابة: (ب) 504 طريقة

التلميح: المراكز مختلفة، فاختيار الطالب نفسه للمركز الأول يختلف عن اختياره للمركز الثاني؛ هل الترتيب مهم هنا؟

الحل:

١. المراكز مختلفة، فالترتيب مهم ونستخدم التباديل

٢. قانون التباديل:

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

٣. بالتعويض عن $n = 9$ و $r = 3$:

$$P(9,3) = \frac{9!}{6!}$$

٤. بالتبسيط:

$$9 \times 8 \times 7 = 504$$

س1525 المتوسط الحسابي (1448)

السؤال: إذا كان متوسط الأعداد $x + 2$ و x و $x + 1$ يساوي 7، فما قيمة x؟

الخيارات:

أ) 4
ب) 5
ج) 6
د) 7

الإجابة: (ج) 6

التلميح: المتوسط الحسابي مجموع القيم مقسومًا على عددها؛ كوّن المعادلة ثم حلّها.

الحل:

١. المتوسط الحسابي مجموع القيم مقسومًا على عددها:

$$\frac{(x+2)+x+(x+1)}{3}=7$$

٢. بجمع الحدود المتشابهة في البسط:

$$\frac{3x+3}{3}=7$$

٣. بضرب الطرفين في 3:

$$3x+3=21$$

٤. بطرح 3 من الطرفين:

$$3x=18$$

٥. بقسمة الطرفين على 3:

$$x=6$$

٦. للتحقق، مجموع الأعداد الثلاثة عند $x=6$:

$$8+6+7=21$$

٧. ومتوسطها:

$$\frac{21}{3}=7$$

س1526 أنواع البيانات (المنفصلة والمستمرة) (1448)

السؤال: ما الشيء الذي لا يمكن تمثيله بشكل منفصل، ويُعد من البيانات المستمرة؟

الخيارات:

أ) عدد الكرات

ب) عدد الطلاب

ج) عدد الأهداف

د) الطول

الإجابة: (د) الطول

التلميح: البيانات المنفصلة تُعدّ عدًّا، والمستمرة تُقاس قياسًا ويمكن أن تأخذ قيمًا عشرية.

الحل:

١. البيانات المنفصلة تُعدّ عدًّا، وقيمها أعداد صحيحة عادة

٢. عدد الكرات وعدد الطلاب وعدد الأهداف كلها تُعدّ عدًّا، فهي بيانات منفصلة

٣. البيانات المستمرة تُقاس قياسًا، ويمكن أن تأخذ أي قيمة ضمن مدى معيّن ومنها القيم العشرية

٤. الطول يُقاس ولا يُعدّ، فهو من البيانات المستمرة

س1527 التباديل (1448)

السؤال: أي القوانين الآتية يُستخدم لحساب عدد الطرق التي يمكن أن يجلس بها 7 طلاب على 4 مقاعد مختلفة؟

الخيارات:

أ) قانون التباديل

ب) قانون التوافيق

ج) قانون المضروب

د) قاعدة الضرب

الإجابة: (أ) قانون التباديل

التلميح: المقاعد مختلفة، فهل يهم ترتيب الطلاب عليها؟ وهل يجلس الطلاب السبعة كلهم؟

الحل:

١. المقاعد مختلفة، فتغيير مكان الطالب يعطي ترتيبًا جديدًا، أي أن الترتيب مهم

٢. ترتيب r من n عناصر مع أهمية الترتيب يُحسب بقانون التباديل:

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

٣. بالتعويض:

$$P(7,4) = \frac{7!}{3!} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$$

٤. قانون التوافيق يُستخدم حين لا يهم الترتيب، فلا يناسب المقاعد المختلفة

٥. قانون المضروب وحده $7!$ يرتّب الطلاب السبعة كلهم، والمقاعد أربعة فقط

٦. قاعدة الضرب مبدأ عام يعطي الناتج نفسه، لكن قانون التباديل هو الصيغة المخصّصة لهذا النوع من العد

س1528 مبدأ العد الأساسي (1448)

السؤال: يوجد في أحد المطاعم 5 أطباق رئيسية و 4 أطباق من الكيك. إذا أراد شخص اختيار طبق رئيسي وطبق كيك معًا، فبكم طريقة يمكنه الاختيار؟

الخيارات:

أ) 9

ب) 15

ج) 20

د) 25

الإجابة: (ج) 20

التلميح: الاختيار يتم على مرحلتين معًا (طبق رئيسي وطبق كيك)، فاضرب عدد الخيارات في كل مرحلة.

الحل:

١. الاختيار يتم على مرحلتين: طبق رئيسي ثم طبق كيك

٢. عدد خيارات الطبق الرئيسي 5

٣. عدد خيارات طبق الكيك 4

٤. بمبدأ العد الأساسي نضرب عدد الخيارات:

$$5 \times 4 = 20$$

٥. الخيار 9 ناتج الجمع $5 + 4$، وهو يصلح لاختيار طبق واحد فقط من أحد النوعين

س1529 مقاييس التشتت (1448)

السؤال: هناك مجموعة من الطلاب يذاكرون لساعات وأيام طويلة، بينما توجد مجموعة أخرى من الطلاب تذاكر لساعات قليلة. أي مقاييس التشتت أو النزعة المركزية يتأثر أكثر باختلاف ساعات المذاكرة بين الطلاب؟

الخيارات:

أ) الانحراف المعياري

ب) المتوسط الحسابي

ج) الوسيط

د) المنوال

الإجابة: (أ) الانحراف المعياري

التلميح: الاختلاف بين القيم يعني تباعدها، فأي هذه المقاييس يقيس التباعد لا المركز؟

الحل:

١. المطلوب مقياس يعبّر عن الاختلاف بين ساعات مذاكرة الطلاب، أي عن تباعد القيم

٢. الانحراف المعياري مقياس تشتت يقيس مدى ابتعاد القيم عن متوسطها الحسابي

٣. كلما زاد الاختلاف بين ساعات المذاكرة تباعدت القيم، فكبر الانحراف المعياري
٤. المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال مقاييس نزعة مركزية تصف مركز البيانات لا تباعدها

س1530 التباديل (1448)

السؤال: بكم طريقة يمكن ترتيب جلوس 4 أشخاص على 4 مقاعد مختلفة الألوان؟
الخيارات:
أ) 4
ب) 12
ج) 24
د) 48
الإجابة: (ج) 24
التلميح: المقاعد مختلفة الألوان، فالترتيب مهم؛ احسب عدد الخيارات لكل مقعد على التوالي.
الحل:
١. المقاعد مختلفة الألوان، فكل مقعد مكان مميز والترتيب مهم
٢. المقعد الأول له 4 خيارات
٣. المقعد الثاني له 3 خيارات
٤. المقعد الثالث له خياران
٥. المقعد الرابع له خيار واحد
٦. عدد طرق الترتيب:

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

س1531 مقاييس التشتت (1448)

السؤال: أي المقاييس الآتية يُستخدم لقياس تشتت البيانات؟
الخيارات:
أ) الوسط الحسابي
ب) الوسيط
ج) المنوال
د) المدى
الإجابة: (د) المدى
التلميح: ثلاثة من الخيارات مقاييس نزعة مركزية تصف مركز البيانات، وواحد فقط يصف انتشارها.
الحل:
١. المدى مقياس تشتت يصف مدى انتشار البيانات
٢. المدى يساوي أكبر قيمة ناقص أصغر قيمة في البيانات
٣. الوسط الحسابي والوسيط والمنوال مقاييس نزعة مركزية تصف مركز البيانات

س1532 المتغيرات المستقلة والتابعة (1448)

السؤال: درس باحث أثر ساعات النوم في الأداء الدراسي لدى 50 طالبًا. ما المتغير المستقل؟
الخيارات:
أ) اسم المدرسة
ب) الباحث
ج) الأداء الدراسي
د) ساعات النوم
الإجابة: (د) ساعات النوم
التلميح: المتغير المستقل هو العامل الذي يُدرس أثره، والتابع هو النتيجة التي تتأثر به.

الحل:

١. المتغير المستقل هو العامل الذي يُدرس أثره في متغير آخر
٢. الدراسة تبحث أثر ساعات النوم في الأداء الدراسي
٣. ساعات النوم هي العامل المؤثر، فهي المتغير المستقل
٤. الأداء الدراسي هو النتيجة التي تتأثر، فهو المتغير التابع
٥. اسم المدرسة والباحث ليسا متغيرين تقيسهما هذه الدراسة

المعيار السادس: المنطق والاستدلال

عدد الأسئلة: 45

س798 القياس المنطقي (خاصية التعدّي) (1442)

السؤال: "إذا نجح محمد في اختباراته، فسيسافر مع زملائه" و"إذا سافر محمد مع زملائه، فسيذهب إلى أبها". حدّد أي العبارات الآتية تنتج منطقياً من العبارتين السابقتين

الخيارات:

أ) إذا سافر محمد، فإنه نجح في اختباراته

ب) إذا ذهب محمد إلى أبها، فسيذهب مع زملائه

ج) إذا نجح محمد في اختباراته، فسيذهب إلى أبها

د) إذا ذهب محمد إلى أبها، فإنه نجح في اختباراته

الإجابة: (ج) إذا نجح محمد في اختباراته، فسيذهب إلى أبها

التلميح: نتيجة العبارة الأولى هي فرض الثانية، فتُحذف الحلقة الوسطى ويبقى الطرفان بالترتيب نفسه.

الحل:

١. بالقياس المنطقي (خاصية التعدّي):

$$(p \to q) \wedge (q \to r) \;\Rightarrow\; (p \to r)$$

٢. حيث p: نجح، و q: سافر، و r: ذهب إلى أبها

٣. إذن النتيجة: إذا نجح في اختباراته فسيذهب إلى أبها

س799 المكافئ العكسي

السؤال: أي من العبارات صائبة دائمًا؟

الخيارات:

أ) $(p \to q) \leftrightarrow (p \vee q)$

ب) $(p \to q) \leftrightarrow (p \wedge q)$

ج) $(p \to q) \leftrightarrow (q \to p)$

د) $(p \to q) \leftrightarrow (\sim q \to \sim p)$

الإجابة: (د) $(p \to q) \leftrightarrow (\sim q \to \sim p)$

التلميح: العبارة الشرطية تكافئ معاكسها الإيجابي فقط، لا عكسها ولا اتحادها.

الحل:

١. المعاكس الإيجابي ينتج من نفي كل من الفرض والنتيجة مع عكس ترتيبهما

٢. والعبارة الشرطية تكافئ معاكسها الإيجابي منطقياً:

$$(p \to q) \equiv (\sim q \to \sim p)$$

٣. إذن التكافؤ في الفقرة (د) صائب دائماً

س800 أساليب البرهان — خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: لإثبات أنه إذا كان x^2 عدداً زوجياً فإن x عدد زوجي، نفرض أن x عدد فردي فنثبت أن x^2 عدد فردي. ما هو البرهان المستخدم؟

الخيارات:

أ) المثال المضاد

ب) البرهان بالتناقض

ج) عكس المباشر
د) مباشر
الإجابة: (ج) عكس المباشر
التلميح: الفرض والنتيجة نُفيا وعُكس ترتيبهما، وهذا هو المكافئ العكسي.
الحل:
١. البرهان المطلوب أصلاً:

$$p \to q$$

٢. والمُستخدم فعلاً هو إثبات:

$$\sim q \to \sim p$$

٣. وهذا هو البرهان بعكس المباشر (المكافئ العكسي)

س801 الاقتضاء والتكافؤ

السؤال: أي من الخيارات التالية صحيحة؟
الخيارات:
أ) $x = 5 \Rightarrow x^2 = 25$
ب) $x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$
ج) $x^2 = 64 \Leftrightarrow x = 8$
د) لا شيء مما سبق
الإجابة: (أ) $x = 5 \Rightarrow x^2 = 25$
التلميح: الاتجاه من الجذر إلى المربع مضمون، أما العكس فله حلّان موجب وسالب.
الحل:
١. الفقرة (أ) صحيحة لأن تربيع 5 يعطي 25 دائماً
٢. الفقرة (ب) خاطئة لأن:

$$\sqrt{25} = \pm 5$$

٣. والفقرة (ج) خاطئة للسبب نفسه:

$$\sqrt{64} = \pm 8$$

س802 تبسيط التقارير المنطقية (1442)

السؤال: التقرير $\sim (p \vee (\sim p \wedge q))$
الخيارات:
أ) تقرير صائب دائماً
ب) يكافئ منطقياً التقرير $p \wedge q$
ج) يكافئ منطقياً التقرير $\sim p \wedge \sim q$
د) يكافئ منطقياً التقرير $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
الإجابة: (ج) يكافئ منطقياً التقرير $\sim p \wedge \sim q$
التلميح: طبّق قانون ديمورجان على النفي الخارجي أولاً، ثم وزّع وبسّط.
الحل:
١. بقانون ديمورجان:

$$\sim (p \vee (\sim p \wedge q)) \equiv \sim p \wedge \sim (\sim p \wedge q)$$

٢. بتطبيق ديمورجان مرة أخرى:

$$\equiv \sim p \wedge (p \vee \sim q)$$

٣. بالتوزيع:

$$\equiv (\sim p \wedge p) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

٤. وبما أن $\sim p \wedge p \equiv F$:

$$\equiv \sim p \wedge \sim q$$

س803 قيم الصواب للعبارة الشرطية

السؤال: p: تخرّج الطالب من الثانوية، q: دخول الطالب الجامعة، عبارتان صحيحتان. أي العبارات خاطئة؟
الخيارات:
أ) $p \rightarrow \sim q$
ب) $\sim p \rightarrow \sim q$
ج) $p \rightarrow q$
د) $p \equiv \sim p$
الإجابة: (أ) $p \rightarrow \sim q$
التلميح: العبارة الشرطية لا تكون خاطئة إلا في حالة واحدة: فرض صائب ونتيجة خاطئة.
الحل:
١. بما أن p و q صائبتان، فإن $\sim q$ خاطئة
٢. وفي الفقرة (أ) يكون الفرض صائباً والنتيجة خاطئة
٣. ومن تعريف العبارة الشرطية تكون العبارة في هذه الحالة خاطئة

س804 تعريف التقرير الرياضي

السؤال: أي مما يأتي لا يُعدّ تقريراً؟
الخيارات:
أ) يا أحمد لا تؤجل عمل اليوم إلى الغد
ب) البرمائيات تعيش في اليابسة والماء
ج) يوجد بالسنة 12 شهراً
د) أحمد يمشي 20 كلم
الإجابة: (أ) يا أحمد لا تؤجل عمل اليوم إلى الغد
التلميح: التقرير جملة خبرية يمكن الحكم عليها بالصواب أو الخطأ، والأمر والنهي ليسا كذلك.
الحل:
١. التقرير جملة خبرية ذات معنى تحمل خبراً، ويمكن الحكم عليها بأنها صائبة أو خاطئة
٢. الفقرة (أ) جملة نهي لا تحمل خبراً فلا يمكن الحكم عليها
٣. أما بقية الفقرات فتحتمل الصواب والخطأ، فهي تقارير

س805 خصائص العمليات المنطقية

السؤال: التقرير $[p \vee (p \wedge (\sim p \vee q))] \vee q$ يكافئ التقرير
الخيارات:
أ) $p \wedge q$
ب) $p \vee q$
ج) $\sim p \wedge q$
د) $\sim p \vee q$
الإجابة: (ب) $p \vee q$
التلميح: استخدم خاصية الامتصاص $p \vee (p \wedge q) \equiv p$ بعد تبسيط القوس الداخلي.
الحل:

١. نبسّط القوس الداخلي:

$$p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$$

٢. بخاصية الامتصاص:

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

٣. إذن التقرير كله يصبح:

$$p \vee q$$

س806 جداول الصواب

السؤال: جدول الصواب الآتي يمثل: $(A = T, B = T \to T)$، $(A = T, B = F \to T)$، $(A = F, B = T \to F)$، $(A = F, B = F \to T)$

A	B	القيمة
T	T	T
T	F	T
F	T	F
F	F	T

الخيارات:

أ) $A \vee B$

ب) $A \to B$

ج) $B \to A$

د) $A \leftrightarrow B$

الإجابة: ج) $B \to A$

التلميح: الحالة الخاطئة الوحيدة هي عندما يكون B صائباً و A خاطئاً، فأي عبارة شرطية فرضها B؟

الحل:

١. من تعريف العبارة الشرطية "إذا... فإن..."، تكون خاطئة في حالة واحدة فقط: الفرض صائب والنتيجة خاطئة

٢. الجدول يعطي القيمة F عند $A = F$ و $B = T$

٣. أي أن الفرض هو B والنتيجة هي A، إذن التقرير هو $B \to A$

س807 المكافئ العكسي

السؤال: يُعرَّف المكافئ العكسي للعبارة $A \to B$ بأنه $\sim B \to \sim A$. ما المكافئ العكسي للعبارة: "إذا كان $X > 5$ فإن $X > 3$"؟

الخيارات:

أ) إذا كان $X > 3$ فإن $X > 5$

ب) إذا كان $X \leq 5$ فإن $X \leq 3$

ج) إذا كان $X < 3$ فإن $X < 5$

د) إذا كان $X \leq 3$ فإن $X \leq 5$

الإجابة: د) إذا كان $X \leq 3$ فإن $X \leq 5$

التلميح: نفي "أكبر من" هو "أصغر من أو يساوي" لا "أصغر من"، مع عكس ترتيب الفرض والنتيجة.

الحل:

١. نفي النتيجة يصبح فرضاً:

$$\sim (X > 3) \;\Rightarrow\; X \leq 3$$

٢. ونفي الفرض يصبح نتيجة:

$$\sim (X > 5) \;\Rightarrow\; X \leq 5$$

٣. إذن المكافئ العكسي: إذا كان $X \leq 3$ فإن $X \leq 5$

س808 أساليب البرهان — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: ليكن $x \in Z$، اعتبر التقريرين p: x^2 عدد زوجي، و q: x عدد زوجي. إن أفضل طريقة لبرهان أن $p \Rightarrow q$ هي بيان أن

الخيارات:

أ) $q \Rightarrow p$

ب) $\sim q \Rightarrow p$

ج) $\sim q \Rightarrow \sim p$

د) $\sim p \Rightarrow \sim q$

الإجابة: (ج) $\sim q \Rightarrow \sim p$

التلميح: إثبات الشرطية مباشرةً صعب هنا، فاستخدم ما يكافئها منطقياً.

الحل:

١. العبارة الشرطية تكافئ معاكسها الإيجابي:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

٢. أي نفرض أن x عدد فردي ونثبت أن x^2 عدد فردي

س809 قيم الصواب والتكافؤ

السؤال: إذا كان $p \vee q \equiv \sim p \leftrightarrow \sim q$ فإن

الخيارات:

أ) p صائبة، q صائبة

ب) p خاطئة، q صائبة

ج) p خاطئة، q خاطئة

د) p صائبة، q خاطئة

الإجابة: (أ) p صائبة، q صائبة

التلميح: جرّب الخيارات وابحث عن الحالة التي يتساوى فيها طرفا التكافؤ في قيمة الصواب.

الحل:

١. نجرّب $p = T$ و $q = T$، فيكون الطرف الأيسر:

$$T \vee T = T$$

٢. والطرف الأيمن:

$$F \leftrightarrow F = T$$

٣. تساوت قيمتا الصواب، إذن الخيار (أ) هو الصحيح

س810 قيم الصواب للجمل الخبرية

السؤال: لدينا الجملتان الخبريتان: p: $\sqrt{1} = -1$ و $(-1)^2 = 1$، و q: كل عدد صحيح إذا قُسم على عدد صحيح فالناتج عدد صحيح. أيهما صحيح؟

الخيارات:

أ) p صحيحة، q خاطئة

ب) p خاطئة، q خاطئة

ج) p صحيحة، q صحيحة

د) p خاطئة، q صحيحة

الإجابة: (ب) p خاطئة، q خاطئة

التلميح: الرابط "و" يجعل العبارة صائبة فقط إذا صحّ طرفاها معاً، وابحث عن مثال مضاد لـ q

الحل:

١. في p الجزء الأول خاطئ لأن:

$$\sqrt{1} = 1 \neq -1$$

وبوجود الرابط "و" تكون p خاطئة

٢. والجملة q خاطئة لوجود مثال مضاد:

$$\frac{3}{2} = 1.5$$

وهو ليس عدداً صحيحاً

س811 المكافئ العكسي

السؤال: العبارة الشرطية $A \rightarrow \sim B$ تكافئ

A	B	$A \rightarrow \sim B$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	T

الخيارات:
أ) $A \rightarrow \sim B$ (نفسها)
ب) $B \rightarrow \sim A$
ج) $\sim A \leftrightarrow B$
د) $A \leftrightarrow \sim B$

الإجابة: (ب) $B \rightarrow \sim A$

التلميح: طبّق قاعدة المكافئ العكسي: انفِ الطرفين واعكس ترتيبهما، ولاحظ أن $\sim (\sim B) = B$

الحل:

١. بقاعدة المكافئ العكسي:

$$A \rightarrow \sim B \equiv \sim (\sim B) \rightarrow \sim A$$

٢. بالتبسيط:

$$\equiv B \rightarrow \sim A$$

٣. ويمكن التحقق بجدول الصواب حيث يتطابق عمودا العبارتين

س812 التكافؤ المنطقي (1444)

السؤال: العبارة $\sim p \vee q$ تكافئ ما عدا

p	q	$\sim p \vee q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

الخيارات:
أ) $p \rightarrow q$
ب) $\sim p \leftrightarrow q$
ج) $\sim (p \wedge \sim q)$
د) $\sim q \rightarrow \sim p$

الإجابة: (ب) $\sim p \leftrightarrow q$

التلميح: العبارات المكافئة تكون خاطئة في حالة واحدة فقط، فابحث عن العبارة التي تختلف في عدد حالات الصواب.

الحل:

١. العبارة $\sim p \vee q$ تكافئ $p \rightarrow q$ بالتعريف، وتكافئ $\sim (p \wedge \sim q)$ بقانون ديمورجان، وتكافئ $\sim q \rightarrow \sim p$ بالمكافئ العكسي

٢. أما $\sim p \leftrightarrow q$ فتكون صائبة في حالتين فقط ولا تطابق أعمدة البقية

٣. إذن هي غير المكافئة

س813 المعاكس الإيجابي

السؤال: "إذا كانت $x^2 = 4$ فإن $x = 2$ أو $x = -2$" تكافئ

الخيارات:

أ) إذا كانت $x^2 = 4$ فإن $x \neq 2$ أو $x = -2$

ب) إذا كانت $x^2 = 4$ فإن $x \neq 2$ أو $x \neq -2$

ج) إذا كانت $x^2 \neq 4$ فإن $x \neq 2$ أو $x \neq -2$

د) إذا كانت $x \neq -2$ و $x \neq 2$ فإن $x^2 \neq 4$

الإجابة: (د) إذا كانت $x \neq -2$ و $x \neq 2$ فإن $x^2 \neq 4$

التلميح: نفي النتيجة يؤدي لنفي الفرض، ونفي "أو" يعطي "و" بقانون ديمورجان.

الحل:

١. المعاكس الإيجابي: نفي النتيجة يؤدي لنفي الفرض

٢. نفي النتيجة بقانون ديمورجان:

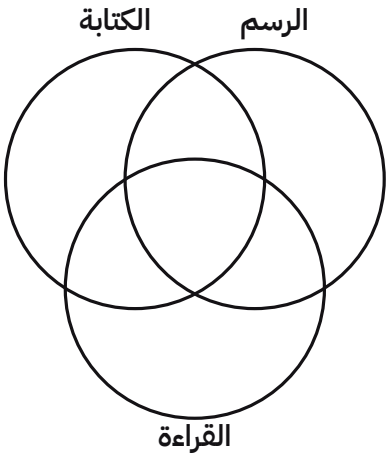
$$\sim (x = 2 \text{ أو } x = -2) \equiv x \neq 2 \text{ و } x \neq -2$$

٣. ونفي الفرض:

$$x^2 \neq 4$$

س814 مخططات فِن

السؤال: الطلاب الذين يحبون القراءة والرسم في الرسم المجاور (مخطط فِن بثلاث مجموعات: الكتابة، الرسم، القراءة — وتقاطع الرسم والقراءة فقط يساوي 3)



الخيارات:

أ) 3

ب) 7

ج) 10

د) 15

الإجابة: (أ) 3

التلميح: المطلوب منطقة التقاطع بين المجموعتين المذكورتين فقط دون إضافة المناطق المجاورة.

الحل:

١. المنطقة المشتركة بين القراءة والرسم في المخطط تساوي 3

٢. إذن عدد الطلاب الذين يحبون القراءة والرسم $= 3$

س815 خصائص العمليات المنطقية

السؤال: العبارة المكافئة للعبارة $(p\wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$

الخيارات:

أ) p

ب) q

ج) $\sim p$

د) $\sim q$

الإجابة: (أ) p

التلميح: أخرج p عاملاً مشتركاً، فيصبح ما داخل القوس $q \vee \sim q$ وهو صائب دائماً.

الحل:

١. بإخراج العامل المشترك:

$$(p\wedge \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv p \wedge (\sim q \vee q)$$

٢. وبما أن $\sim q \vee q \equiv T$:

$$\equiv p \wedge T \equiv p$$

س816 قيم الصواب للعبارة الشرطية (1447)

السؤال: إذا كان T صائباً، و F خاطئاً، و P تقريراً، فإن العبارة الصحيحة هي

الخيارات:

أ) $T \to P \equiv T$

ب) $T \to P \equiv F$

ج) $F \to P \equiv T$

د) $F \to P \equiv F$

الإجابة: (ج) $F \to P \equiv T$

التلميح: إذا كان الفرض خاطئاً فالعبارة الشرطية صائبة مهما كانت النتيجة.

الحل:

١. العبارة الشرطية تكون خاطئة في حالة واحدة فقط: الفرض صائب والنتيجة خاطئة

٢. فإذا كان الفرض خاطئاً تكون العبارة صائبة دائماً بغض النظر عن النتيجة

٣. إذن:

$$F \to P \equiv T$$

س817 مصطلحات البرهان

السؤال: إذا كان لدينا $\sim q \to \sim p$، واستخدمنا $p \to q$ للحل، أي العبارات التالية تعبّر عن ذلك؟

الخيارات:

أ) المثال العكسي

ب) المكافئ العكسي

ج) البرهان المباشر

د) البرهان بالتناقض

الإجابة: (ب) المكافئ العكسي

التلميح: الانتقال بين الصيغتين يعتمد على تكافؤ العبارة الشرطية مع نفي طرفيها معكوسين.

الحل:

١. العلاقة بين الصيغتين:

$$p \to q \equiv \sim q \to \sim p$$

٢. وهذا التكافؤ يُسمّى المكافئ العكسي

س818 قوانين ديمورجان (1446)

السؤال: العبارة $\sim (p \wedge q)$ تكافئ

الخيارات:

أ) $\sim (p \vee q)$

ب) $\sim p \vee \sim q$

ج) $\sim p \wedge q$

د) $\sim p \wedge \sim q$

الإجابة: (ب) $\sim p \vee \sim q$

التلميح: نفي الاقتران يعطي افتراق النفيين، والعكس صحيح.

الحل:

١. بقانون ديمورجان:

$$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

س819 قيم الصواب للعبارة الشرطية

السؤال: متى تكون $\sim A \rightarrow \sim B$ خاطئة؟

الخيارات:

أ) A, B صائبتين

ب) A, B خاطئتين

ج) A صائبة و B خاطئة

د) A خاطئة و B صائبة

الإجابة: (د) A خاطئة و B صائبة

التلميح: لتكون الشرطية خاطئة يجب أن يكون $\sim A$ صائبة و $\sim B$ خاطئة؛ ثم ارجع إلى قيمتي A و B الأصليتين.

الحل:

١. العبارة الشرطية تكون خاطئة إذا كان الفرض صائباً والنتيجة خاطئة:

$$\sim A = T, \qquad \sim B = F$$

٢. وبالرجوع إلى القيم الأصلية:

$$A = F, \qquad B = T$$

س820 المكافئ العكسي (1446)

السؤال: المكافئ العكسي للعبارة "إذا كان a عدداً حقيقياً فإن ai عدد تخيلي"

الخيارات:

أ) إذا كان a عدداً حقيقياً فإن ai عدد غير حقيقي

ب) إذا كان a عدداً غير حقيقي فإن ai عدد غير تخيلي

ج) إذا كان ai عدداً تخيلياً فإن a عدد حقيقي

د) إذا كان ai عدداً غير تخيلي فإن a عدد غير حقيقي

الإجابة: (د) إذا كان ai عدداً غير تخيلي فإن a عدد غير حقيقي

التلميح: انفِ النتيجة واجعلها فرضاً، وانفِ الفرض واجعله نتيجة.

الحل:

١. المكافئ العكسي: نفي النتيجة يؤدي إلى نفي الفرض

٢. نفي النتيجة: ai عدد غير تخيلي

٣. ونفي الفرض: a عدد غير حقيقي

٤. إذن: إذا كان ai عدداً غير تخيلي فإن a عدد غير حقيقي

س821 تبسيط التقارير المنطقية (1446)

السؤال: التقرير $(p \to q) \wedge (p \to \sim q)$ يكافئ

الخيارات:

أ) p

ب) $\sim p$

ج) q

د) $\sim q$

الإجابة: (ب) $\sim p$

التلميح: حوّل كل شرطية إلى صورة الافتراق أولاً، ثم وزّع، سيظهر حدّ متناقض يساوي F

الحل:

١. نحوّل الشرطيتين:

$$(\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$$

٢. بالتوزيع:

$$\equiv (\sim p \wedge \sim p) \vee (q \wedge \sim q)$$

٣. وبما أن $q \wedge \sim q \equiv F$:

$$\equiv \sim p \vee F \equiv \sim p$$

س822 نفي المتباينات

السؤال: نفي العبارة $m < n - 1$

الخيارات:

أ) $m \geq n - 1$

ب) $m + n < 1$

ج) $m + n \leq 1$

د) $m > n - 1$

الإجابة: (أ) $m \geq n - 1$

التلميح: نفي "أصغر من" هو "أكبر من أو يساوي" لا "أكبر من" فقط، لأن حالة التساوي جزء من النفي.

الحل:

١. نفي العلاقة $<$ هو العلاقة $\geq$

٢. إذن:

$$\sim (m < n - 1) \equiv m \geq n - 1$$

س823 نفي العبارات المركّبة

السؤال: نفي العبارة "7 عدد غير أوّلي و 49 تقبل القسمة على 7"

الخيارات:

أ) 7 عدد أوّلي و 49 تقبل القسمة على 7

ب) 7 عدد أوّلي و 49 لا تقبل القسمة على 7

ج) 7 عدد أوّلي أو 49 لا تقبل القسمة على 7

د) 7 عدد غير أوّلي أو 49 تقبل القسمة على 7

الإجابة: (ج) 7 عدد أوّلي أو 49 لا تقبل القسمة على 7

التلميح: بقانون ديمورجان يتحوّل الرابط "و" إلى "أو" مع نفي كل طرف.

الحل:
١. بقانون ديمورجان:

$$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

٢. نفي "7 عدد غير أوّلي" هو "7 عدد أوّلي"
٣. ونفي "49 تقبل القسمة على 7" هو "49 لا تقبل القسمة على 7"
٤. مع تحويل الرابط إلى "أو"

س824 استراتيجيات حل المسألة (1446)

السؤال: عدد مقسوم على 2، وطُرح منه 6 كان الناتج 18، أفضل استراتيجية لحل السؤال
الخيارات:
أ) الحل العكسي
ب) التخمين والتحقق
ج) القائمة المنظمة
د) الاستدلال الرياضي

الإجابة: (أ) الحل العكسي
التلميح: النتيجة معلومة والبداية مجهولة، فالمسار الطبيعي هو التراجع من النهاية للبداية بعكس العمليات.
الحل:
١. المسألة تعطي الناتج النهائي وتطلب العدد الأصلي
٢. فأنسب استراتيجية هي الحل العكسي: نبدأ من 18 ونعكس العمليات

$$18 + 6 = 24, \qquad 24 \times 2 = 48$$

س1054 أساليب البرهان — الاستقراء الرياضي — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: لبرهنة العبارة $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$ لكل عدد طبيعي n نستخدم
الخيارات:
أ) الاستقراء الرياضي
ب) المثال المضاد
ج) الاستنتاج الرياضي
د) التخمين والتحقق

الإجابة: (أ) الاستقراء الرياضي
التلميح: العبارة تخص كل الأعداد الطبيعية، فيُثبت صحتها عند $n = 1$ (الخطوة الأساسية) ثم يُفترض صحتها عند $n = k$ لإثباتها عند $n = k + 1$ (خطوة الاستقراء) — وهذا هو مبدأ الاستقراء الرياضي.
الحل:
١. الخطوة الأساسية: عند $n = 1$: $\dfrac{1(1+1)}{2} = 1$ ✓
٢. فرض الاستقراء: افترض صحة العبارة عند $n = k$: $1 + 2 + \cdots + k = \dfrac{k(k+1)}{2}$
٣. خطوة الاستقراء: أثبت صحتها عند $n = k + 1$ بإضافة $(k + 1)$ لكلا الطرفين، فتصبح النتيجة $\dfrac{(k+1)(k+2)}{2}$، وهي الصيغة نفسها بتعويض $k + 1$ مكان n

---

س1087 المعاكس الإيجابي (1447)

السؤال: ما هو المعاكس الإيجابي للعبارة التالية: "إذا اجتاز الاختبار عودة وكان غير مصاب بالسكري، فإنه سيسافر إلى أوروبا"؟
الخيارات:
أ) إذا لم يسافر عودة إلى أوروبا، فإنه لم يجتز الاختبار أو أنه مصاب بالسكري.
ب) إذا سافر عودة إلى أوروبا، فإنه اجتاز الاختبار وهو غير مصاب بالسكري.
ج) إذا لم يجتز عودة الاختبار أو كان مصاباً بالسكري، فإنه لن يسافر إلى أوروبا.
د) إذا لم يسافر عودة إلى أوروبا، فإنه لم يجتز الاختبار وهو مصاب بالسكري.
الإجابة: (أ) إذا لم يسافر عودة إلى أوروبا، فإنه لم يجتز الاختبار أو أنه مصاب بالسكري.
التلميح: المعاكس الإيجابي ينتج من نفي كل من الفرض والنتيجة مع عكس ترتيبهما، ونفي "و" يتحول إلى "أو" بقانون ديمورجان.
الحل:
١. نرمز للفرض: $p =$ "اجتاز الاختبار وغير مصاب بالسكري" (وهو تقرير مركب: $p_1 \wedge \sim p_2$)
٢. ونرمز للنتيجة: $q =$ "سيسافر إلى أوروبا"
٣. المعاكس الإيجابي: نفي q يؤدي لنفي p، أي بالصيغة الرمزية:

$$\sim q \rightarrow \sim p$$

٤. نفي النتيجة: $\sim q =$ "لن يسافر إلى أوروبا"
٥. نفي الفرض المركب بقانون ديمورجان: $\sim p = \sim (p_1 \wedge \sim p_2) = \sim p_1 \vee p_2 =$ "لم يجتز الاختبار أو مصاب بالسكري"
٦. إذن المعاكس الإيجابي: "إذا لم يسافر إلى أوروبا، فإنه لم يجتز الاختبار أو أنه مصاب بالسكري"

س1088 نفي العبارات المركّبة (1447)

السؤال: ما هو نفي الجملة التالية: "لندن غير مدينة جميلة، ولا تمطر السماء اليوم"؟
الخيارات:
أ) لندن مدينة جميلة و تمطر السماء اليوم.
ب) لندن مدينة جميلة أو تمطر السماء اليوم.
ج) لندن غير مدينة جميلة أو تمطر السماء اليوم.
د) لندن مدينة جميلة و لا تمطر السماء اليوم.
الإجابة: (ب) لندن مدينة جميلة أو تمطر السماء اليوم.
التلميح: بقانون ديمورجان يتحوّل الرابط "و" إلى "أو" مع نفي كل طرف.
الحل:
١. نرمز: $p =$ "لندن مدينة جميلة"، $q =$ "تمطر السماء اليوم"؛ فالعبارة الأصلية هي $\sim p \wedge \sim q$
٢. بقانون ديمورجان:

$$\sim (\sim p \wedge \sim q) \equiv p \vee q$$

٣. إذن النفي: "لندن مدينة جميلة أو تمطر السماء اليوم"

س1144 الاقتضاء والتكافؤ (العبارة الثنائية الشرطية) (1447)

السؤال: إذا كانت p: "كل عدد صحيح هو عدد زوجي"، وكانت العبارة "p إذا وفقط إذا q" صائبة، فإن q يمكن أن تكون
الخيارات:
أ) $\sqrt{144}$ عدد نسبي
ب) $\sqrt{50}$ عدد غير نسبي
ج) إذا كان $x = 1$ فإن $x^2 - 1 = 0$
د) إذا كان $x^2 - 1 = 0$ فإن $x = 1$
الإجابة: (د) إذا كان $x^2 - 1 = 0$ فإن $x = 1$
التلميح: حدّد قيمة صواب p أولًا؛ العبارة الثنائية الشرطية صائبة عندما يتساوى طرفاها في قيمة الصواب.

الحل:
١. p خاطئة (مثلًا 3 عدد صحيح فردي)
٢. $p \leftrightarrow q$ صائبة، إذن يجب أن تكون q خاطئة أيضًا
٣. أ) صائبة ($\sqrt{144} = 12$)، ب) صائبة، ج) صائبة
٤. د) خاطئة لأن $x^2 - 1 = 0$ تعطي $x = \pm 1$، فقد تكون $x = -1$

س1279 قيمة صواب تركيب منطقي

السؤال: إذا كانت p عبارة صحيحة، وq عبارة خاطئة، فما قيمة صواب التقرير $(p \wedge \sim q) \wedge (p \vee \sim q) \rightarrow q$؟
الخيارات:
أ) T
ب) غير محدد
ج) F
د) يعتمد على q
الإجابة: (ج) F
التلميح: عوّض بقيمتي p, q المعطاتين مباشرة، واحسب كل جزء من الداخل للخارج.
الحل:
١. $\sim q = T$ (لأن q خاطئة).
٢. $p \wedge \sim q = T \wedge T = T$، و $p \vee \sim q = T \vee T = T$
٣. $(p \wedge \sim q) \wedge (p \vee \sim q) = T \wedge T = T$
٤. $T \rightarrow q = T \rightarrow F = F$

س1285 قيمة صواب العبارة الشرطية (1447)

السؤال: إذا كانت p عبارة خاطئة، فما قيمة صواب التقرير $p \rightarrow q$ (بغضّ النظر عن قيمة صواب q)؟
الخيارات:
أ) T دائمًا
ب) F دائمًا
ج) تعتمد على q
د) غير معرّفة
الإجابة: (أ) T دائمًا
التلميح: راجع جدول صواب $p \rightarrow q$: متى تكون العبارة الشرطية صائبة دائمًا بغضّ النظر عن الجزء الثاني؟
الحل:
١. $p \rightarrow q$ خاطئة في حالة واحدة فقط: عندما يكون p صائبًا وq خاطئًا.
٢. إذا كان p خاطئًا، فهذه الحالة الوحيدة لا تتحقق أبدًا، فتكون $p \rightarrow q$ صائبة (T) بغضّ النظر عن قيمة q

---

س1322 نفي العبارات المركّبة (1447)

السؤال: نفي العبارة "لندن مدينة جميلة ومحمد سافر إليها" هو
الخيارات:
أ) لندن مدينة غير جميلة ومحمد لم يسافر إليها
ب) لندن مدينة غير جميلة أو محمد لم يسافر إليها
ج) لندن مدينة جميلة ومحمد لم يسافر إليها
د) لندن مدينة جميلة أو محمد سافر إليها
الإجابة: (ب) لندن مدينة غير جميلة أو محمد لم يسافر إليها
التلميح: استخدم قانون ديمورجان: نفي (p وq) يكافئ (نفي p) أو (نفي q).

الحل:
١. $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
٢. نفي "جميلة" = "غير جميلة"، ونفي "سافر إليها" = "لم يسافر إليها"، والرابط يتحول من "و" إلى "أو".

س1333 الأنماط والمتتابعات العددية (1444، 1445)

السؤال: إذا كان مربع طوله n مربعات وعرضه n مربعات، وكانت كلها متساوية، فإن مجموع عدد المربعات في $1, 2, 3, 4, \ldots, n$ يساوي
الخيارات:
أ) $\sum_{x=1}^{n} x^2$
ب) $\sum_{x=1}^{n} 2x$
ج) $\sum_{x=0}^{n} x^2$
د) $\sum_{n=-1}^{n-1} 2x$

الإجابة: (أ) $\sum_{x=1}^{n} x^2$

التلميح: عدد مربعات الحجم $k \times k$ داخل شبكة $n \times n$ متعلّق بمربع k؛ اجمع هذا العدد لكل الأحجام من 1 إلى n
الحل:
١. مجموع المربعات (بكل أحجامها) من حجم 1×1 إلى $n \times n$ هو $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$
٢. بصيغة المجموع: $\sum_{x=1}^{n} x^2$

س1334 طرائق البرهان (1444، 1445)

السؤال: من طرائق البرهان الرياضي
الخيارات:
أ) الاستقراء الرياضي
ب) المنطق الرياضي
ج) التفكير الرياضي
د) الترابط الرياضي

الإجابة: (أ) الاستقراء الرياضي

التلميح: ابحث عن الخيار الذي يمثّل أسلوبًا منهجيًا لإثبات صحة عبارة رياضية، لا مجالًا معرفيًا عامًا.
الحل:
١. الاستقراء الرياضي طريقة برهان مباشرة تُثبت صحة عبارة لكل الأعداد الطبيعية بإثبات الحالة الأساسية وخطوة الاستقراء.
٢. بقية الخيارات مجالات أو مهارات رياضية عامة، وليست طرائق برهان محدّدة.

س1350 نفي التقارير المنطقية (1446)

السؤال: نفي التقرير $x \notin (A \cap B)$
الخيارات:
أ) $x \in A \wedge x \in B$
ب) $x \in A \vee x \in B$
ج) $x \notin A \wedge x \notin B$
د) $x \notin A \vee x \notin B$

الإجابة: (أ) $x \in A \land x \in B$
التلميح: نفي "x لا ينتمي للتقاطع" هو "x ينتمي للتقاطع"، ثم فكّك الانتماء للتقاطع إلى اقتران شرطي.
الحل:
١. نفي $x \notin (A \cap B)$ هو $x \in (A \cap B)$
٢. $x \in (A \cap B)$ يعني $x \in A$ و$x \in B$ معًا، أي $x \in A \land x \in B$

س1362 أنماط الاستدلال: الاستقراء والتعميم (1446)

السؤال: إذا كانت 4 تقبل القسمة على 2، ووصل الطالب إلى أن جميع الأعداد الزوجية تقبل القسمة على 2، فماذا يسمى هذا الاستنتاج؟
الخيارات:
أ) استنباط
ب) برهان
ج) تعميم
د) تواصل
الإجابة: (ج) تعميم
التلميح: الانتقال من ملاحظة حالة جزئية واحدة إلى حكم عام يشمل كل الحالات المشابهة هو تعميم.
الحل:
١. الطالب لاحظ حالة واحدة خاصة (4)، ثم عمّم الحكم على كل الأعداد الزوجية.
٢. هذا النمط من الاستدلال (من الخاص إلى العام) يسمى تعميمًا.

س1416 العبارة الشرطية وقيمة صوابها (1444، 1445)

السؤال: إذا كان T صائبة، و F خاطئة، و P تقريرًا، فإن العبارة الصحيحة دائمًا هي
الخيارات:
أ) $T \to P \equiv T$
ب) $T \to P \equiv F$
ج) $F \to P \equiv T$
د) $F \to P \equiv F$
الإجابة: (ج) $F \to P \equiv T$
التلميح: العبارة الشرطية التي مقدّمها خاطئ تكون صائبة دائمًا (صواب شرطي)، بغض النظر عن قيمة صواب P
الحل:
١. العبارة الشرطية $A \to B$ خاطئة في حالة واحدة فقط: عندما يكون A صائبًا وB خاطئًا.
٢. في $F \to P$، المقدّم F خاطئ دائمًا، فلا يمكن أن تتحقق حالة الخطأ الوحيدة، فتكون $F \to P$ صائبة دائمًا ($\equiv T$) مهما كانت قيمة P
٣. أما $T \to P$ فتعتمد قيمتها على P نفسه، فلا تساوي T أو F بثبات.

س1425 التكافؤ المنطقي وقوانين المنطق (1448)

السؤال: أي العبارات الآتية تكافئ العبارة المنطقية $(p \to q) \to q$؟
الخيارات:
أ) $p \to q$
ب) $\neg p \to \neg q$
ج) $p \lor q$
د) $p \land q$
الإجابة: (ج) $p \lor q$
التلميح: حوّل كل شرطية إلى فصل باستعمال $a \to b \equiv \neg a \lor b$، ثم طبّق قانون دي مورغان.
الحل:

١. قانون الشرطية:

$$a \to b \equiv \neg a \lor b$$

٢. بتطبيقه على الشرطية الخارجية:

$$(p \to q) \to q \equiv \neg(p \to q) \lor q$$

٣. بتطبيقه على الشرطية الداخلية:

$$\equiv \neg(\neg p \lor q) \lor q$$

٤. بقانون دي مورغان:

$$\equiv (p \land \neg q) \lor q$$

٥. بقانون التوزيع:

$$\equiv (p \lor q) \land (\neg q \lor q)$$

٦. العبارة $\neg q \lor q$ صائبة دائمًا، فيبقى:

$$\equiv p \lor q$$

س1426 المعاكس الإيجابي (1448)

السؤال: ما المعاكس الإيجابي للعبارة: «إذا كان $x \geq 2$، فإن $x + 5 \geq 3$»؟

الخيارات:

أ) إذا كان $x + 5 < 3$، فإن $x < 2$

ب) إذا كان $x + 5 \geq 3$، فإن $x \geq 2$

ج) إذا كان $x < 2$، فإن $x + 5 < 3$

د) إذا كان $x \geq 2$، فإن $x + 5 < 3$

الإجابة: (أ) إذا كان $x + 5 < 3$، فإن $x < 2$

التلميح: المعاكس الإيجابي للعبارة $p \to q$ هو $\neg q \to \neg p$: انفِ الفرض والنتيجة ثم بدّل موضعيهما.

الحل:

١. الفرض: $x \geq 2$

٢. النتيجة: $x + 5 \geq 3$

٣. نفي الفرض: $x < 2$

٤. نفي النتيجة: $x + 5 < 3$

٥. المعاكس الإيجابي يجعل نفي النتيجة فرضًا ونفي الفرض نتيجة

٦. إذن المعاكس الإيجابي: إذا كان $x + 5 < 3$، فإن $x < 2$

٧. الخيار (ب) هو العكس، لأنه بدّل الفرض والنتيجة دون نفي

٨. الخيار (ج) هو المعكوس، لأنه نفى الفرض والنتيجة دون تبديل

س1427 أساليب البرهان — البرهان غير المباشر — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: إذا أردت إثبات أن $x \geq 2$ باستعمال البرهان غير المباشر، فإنك تفترض أن

الخيارات:

أ) $x > 2$

ب) $x < 2$

ج) $x \leq 2$

د) $x = 2$

الإجابة: (ب) $x < 2$

التلميح: في البرهان غير المباشر نبدأ بافتراض أن العبارة المطلوب إثباتها خاطئة، أي نفترض نفيها تمامًا.

الحل:

١. في البرهان غير المباشر نفترض نفي العبارة المطلوب إثباتها

٢. العبارة المطلوب إثباتها: $x \geq 2$
٣. نفي هذه العبارة: $x < 2$
٤. الخيار $x \leq 2$ ليس نفيًا صحيحًا، لأنه يشترك مع العبارة الأصلية في القيمة $x = 2$

س1533 أساليب البرهان — البرهان بالتناقض (1448)

السؤال: في البرهان بالتناقض لإثبات أن $\sqrt{2}$ عدد غير نسبي، ما الافتراض الذي نبدأ به؟
الخيارات:
أ) نفترض أن $\sqrt{2}$ عدد نسبي
ب) نفترض أن $\sqrt{2} = 0$
ج) نفترض أن $\sqrt{2}$ عدد صحيح موجب
د) نفترض أن $\sqrt{2}$ عدد سالب
الإجابة: (أ) نفترض أن $\sqrt{2}$ عدد نسبي
التلميح: البرهان بالتناقض يبدأ بافتراض نفي العبارة المطلوب إثباتها، فما نفي «عدد غير نسبي»؟
الحل:
١. البرهان بالتناقض يبدأ بافتراض نفي العبارة المطلوب إثباتها
٢. العبارة المطلوب إثباتها أن $\sqrt{2}$ عدد غير نسبي
٣. نفيها أن $\sqrt{2}$ عدد نسبي
٤. نبني على هذا الافتراض حتى نصل إلى تناقض رياضي
٥. التناقض يثبت أن الافتراض خاطئ، فيكون $\sqrt{2}$ عددًا غير نسبي
٦. الخيارات الأخرى ليست نفيًا للعبارة، فالعدد غير النسبي ليس صفرًا ولا سالبًا ولا صحيحًا أصلًا

س1534 قيم صواب العبارة الشرطية (1448)

السؤال: إذا كانت العبارة R خاطئة، ففي أي حالة تكون العبارة المركبة $(P \vee Q) \to R$ صادقة؟
الخيارات:
أ) عندما تكون P صادقة وQ خاطئة
ب) عندما تكون P وQ صادقتين
ج) عندما تكون P وQ خاطئتين
د) عندما تكون P خاطئة وQ صادقة
الإجابة: (ج) عندما تكون P وQ خاطئتين
التلميح: الشرطية تكون خاطئة فقط إذا كان مقدمها صادقًا وتاليها خاطئًا، والتالي هنا خاطئ.
الحل:
١. العبارة الشرطية تكون خاطئة في حالة واحدة فقط: مقدمها صادق وتاليها خاطئ
٢. التالي في هذه الشرطية هو R، وهو خاطئ
٣. لكي تكون الشرطية صادقة يجب أن يكون مقدمها $P \vee Q$ خاطئًا
٤. عبارة الفصل $P \vee Q$ تكون خاطئة فقط عندما تكون P وQ خاطئتين معًا
٥. بالتعويض:

$$(F \vee F) \to F \equiv F \to F \equiv T$$

٦. في الخيارات أ وب ود تكون إحدى العبارتين على الأقل صادقة، فيصبح المقدم صادقًا والشرطية خاطئة

س1535 قيم صواب عبارة الفصل (1448)

السؤال: متى تكون العبارة المنطقية $P \vee Q$ خاطئة؟
الخيارات:
أ) إذا كانت P وQ خاطئتين
ب) إذا كانت P صادقة فقط
ج) إذا كانت Q صادقة فقط
د) إذا كانت P وQ صادقتين

الإجابة: (أ) إذا كانت P وQ خاطئتين
التلميح: الرمز $\vee$ يعني «أو»، والعبارة المرتبطة به تصدق إذا صدقت إحدى العبارتين على الأقل.
الحل:
١. الرمز $\vee$ يمثل أداة الفصل «أو»
٢. عبارة الفصل $P \vee Q$ تكون صادقة إذا كانت إحدى العبارتين على الأقل صادقة
٣. فهي صادقة في الحالات الثلاث: P وحدها صادقة، أو Q وحدها صادقة، أو كلتاهما صادقتان
٤. تبقى حالة واحدة تكون فيها خاطئة: أن تكون P وQ خاطئتين معًا

المعيار السابع: التفاضل والتكامل وتطبيقاتهما

عدد الأسئلة: 153

س826 المتتابعات الحسابية — عدد الحدود — خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: عدد عناصر المجموعة $\left\{3\frac{2}{3},\ 4\frac{1}{3},\ 5,\ \ldots,\ 26\frac{1}{3},\ 27\right\}$

الخيارات:

أ) 27

ب) 36

ج) 70

د) 81

الإجابة: (ب) 36

التلميح: الفرق بين كل حدّين ثابت، فاستخدم $\frac{a_n - a_1}{d} + 1$

الحل:

١. الحد الأول $a_1 = \frac{11}{3}$، والحد الثاني $a_2 = \frac{13}{3}$، فالأساس:

$$d = \frac{13}{3} - \frac{11}{3} = \frac{2}{3}$$

٢. الحد الأخير:

$$a_n = 27 = \frac{81}{3}$$

٣. عدد الحدود:

$$\frac{\frac{81}{3} - \frac{11}{3}}{\frac{2}{3}} + 1 = \frac{70}{2} + 1 = 36$$

س827 النهايات المثلثية — خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: $\lim_{n\to\infty} n \sin\frac{\pi}{n} = \cdots$

الخيارات:

أ) ∞

ب) π

ج) 1

د) 0

الإجابة: (ب) π

التلميح: أعد صياغة المقدار ليظهر على صورة $\frac{\sin\theta}{\theta}$ التي نهايتها 1

الحل:

١. نعيد الصياغة بضرب وقسمة على $\frac{\pi}{n}$:

$$\lim_{n\to\infty} n \sin\frac{\pi}{n} = \lim_{n\to\infty} \pi \cdot \frac{\sin\frac{\pi}{n}}{\frac{\pi}{n}}$$

٢. وبما أن $\frac{\pi}{n} \to 0$ عندما $n \to \infty$، ونهاية $\frac{\sin\theta}{\theta}$ تساوي 1:

$$= \pi(1) = \pi$$

س828 **قاعدة اشتقاق الضرب** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $y = (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)$ فإن y' تساوي

الخيارات:

أ) $\frac{1}{4x}$

ب) $\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}-1\right)$

ج) $\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}+1\right)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}-1\right)$

د) 1

الإجابة: (د) 1

التلميح: الضرب فرق بين مربعين؛ بسّطه أولاً فتصبح الدالة خطية واشتقاقها فوري.

الحل:

١. بضرب القوسين (فرق بين مربعين):

$$y = x - 1$$

٢. بالاشتقاق:

$$y' = 1$$

٣. ويمكن التحقق بقاعدة مشتقة الضرب:

$$y' = (\sqrt{x}+1)\frac{1}{2\sqrt{x}} + (\sqrt{x}-1)\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2}+\frac{1}{2} = 1$$

س829 **النهايات عند ما لا نهاية** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\lim_{x\to\infty} \sin\left(\frac{x+1}{x^2+1}\right) = \cdots$

الخيارات:

أ) 0

ب) 1

ج) ∞

د) غير معرّف

الإجابة: (أ) 0

التلميح: أدخل النهاية على ما بداخل الجيب أولاً؛ درجة البسط أقل من درجة المقام.

الحل:

١. النهاية تدخل على ما بداخل الدالة المتصلة:

$$\sin\left[\lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{x^2+1}\right]$$

٢. ولأن درجة البسط أقل من درجة المقام فالنهاية صفر:

$$= \sin(0) = 0$$

س830 **النهايات عند ما لا نهاية** – خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: $\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3-2}{10+x^4} = \cdots$

الخيارات:

أ) $-\infty$

ب) 0

ج) 1

د) ∞

الإجابة: (ب) 0
التلميح: قارن درجة البسط بدرجة المقام قبل أي حساب.
الحل:
١. درجة البسط 3 ودرجة المقام 4
٢. وبما أن درجة البسط أقل من درجة المقام، فالنهاية تساوي:

$$0$$

س831 **خواص التكامل المحدد** – خاص بالمستوى الثاني (1442)
السؤال: إذا كان $\int_1^6 f(x) = 2$ و $\int_3^6 f(x) = 5$ فإن $\int_1^3 2f(x)$ يساوي
الخيارات:
أ) -6
ب) -3
ج) 3
د) 7
الإجابة: (أ) -6
التلميح: استخدم خاصية تجزئة فترة التكامل، ولا تنسَ إخراج المعامل 2 من التكامل.
الحل:
١. بخاصية التجزئة:

$$\int_1^6 f(x) = \int_1^3 f(x) + \int_3^6 f(x)$$

٢. بالتعويض:

$$2 = \int_1^3 f(x) + 5 \;\Rightarrow\; \int_1^3 f(x) = -3$$

٣. إذن:

$$\int_1^3 2f(x) = 2(-3) = -6$$

س832 **المتتابعات الهندسية — الحد العام** – خاص بالمستوى الثاني (1442)
السؤال: متتابعة هندسية فيها الحد الثاني -6 وحدها الخامس 162، الحد العام للمتتابعة هو
الخيارات:
أ) $a_n = 2(-3)^n$
ب) $a_n = 2(3)^n$
ج) $a_n = 2(3)^{n-1}$
د) $a_n = 2(-3)^{n-1}$
الإجابة: (د) $a_n = 2(-3)^{n-1}$
التلميح: الفرق بين رتبتي الحدين ثلاثة، فخذ الجذر التكعيبي لنسبتهما لإيجاد الأساس.
الحل:
١. نوجد الأساس:

$$r = \sqrt[3]{\frac{162}{-6}} = \sqrt[3]{-27} = -3$$

٢. نوجد الحد الأول من الحد الثاني:

$$-6 = a_1(-3) \;\Rightarrow\; a_1 = 2$$

٣. إذن الحد العام:

$$a_n = 2(-3)^{n-1}$$

س833 **قاعدة اشتقاق القوة** – خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: إذا كانت $f(x) = \frac{7}{2}\sqrt[3]{x^5}$ فإن $f'(x)$ تساوي

الخيارات:

أ) $\frac{35\,x^{\frac{2}{3}}}{6}$

ب) $\frac{21}{10\,x^{\frac{5}{3}}}$

ج) $\frac{35x^{\frac{1}{5}}}{10}$

د) $\frac{35}{6x^{\frac{2}{3}}}$

الإجابة: (أ) $\frac{35\,x^{\frac{2}{3}}}{6}$

التلميح: حوّل الجذر إلى أس كسري أولاً: $\sqrt[3]{x^5} = x^{\frac{5}{3}}$، ثم طبّق قاعدة القوة.

الحل:

١. نكتب الدالة بالأس الكسري:

$$f(x) = \frac{7}{2}x^{\frac{5}{3}}$$

٢. بقاعدة اشتقاق القوة:

$$f'(x) = \frac{7}{2} \times \frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}-1}$$

٣. بالتبسيط:

$$= \frac{35}{6}x^{\frac{2}{3}}$$

س834 **المساحة تحت المنحنى** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مساحة المنطقة المحدودة بين المنحنيات $y = e^x$، $y = 0$، $x = 0$، $x = 1$ تساوي

الخيارات:

أ) e

ب) 1

ج) $1 - \frac{1}{e}$

د) $e - 1$

الإجابة: (د) $e - 1$

التلميح: المساحة تكامل محدد، وتذكّر أن $\int e^x dx = e^x$ وأن $e^0 = 1$

الحل:

١. نكوّن التكامل المحدد:

$$\int_0^1 e^x dx = [e^x]_0^1$$

٢. بالتعويض:

$$= e^1 - e^0 = e - 1$$

س835 **تقارب المتتابعات وتباعدها** – خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: أي من المتتابعات الآتية متباعدة؟

الخيارات:

أ) $\left\{\dfrac{n^2}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty}$

ب) $\left\{\dfrac{4^n}{4^n+1}\right\}_{n=1}^{\infty}$

ج) $\left\{\dfrac{n}{n^2+1}\right\}_{n=1}^{\infty}$

د) $\left\{\dfrac{1}{n^2}\right\}_{n=1}^{\infty}$

الإجابة: (أ) $\left\{\dfrac{n^2}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty}$

التلميح: المتتابعة متباعدة إذا لم تكن نهايتها عدداً محدداً، قارن درجتي البسط والمقام في كل خيار.

الحل:

١. في الفقرة (أ) درجة البسط أكبر من درجة المقام:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n^2}{n+1}=\infty$$

٢. أما (ب) فنهايتها 1، و(ج) و(د) نهايتهما صفر

٣. إذن المتباعدة هي (أ)

س836 **قاعدة السلسلة** – خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: مشتقة الدالة $y=(x^2+1)^6$

الخيارات:

أ) $12x(x^2+1)^5$

ب) $6(x^2+1)$

ج) $6(x^2+1)^5$

د) $(x^2+1)^7+x^2+1$

الإجابة: (أ) $12x(x^2+1)^5$

التلميح: لا تنسَ ضرب الناتج في مشتقة ما بداخل القوس.

الحل:

١. بقاعدة السلسلة:

$$y'=6(x^2+1)^5\times 2x$$

٢. بالتبسيط:

$$=12x(x^2+1)^5$$

س837 **اتصال الدالة** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x+1}, & x\neq -1\\ a, & x=-1\end{cases}$$

فإن قيمة a التي تجعل الدالة f متصلة عند $x=-1$ تساوي

الخيارات:

أ) 2

ب) 1

ج) -1
د) -2

الإجابة: (د) -2

التلميح: شرط الاتصال أن تساوي النهاية عند النقطة قيمة الدالة عندها؛ حلّل البسط واختصر.

الحل:

١. شرط الاتصال:

$$\lim_{x\to -1}\frac{x^2-1}{x+1}=a$$

٢. بالتحليل والاختصار:

$$\lim_{x\to -1}\frac{(x-1)(x+1)}{x+1}=\lim_{x\to -1}(x-1)$$

٣. بالتعويض:

$$-1-1=-2 \;\Rightarrow\; a=-2$$

س838 **التكامل والمشتقة الثانية** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $f(x)=\int_{2}^{x} t^2\,dt$ فإن $f''(3)$ تساوي

الخيارات:

أ) -9
ب) -6
ج) 6
د) 9

الإجابة: (ج) 6

التلميح: بالنظرية الأساسية يكون $f'(x)=x^2$ مباشرة، فاشتق مرة أخرى.

الحل:

١. بالتكامل:

$$f(x)=\left[\frac{t^3}{3}\right]_2^x=\frac{x^3}{3}-\frac{8}{3}$$

٢. المشتقة الأولى:

$$f'(x)=x^2$$

٣. المشتقة الثانية:

$$f''(x)=2x \;\Rightarrow\; f''(3)=6$$

س839 **النهايات من اليمين واليسار** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت

$$f(x)=\begin{cases}2-x, & x\ge 0\\ \sqrt{-x}+1, & x<0\end{cases}$$

فإن $\lim_{x\to 0} f(x)$ تساوي

الخيارات:

أ) 2
ب) 1
ج) 0
د) غير موجودة

الإجابة: (د) غير موجودة

التلميح: النهاية موجودة فقط إذا تساوت النهايتان من الجهتين.
الحل:
١. النهاية من اليمين:

$$\lim_{x\to 0^+}(2-x)=2$$

٢. النهاية من اليسار:

$$\lim_{x\to 0^-}\left(\sqrt{-x}+1\right)=1$$

٣. لم تتساوَ النهايتان، إذن النهاية غير موجودة

س840 الاشتقاق الضمني وميل المماس — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: ميل المماس لدائرة الوحدة عند النقطة $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ يساوي

الخيارات:
أ) -1
ب) 1
ج) -2
د) 2

الإجابة: (أ) -1

التلميح: اشتق معادلة $x^2+y^2=1$ ضمنياً بالنسبة لـ x، ثم عوّض بالنقطة.
الحل:
١. معادلة دائرة الوحدة:

$$x^2+y^2=1$$

٢. بالاشتقاق الضمني:

$$2x+2yy'=0\ \Rightarrow\ y'=-\frac{x}{y}$$

٣. بالتعويض بالنقطة:

$$y'=-\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=-1$$

س841 التكامل غير المحدد — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\int \cdots\, dx=\tan x+x+c$

الخيارات:
أ) $\sec^2 x+x+c$
ب) $\frac{1}{x^2+1}+1$
ج) $\frac{1}{x^2+1}+x+c$
د) $\sec^2 x+1$

الإجابة: (د) $\sec^2 x+1$

التلميح: اشتق ناتج التكامل المعطى؛ الناتج هو المُكامَل المطلوب.
الحل:
١. نشتق ناتج التكامل:

$$(\tan x+x+c)'=\sec^2 x+1$$

٢. إذن المُكامَل هو:

$$\sec^2 x + 1$$

س842 **المتتابعات الهندسية** – خاص بالمستوى الثاني (1444)

السؤال: إذا كانت k، $3k$، $20 - k$ ثلاثة أعداد متتالية في متتابعة هندسية فإن قيمة k تساوي

الخيارات:

أ) 1

ب) 2

ج) 3

د) 4

الإجابة: (ب) 2

التلميح: النسبة بين كل حدّين متتاليين ثابتة، فساوِ بين النسبتين.

الحل:

١. الأساس من الحدّين الأولين:

$$r = \frac{3k}{k} = 3$$

٢. ومن الحدّين الأخيرين:

$$\frac{20 - k}{3k} = 3 \;\Rightarrow\; 20 - k = 9k$$

٣. إذن:

$$20 = 10k \;\Rightarrow\; k = 2$$

س843 **المتتابعات الحسابية** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: متتابعة حسابية حدها الأول 6، وحدها الأخير 16 بينهما 3 حدود، ما مجموع الحدود الثلاثة؟

الخيارات:

أ) 32

ب) 33

ج) 39

د) 48

الإجابة: (ب) 33

التلميح: عدد الحدود كلها 5؛ أوجد الأساس من قانون الحد النوني ثم اجمع الحدود الوسطى فقط.

الحل:

١. عدد الحدود $n = 5$، وبقانون الحد النوني:

$$16 = 6 + 4d \;\Rightarrow\; d = 2.5$$

٢. الحدود الثلاثة الوسطى:

$$8.5,\ 11,\ 13.5$$

٣. مجموعها:

$$8.5 + 11 + 13.5 = 33$$

س844 **المتتابعات الحسابية** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: متتابعة حسابية حدها الأول 27، وحدها السادس 12، ما هو الحد الرابع؟

الخيارات:

أ) 18

ب) 27
ج) 12
د) 19

الإجابة: (أ) 18
التلميح: الفرق بين الحدين الأول والسادس يساوي $5d$
الحل:
١. نوجد الأساس:

$$(6-1)d = 12 - 27 \;\Rightarrow\; 5d = -15 \;\Rightarrow\; d = -3$$

٢. بقانون الحد النوني:

$$a_4 = 27 + 3(-3) = 18$$

س845 معادلة المماس — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: معادلة مماس منحنى الدالة $f(x) = x^2 + 3$ عند النقطة $(1, 4)$
الخيارات:
أ) $y = 2x + 2$
ب) $y = 2x$
ج) $y = 2x - 1$
د) $y = 2x - 2$

الإجابة: (أ) $y = 2x + 2$
التلميح: المشتقة عند النقطة تعطي الميل، ثم استخدم صيغة النقطة والميل.
الحل:
١. نشتق الدالة:

$$f'(x) = 2x \;\Rightarrow\; f'(1) = 2$$

٢. بصيغة النقطة والميل:

$$y - 4 = 2(x - 1)$$

٣. بالتبسيط:

$$y = 2x + 2$$

س846 قاعدة اشتقاق الضرب — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مشتقة الدالة $f(x) = x^2 \cos x$
الخيارات:
أ) $2x \sin x$
ب) $2x \cos x - x^2 \sin x$
ج) $-2x \sin x$
د) $2x \cos x + x^2 \sin x$

الإجابة: (ب) $2x \cos x - x^2 \sin x$
التلميح: مشتقة $\cos x$ هي $-\sin x$، فانتبه للإشارة السالبة.
الحل:
١. بقاعدة مشتقة الضرب:

$$f'(x) = x^2(-\sin x) + 2x \cos x$$

٢. بالترتيب:

$$= 2x \cos x - x^2 \sin x$$

س847 **قاعدة لوبيتال** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\lim_{x\to 0} \dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}$

الخيارات:

أ) ∞

ب) 0

ج) $-\infty$

د) 1

الإجابة: (ب) 0

التلميح: التعويض المباشر يعطي $\frac{0}{0}$، فاشتق البسط والمقام كلاً على حدة.

الحل:

١. التعويض المباشر يعطي صيغة غير محددة $\dfrac{0}{0}$

٢. بقاعدة لوبيتال:

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$$

٣. بالتعويض:

$$= \frac{1-1}{1+1} = \frac{0}{2} = 0$$

س848 **الاتصال والنهايات المثلثية** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: ما قيمة k التي تجعل الدالة متصلة عند الصفر؟

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin 2x}{x}, & x \neq 0 \\ k-1, & x = 0 \end{cases}$$

الخيارات:

أ) 3

ب) 4

ج) 1

د) 0

الإجابة: (أ) 3

التلميح: أخرج المعامل 2 ليصبح المقدار على صورة $\dfrac{\sin\theta}{\theta}$ التي نهايتها 1

الحل:

١. شرط الاتصال:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{x} = k-1$$

٢. بإعادة الصياغة:

$$2\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{2x} = 2(1) = 2$$

٣. إذن:

$$2 = k-1 \;\Rightarrow\; k = 3$$

س849 **تطبيقات الاشتقاق في الحركة** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $f(x)$ دالة المسافة فإن $f''(x)$ تمثل دالة

الخيارات:

أ) السرعة

ب) التسارع
ج) الزمن
د) القوة
الإجابة: (ب) التسارع
التلميح: كل اشتقاق ينقلك درجة أعلى: مسافة ← سرعة ← تسارع.
الحل:
١. المشتقة الأولى لدالة المسافة تمثل السرعة
٢. والمشتقة الثانية تمثل التسارع

س850 **التكامل المحدد** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $\int_0^3 ax\,dx = 9$ فإن a تساوي
الخيارات:
أ) 1
ب) 2
ج) 3
د) 4
الإجابة: (ب) 2
التلميح: أخرج الثابت a خارج التكامل ثم كامل x وعوّض بالحدود.
الحل:
١. بالتكامل:

$$a\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^3 = 9$$

٢. بالتعويض:

$$a\left(\frac{9}{2} - 0\right) = 9 \;\Rightarrow\; 4.5a = 9$$

٣. إذن:

$$a = 2$$

س851 **النهايات والتعويض المباشر** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: قيمة a في النهاية $\lim_{x\to 2}\sqrt{1+\sqrt{2x+a}} = 2$
الخيارات:
أ) -1
ب) 2
ج) 4
د) 5
الإجابة: (د) 5
التلميح: عوّض $x = 2$ ثم ربّع الطرفين مرتين للتخلص من الجذرين تباعاً.
الحل:
١. بالتعويض المباشر:

$$\sqrt{1+\sqrt{4+a}} = 2$$

٢. بتربيع الطرفين:

$$1+\sqrt{4+a} = 4 \;\Rightarrow\; \sqrt{4+a} = 3$$

٣. بتربيع الطرفين مرة أخرى:

$$4 + a = 9 \;\Rightarrow\; a = 5$$

س852 المتطابقات المثلثية والاشتقاق — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مشتقة المقدار $\dfrac{\sin x}{\tan x}$

الخيارات:

أ) $\cos x$

ب) $-\sin x$

ج) $\sec^2 x$

د) $-\tan x$

الإجابة: (ب) $-\sin x$

التلميح: بسّط المقدار أولاً بالمتطابقات قبل الاشتقاق؛ ستحصل على دالة بسيطة جداً.

الحل:

١. نبسّط بالمتطابقة $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$:

$$\frac{\sin x}{\frac{\sin x}{\cos x}} = \sin x \times \frac{\cos x}{\sin x} = \cos x$$

٢. بالاشتقاق:

$$(\cos x)' = -\sin x$$

س853 المتتابعات الهندسية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: ما هو الحد 101 في المتتابعة $5, 10, 20, \ldots$؟

الخيارات:

أ) $5 \cdot 2^{100}$

ب) $5 \cdot 2^{101}$

ج) $5 + 2^{100}$

د) $5 + 2^{101}$

الإجابة: (أ) $5 \cdot 2^{100}$

التلميح: النسبة بين الحدود ثابتة، والأس في الحد النوني هو $n - 1$

الحل:

١. المتتابعة هندسية أساسها:

$$r = \frac{10}{5} = 2$$

٢. بقانون الحد النوني:

$$a_n = a_1 r^{n-1} \;\Rightarrow\; a_{101} = 5 \cdot 2^{100}$$

س854 طرق التكامل — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أفضل طريقة لتكامل $\displaystyle\int x^3 e^{2x}\,dx$

الخيارات:

أ) التجزيء

ب) الكسور الجزئية

ج) التعويض بدالة مثلثية

د) التعويض بدالة غير مثلثية

الإجابة: (أ) التجزيء

التلميح: المُكامَل حاصل ضرب دالة كثيرة حدود في دالة أسية، وهذا هو الموقف النموذجي لإحدى الطرق.

الحل:

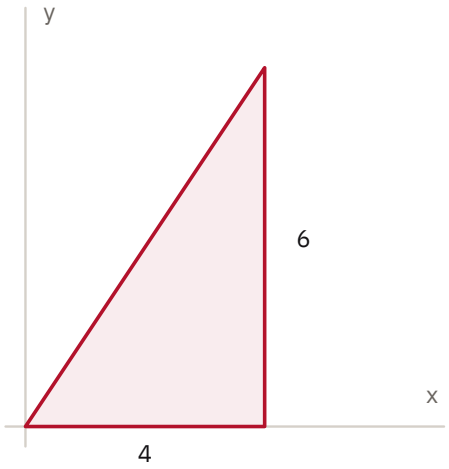
١. المُكامَل حاصل ضرب كثيرة حدود في دالة أسية

٢. وهذه الحالة تُحلّ بالتكامل بالتجزيء:

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

س855 **التكامل والمساحة** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان المثلث ارتفاعه 6 وقاعدته 4 فأي تكامل يمثل مساحته؟



الخيارات:

أ) $\int_0^6 3x\,dx$

ب) $\int_0^6 2x\,dx$

ج) $\int_0^4 \frac{3}{2}x\,dx$

د) $\int_0^4 \frac{2}{3}x\,dx$

الإجابة: ج) $\int_0^4 \frac{3}{2}x\,dx$

التلميح: حدود التكامل تمثل القاعدة، وميل المستقيم هو $\frac{\text{الارتفاع}}{\text{القاعدة}}$

الحل:

١. مساحة المثلث:

$$\frac{4 \times 6}{2} = 12$$

٢. التكامل يمثل المساحة تحت المنحنى بين $x = 0$ و $x = 4$

٣. بالتحقق:

$$\int_0^4 \frac{3}{2}x\,dx = \frac{3}{2}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^4 = \frac{3 \times 16}{4} = 12$$

س856 الدوال الزوجية والفردية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت الدالة زوجية فإن مشتقتها

الخيارات:

أ) فردية

ب) زوجية

ج) لا زوجية ولا فردية

د) زوجية وفردية

الإجابة: (أ) فردية

التلميح: جرّب مثالاً: $f(x)=x^2$ زوجية، فما نوع مشتقتها $2x$؟

الحل:

١. لو كانت f زوجية فإن $f(-x)=f(x)$

٢. باشتقاق الطرفين بقاعدة السلسلة:

$$-f'(-x)=f'(x) \;\Rightarrow\; f'(-x)=-f'(x)$$

٣. وهذا هو تعريف الدالة الفردية

س857 المتتابعات الهندسية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: متتابعة هندسية حدها الأول 27 وحدها السادس $\frac{1}{9}$، فما هو حدها الرابع؟

الخيارات:

أ) -3

ب) -1

ج) 1

د) 3

الإجابة: (ج) 1

التلميح: الفرق بين رتبتي الحدين 5، نأخذ الجذر الخامس لنسبتهما.

الحل:

١. نوجد الأساس:

$$r=\sqrt[5]{\frac{\frac{1}{9}}{27}}=\sqrt[5]{\frac{1}{243}}=\frac{1}{3}$$

٢. بقانون الحد النوني:

$$a_4=27\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{27}{27}=1$$

س858 مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مجموع المتسلسلة $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}3\left(\frac{1}{2}\right)^n$ يساوي

الخيارات:

أ) $\frac{1}{3}$

ب) $\frac{1}{2}$

ج) $\frac{3}{2}$

د) 3

الإجابة: (د) 3

التلميح: ابدأ بحساب الحد الأول عند $n=1$ (وليس $n=0$)، ثم طبّق $S=\frac{a_1}{1-r}$

الحل:

١. الحد الأول عند $n = 1$:

$$a_1 = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}, \qquad r = \frac{1}{2}$$

٢. بقانون مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية:

$$S = \frac{a_1}{1 - r} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = 3$$

س859 **مجموع المتسلسلة الحسابية** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أوجد مجموع أول 100 عدد طبيعي

الخيارات:

أ) 4500
ب) 4750
ج) 4950
د) 5050

الإجابة: (د) 5050

التلميح: طبّق $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ مع $n = 100$

الحل:

١. بقانون مجموع المتسلسلة الحسابية:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

٢. بالتعويض:

$$S_{100} = \frac{100}{2}(1 + 100) = 50 \times 101 = 5050$$

س860 **مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مجموع $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

الخيارات:

أ) ∞
ب) 0
ج) 1
د) 2

الإجابة: (د) 2

التلميح: انتبه أن البداية من $n = 0$، فالحد الأول يساوي 1 لا $\frac{1}{2}$

الحل:

١. الحد الأول عند $n = 0$:

$$a = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1, \qquad r = \frac{1}{2}$$

٢. بقانون المجموع:

$$S = \frac{a}{1 - r} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

س861 نهايات الدوال الأسية – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\lim_{x\to 2} e^{x+2}$

الخيارات:

أ) 0

ب) e^4

ج) 1

د) e^2

الإجابة: (ب) e^4

التلميح: الدالة الأسية متصلة، فالتعويض المباشر كافٍ.

الحل:

١. بالتعويض المباشر:

$$\lim_{x\to 2} e^{x+2} = e^{2+2} = e^4$$

س862 النهايات عند ما لا نهاية – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\lim_{x\to\infty} \dfrac{3x^4 - 5x^2 + 2}{7x^5 + 6x^3 - 3x + 1}$

الخيارات:

أ) ∞

ب) $\dfrac{3}{7}$

ج) 0

د) $\dfrac{5}{6}$

الإجابة: (ج) 0

التلميح: قارن الدرجتين فقط ولا تنشغل ببقية الحدود.

الحل:

١. درجة البسط 4 ودرجة المقام 5

٢. وبما أن درجة البسط أقل، فالنهاية تساوي:

$$0$$

س863 النهايات بالتعويض المباشر – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\lim_{x\to 2} \left(3x^3 + 5x^2 - 7\right)$

الخيارات:

أ) 37

ب) 9

ج) 149

د) 45

الإجابة: (أ) 37

التلميح: كثيرة الحدود متصلة في كل مكان، فالتعويض المباشر هو الحل.

الحل:

١. بالتعويض المباشر:

$$3(2)^3 + 5(2)^2 - 7 = 24 + 20 - 7$$

٢. إذن:

$$= 37$$

س864 **النهايات والصيغ غير المحددة** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\lim_{x\to 3}\dfrac{x^2-9}{x-3}$

الخيارات:

أ) 6

ب) -6

ج) 0

د) 3

الإجابة: (أ) 6

التلميح: التعويض يعطي $\frac{0}{0}$؛ حلّل البسط كفرق بين مربعين أو استخدم لوبيتال.

الحل:

١. بالتحليل والاختصار:

$$\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+3)}{x-3}=\lim_{x\to 3}(x+3)=6$$

٢. وبقاعدة لوبيتال نحصل على النتيجة نفسها:

$$\lim_{x\to 3}\frac{2x}{1}=6$$

س865 **النهايات المثلثية** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\lim_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^2 x}{x^2}=\cdots$

الخيارات:

أ) -1

ب) 0

ج) 1

د) 2

الإجابة: (ج) 1

التلميح: استخدم متطابقة فيثاغورس لتحويل البسط إلى $\sin^2 x$، فتظهر النهاية الشهيرة.

الحل:

١. من متطابقة فيثاغورس:

$$1-\cos^2 x=\sin^2 x$$

٢. إذن:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$$

٣. وبما أن النهاية الشهيرة تساوي 1:

$$=(1)^2=1$$

س866 **قاعدة اشتقاق الضرب** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $f(-3)=2$ و $g(-3)=3$ و $f'(-3)=1$ و $g'(-3)=5$، فإن $(fg)'(-3)$ تساوي

الخيارات:

أ) 13

ب) 14

ج) 15

د) 16

الإجابة: (أ) 13

التلميح: طبّق $(fg)' = f'g + fg'$ ثم عوّض بالقيم عند النقطة نفسها.
الحل:
١. بقاعدة مشتقة الضرب:

$$(fg)' = f'g + fg'$$

٢. بالتعويض عند $x = -3$:

$$(fg)'(-3) = (1)(3) + (2)(5)$$

٣. إذن:

$$= 3 + 10 = 13$$

س867 **تقارب المتتابعات المتناوبة** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\left\{\frac{(-1)^n}{n}\right\}_{n=1}^{\infty}$ هي متتابعة
الخيارات:
أ) متباعدة
ب) متقاربة ونهايتها 0
ج) متقاربة ونهايتها 1
د) متذبذبة (متناوبة) وليس لها نهاية
الإجابة: (ب) متقاربة ونهايتها 0
التلميح: البسط محصور بين -1 و 1، والمقام يكبر بلا حدود، فماذا يحدث للكسر؟
الحل:
١. حدود المتتابعة:

$$-1,\ \frac{1}{2},\ \frac{-1}{3},\ \frac{1}{4}, \dots$$

٢. البسط محصور والمقام يزيد بلا حدود، إذن:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0$$

٣. فالمتتابعة متقاربة ونهايتها صفر رغم تناوب الإشارة

س868 **تكامل دالة القيمة المطلقة** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\displaystyle\int_1^2 |x-1|\,dx = \cdots$
الخيارات:
أ) 0
ب) $\frac{1}{2}$
ج) 1
د) $\frac{3}{2}$
الإجابة: (ب) $\frac{1}{2}$
التلميح: فترة التكامل كلها ضمن $x \geq 1$، فالقيمة المطلقة تُحذف مباشرة.
الحل:
١. نعيد تعريف القيمة المطلقة:

$$|x-1| = \begin{cases} x-1, & x \geq 1 \\ -(x-1), & x < 1 \end{cases}$$

٢. وفترة التكامل $[1,2]$ تقع كلها في الحالة الأولى:

$$\int_1^2 (x-1)dx = \left[\frac{x^2}{2} - x\right]_1^2$$

٣. بالتعويض:

$$= (2-2) - \left(\frac{1}{2} - 1\right) = \frac{1}{2}$$

س869 **التكامل المعتل والدوال الفردية** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: قيمة التكامل $\int_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2}dx$ تساوي

الخيارات:

أ) ∞

ب) 1

ج) $\frac{1}{2}$

د) 0

الإجابة: (د) 0

التلميح: المُكامَل دالة فردية والفترة متماثلة حول الصفر – هذا يختصر الحل تماماً.

الحل:

١. الدالة xe^{-x^2} فردية لأن:

$$f(-x) = -xe^{-x^2} = -f(x)$$

٢. وتكامل الدالة الفردية على فترة متماثلة يساوي صفراً:

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$$

٣. إذن التكامل يساوي 0

س870 **قراءة التمثيلات البيانية للمشتقات** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت الدالة f متصلة ومتناقصة في الفترة $[1,\infty)$، وكان $f'(1) = 0$، فأي الأشكال التالية يمكن أن يمثل $f(x)$؟

الخيارات:

أ) منحنى متناقص لكن له نقطة حادة (غير قابل للاشتقاق) عند $x = 1$

ب) منحنى متناقص وله مماس أفقي عند $x = 1$

ج) منحنى متزايد في الفترة

د) منحنى متزايد ثم متناقص خارج الفترة

الإجابة: (ب) منحنى متناقص وله مماس أفقي عند $x = 1$

التلميح: الشرطان معاً: التناقص في الفترة، و$f'(1) = 0$ يعني وجود مماس أفقي عند البداية.

الحل:

١. الخياران (ج) و(د) لا يحقّقان شرط التناقص في الفترة المعطاة فيُستبعدان

٢. الخيار (أ) يحقّق التناقص لكن الدالة غير قابلة للاشتقاق عند $x = 1$ فلا يتحقّق $f'(1) = 0$

٣. إذن الخيار (ب) هو الصحيح

س871 المتتابعات الحسابية والمتباينات – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: في المتتابعة الحسابية $4, 11, 18, \ldots$ ما أول حد مكوّن من 3 خانات؟

الخيارات:

أ) 100

ب) 101

ج) 102

د) 103

الإجابة: (ج) 102

التلميح: اشترط أن يكون الحد أكبر من 99 وحلّ المتباينة، ثم قرّب n إلى أقرب عدد صحيح أكبر.

الحل:

١. الحد الأول $a_1 = 4$ والأساس $d = 7$

٢. نشترط:

$$4 + (n-1)7 > 99 \;\Rightarrow\; 7n - 3 > 99 \;\Rightarrow\; n > \frac{102}{7} \approx 14.6$$

٣. إذن أول حد ثلاثي هو الحد الخامس عشر:

$$a_{15} = 4 + 14 \times 7 = 102$$

س872 تمييز أنواع المتتابعات – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: راتب موظف علاوته السنوية 300 ريال يمثل

الخيارات:

أ) متتابعة متقاربة

ب) متتابعة هندسية

ج) متتابعة حسابية

د) متتابعة متذبذبة

الإجابة: (ج) متتابعة حسابية

التلميح: الزيادة مبلغ ثابت يُضاف لا نسبة تُضرب.

الحل:

١. العلاوة مبلغ ثابت يُضاف سنوياً

٢. والمتتابعة الحسابية هي التي يكون الفرق بين أي حدّين متتاليين فيها ثابتاً

س873 خصائص الدوال التكعيبية – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: اعتبر الدالة $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ حيث $a > 0$، أي العبارات الآتية قد لا تكون صحيحة؟

الخيارات:

أ) يوجد x_0 بحيث $f(x_0) < 0$

ب) يوجد x_0 بحيث $f(x_0) > 0$

ج) يوجد x_0 بحيث $f'(x_0) < 0$

د) يوجد x_0 بحيث $f'(x_0) > 0$

الإجابة: (ج) يوجد x_0 بحيث $f'(x_0) < 0$

التلميح: المشتقة دالة تربيعية معاملها الرئيس موجب، وقد تكون موجبة دائماً إذا كان مميّزها سالباً.

الحل:

١. المشتقة:

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

وهي دالة تربيعية معاملها الرئيس موجب

٢. قد لا تأخذ هذه الدالة قيماً سالبة إطلاقاً (إذا كان مميّزها سالباً)

٣. إذن العبارة (ج) هي التي قد لا تكون صحيحة

س874 **التكامل بالتعويض** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\int (x^2+2x)^3(2x+2)\,dx = \cdots$

الخيارات:

أ) $6(x^2+2x)+c$

ب) $\dfrac{(x^2+2x)^4}{4}+c$

ج) $\dfrac{(x^2+2x)^4}{4}\cdot\dfrac{(2x+2)^2}{2}+c$

د) $\dfrac{(x^2+2x)^4}{4}(x^2+2x)+c$

الإجابة: (ب) $\dfrac{(x^2+2x)^4}{4}+c$

التلميح: لاحظ أن $(2x+2)$ هو بالضبط مشتقة (x^2+2x)، فالتكامل مباشر بقاعدة القوة.

الحل:

١. نفرض $u=x^2+2x$ فيكون $du=(2x+2)dx$

٢. يصبح التكامل:

$$\int u^3\,du = \frac{u^4}{4}+c$$

٣. بالإرجاع:

$$= \frac{(x^2+2x)^4}{4}+c$$

س875 **اشتقاق الجذور** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مشتقة الدالة $y=\sqrt[3]{x^7}$

الخيارات:

أ) $\dfrac{7}{3}\sqrt[3]{x^4}$

ب) $\dfrac{7}{3}\sqrt[4]{x^3}$

ج) $\dfrac{3}{4}\sqrt[7]{x^3}$

د) $\dfrac{7}{3}x^4$

الإجابة: (أ) $\dfrac{7}{3}\sqrt[3]{x^4}$

التلميح: حوّل الجذر إلى أس كسري (دليل الجذر في المقام)، ثم أعد الناتج إلى صورة جذر.

الحل:

١. نكتب الدالة بالأس الكسري:

$$y = x^{\frac{7}{3}}$$

٢. بقاعدة القوة:

$$y' = \frac{7}{3}x^{\frac{7}{3}-1} = \frac{7}{3}x^{\frac{4}{3}}$$

٣. بالإرجاع إلى صورة الجذر:

$$= \frac{7}{3}\sqrt[3]{x^4}$$

س876 **خواص التكامل المحدد** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\int_{2}^{2} 2(x^2+1)^3 x\,dx$ يساوي

الخيارات:

أ) 125

ب) 156.2

ج) 0

د) 1625

الإجابة: (ج) 0

التلميح: انظر إلى حدّي التكامل قبل أي حساب.

الحل:

١. عند تساوي حدَّي التكامل يكون الناتج صفراً:

$$\int_{a}^{a} f(x)dx = 0$$

٢. إذن التكامل يساوي 0 دون الحاجة لأي حساب

س877 **الاشتقاق الجزئي** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أوجد $\frac{dz}{dy}$ إذا كانت $z = xy + x^2y + y^2x$

الخيارات:

أ) $1 + 2xy + x^2$

ب) $x + x^2 + 2xy$

ج) $1 + x^2 + 2y$

د) $y + 2xy + y^2$

الإجابة: (ب) $x + x^2 + 2xy$

التلميح: الاشتقاق بالنسبة لـ y يعني معاملة x كثابت.

الحل:

١. نشتق كل حد بالنسبة لـ y معتبرين x ثابتاً:

$$\frac{d}{dy}(xy) = x, \qquad \frac{d}{dy}(x^2y) = x^2, \qquad \frac{d}{dy}(y^2x) = 2xy$$

٢. بالجمع:

$$\frac{dz}{dy} = x + x^2 + 2xy$$

س878 **نقاط الانقلاب** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: نقاط الانقلاب للدالة $f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$ هي

الخيارات:

أ) $(4, 16)$

ب) $(3, 18)$

ج) $(7, 2)$

د) $(10, 5)$

الإجابة: (أ) $(4, 16)$

التلميح: نقطة الانقلاب تُحسب من المشتقة الثانية، ثم عوّض في الدالة الأصلية لإيجاد الإحداثي الصادي.

الحل:

١. المشتقة الأولى:

$$f'(x) = 3x^2 - 24x + 36$$

٢. المشتقة الثانية:

$$f''(x) = 6x - 24 = 0 \;\Rightarrow\; x = 4$$

٣. بالتعويض في الدالة الأصلية:

$$f(4) = 64 - 192 + 144 = 16$$

٤. إذن نقطة الانقلاب:

$$(4, 16)$$

س879 **اشتقاق حاصل الضرب** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أوجد $\frac{dy}{dx}$ إذا كانت $y = (x^3 + 1)(2x^3 - 2)$

الخيارات:

أ) $6x^2$

ب) $10x^4 + 6x^2$

ج) $2x$

د) $12x^5$

الإجابة: (د) $12x^5$

التلميح: الضرب فرق بين مربعين مضروب في 2؛ بسّطه أولاً فالاشتقاق يصبح فورياً.

الحل:

١. نضرب الدالتين:

$$y = 2x^6 - 2x^3 + 2x^3 - 2 = 2x^6 - 2$$

٢. بالاشتقاق:

$$\frac{dy}{dx} = 12x^5$$

س880 **مشتقة الثابت** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: مشتقة المقدار $y = e^2$ تساوي

الخيارات:

أ) $2e^2$

ب) 0

ج) e^2

د) e^3

الإجابة: (ب) 0

التلميح: لا يوجد متغير في المقدار، e^2 عدد ثابت مثل 7.39

الحل:

١. المقدار e^2 عدد ثابت لا يحتوي على متغير

٢. ومشتقة أي عدد ثابت تساوي صفراً

س881 **النهايات بالتعويض المباشر** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{1} = \cdots$

الخيارات:

أ) 1

ب) -1

ج) 0
د) 2

الإجابة: (ج) 0

التلميح: المقام ثابت يساوي 1، فلا صيغة غير محددة هنا، عوّض مباشرة.

الحل:

٠١ بالتعويض المباشر:

$$\frac{e^0-1}{1}=\frac{1-1}{1}$$

٠٢ إذن:

$$=0$$

س882 **النهايات والتحليل** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\lim_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x-1}=\cdots$

الخيارات:

أ) 0
ب) 1
ج) 2
د) 3

الإجابة: (د) 3

التلميح: حلّل البسط إلى قوسين أحدهما $(x-1)$ ليختصر مع المقام.

الحل:

٠١ بالتحليل:

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x+2)(x-1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}(x+2)=3$$

٠٢ وبقاعدة لوبيتال:

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x+1}{1}=3$$

س883 **نهايات دوال القيمة المطلقة** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\lim_{x\to 2}\dfrac{|x-2|}{x-2}=\cdots$

الخيارات:

أ) 0
ب) 1
ج) 2
د) غير موجودة

الإجابة: (د) غير موجودة

التلميح: أوجد النهاية من الجهتين، القيمة المطلقة تتصرّف بشكل مختلف حول صفر المقياس.

الحل:

٠١ نعيد تعريف القيمة المطلقة عند $x=2$:

$$|x-2|=\begin{cases}x-2, & x\geq 2\\ -(x-2), & x<2\end{cases}$$

٠٢ النهاية من اليمين:

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x-2}{x-2}=1$$

٣. والنهاية من اليسار:

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1$$

٤. لم تتساوَ النهايتان، إذن النهاية غير موجودة

س884 **التكامل غير المحدد** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\int (x-1)^2\,dx = \cdots$

الخيارات:

أ) $\dfrac{1}{x-2} + c$

ب) $2(x-2)^3 + c$

ج) $\dfrac{(x-1)^3}{3} + c$

د) $x^2 - x + c$

الإجابة: ج) $\dfrac{(x-1)^3}{3} + c$

التلميح: مشتقة ما بداخل القوس تساوي 1، فالتكامل مباشر بقاعدة القوة.

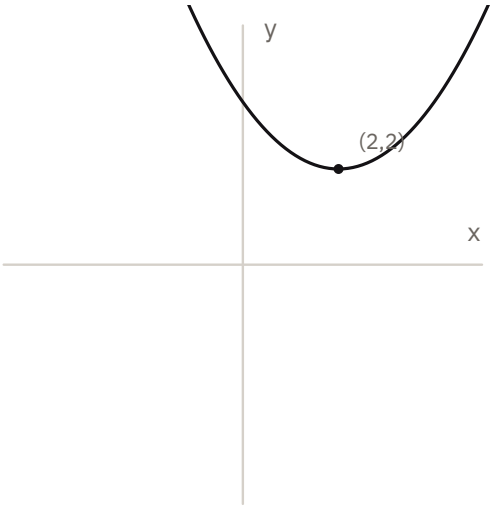
الحل:

١. بقاعدة تكامل القوة:

$$\int (x-1)^2 dx = \frac{(x-1)^3}{3} + c$$

س885 **تحويلات الدوال والاشتقاق** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان الرسم التالي للدالة $f(x)$ (قطع مكافئ رأسه $(2,2)$)، فإن مشتقتها تساوي



الخيارات:

أ) $2x + 4$

ب) $2x - 4$

ج) $2(x+4)$

د) $2(x-4)$

الإجابة: ب) $2x - 4$

التلميح: اكتب معادلة القطع من رأسه أولاً، ثم اشتقّها؛ الثابت يختفي بالاشتقاق.

الحل:

١. الدالة قطع مكافئ رأسه $(2,2)$:

$$f(x) = (x-2)^2 + 2$$

٢. بالاشتقاق:

$$f'(x) = 2(x-2) + 0 = 2x - 4$$

س886 **تمييز أنواع المتتابعات** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: قطع شخص مسافة من A إلى B، ثم قطع نصف ما قطع، ثم قطع النصف الآخر، ما نوع المتتابعة؟

الخيارات:

أ) تايلور

ب) هندسية

ج) حسابية

د) متذبذبة

الإجابة: (ب) هندسية

التلميح: كل حد يساوي نصف السابق، أي أن النسبة ثابتة لا الفرق.

الحل:

١. كل مسافة نصف المسافة السابقة، فالنسبة بين كل حدّين متتاليين ثابتة وتساوي $\frac{1}{2}$

٢. والمتتابعة التي تكون فيها النسبة ثابتة هي المتتابعة الهندسية

س887 **تطبيقات التكامل في الحركة** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا قُذف جسم لأعلى، يتم حساب أعلى نقطة يصل لها المقذوف باستخدام

الخيارات:

أ) التفاضل

ب) التكامل

ج) الدالة الأسية

د) الدالة اللوغاريتمية

الإجابة: (ب) التكامل

التلميح: "أعلى نقطة" تعني مسافة، والمسافة تُستخرج من السرعة بالتكامل لا بالاشتقاق.

الحل:

١. المسافة تُحسب بالتكامل، والسرعة تُحسب بالتفاضل

٢. وأعلى نقطة يصل لها المقذوف تمثّل مسافة، إذن نستخدم التكامل

س888 **الاشتقاق الضمني** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $x^2 + y^2 = 20$ فإن $\frac{dy}{dx}$ عند النقطة $(2,4)$ تساوي

الخيارات:

أ) $\frac{-5}{2}$

ب) $\frac{-1}{2}$

ج) $\frac{3}{2}$

د) $\frac{5}{2}$

الإجابة: (ب) $\frac{-1}{2}$

التلميح: اشتق ضمنياً فيكون $\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$، ثم عوّض بالنقطة.

الحل:

١. بالاشتقاق الضمني:

$$2x + 2y\frac{dy}{dx} = 0$$

٢. بالتعويض بالنقطة $(2, 4)$:

$$4 + 8\frac{dy}{dx} = 0$$

٣. إذن:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-4}{8} = \frac{-1}{2}$$

س889 تعريف المشتقة بالنهاية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: قيمة النهاية $\lim_{h\to 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h}$ تساوي

الخيارات:

أ) $\sin x$

ب) $-\sin x$

ج) $\sin(x+h)$

د) $\cos x$

الإجابة: (د) $\cos x$

التلميح: الصيغة هي تعريف المشتقة نفسه، فما مشتقة $\sin x$؟

الحل:

١. من التعريف الأساسي للمشتقة:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

٢. هنا $f(x) = \sin x$، ومشتقتها:

$$\cos x$$

س890 المشتقات العليا للدوال الأسية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $y = e^{2x+1}$ فإن $\frac{d^{100}y}{dx^{100}}$ عند $x = 0$ تساوي

الخيارات:

أ) $200e$

ب) $2^{100}e$

ج) $100^2 e$

د) 0

الإجابة: (ب) $2^{100}e$

التلميح: كل اشتقاق يضرب المقدار في 2، فبعد 100 اشتقاق يتضاعف 2^{100} مرة.

الحل:

١. بالاشتقاق المتكرر:

$$y' = 2e^{2x+1}, \qquad y'' = 2^2 e^{2x+1}, \qquad y''' = 2^3 e^{2x+1}$$

٢. بالنمط نجد:

$$\frac{d^{100}y}{dx^{100}} = 2^{100}e^{2x+1}$$

٣. بالتعويض $x = 0$:

$$= 2^{100}e$$

س891 مشتقة الدالة العكسية – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: لتكن f دالة أحادية بحيث f, f^{-1} قابلتان للاشتقاق، وكان $f'(-1) = 7$، $f'(2) = 11$، $f(2) = -1$، $f(-1) = 3$. فما قيمة $\left(f^{-1}\right)'(-1)$؟

الخيارات:

أ) $\frac{1}{11}$

ب) $\frac{1}{7}$

ج) $\frac{1}{3}$

د) $\frac{1}{2}$

الإجابة: (أ) $\frac{1}{11}$

التلميح: ابحث عن العدد a الذي يحقّق $f(a) = -1$ ثم استخدم $\left(f^{-1}\right)'(f(a)) = \frac{1}{f'(a)}$

الحل:

١. نطبق قانون مشتقة الدالة العكسية:

$$\left(f^{-1}\right)'(f(a)) = \frac{1}{f'(a)}$$

٢. وبما أن $f(2) = -1$ فإن $a = 2$:

$$\left(f^{-1}\right)'(-1) = \frac{1}{f'(2)}$$

٣. إذن:

$$= \frac{1}{11}$$

س892 نظرية القيمة المتوسطة – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: ما قيمة c التي تحقّق نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = x^2 + 1$ على الفترة $[0, 1]$؟

الخيارات:

أ) -1

ب) $\frac{-1}{2}$

ج) $\frac{1}{2}$

د) 1

الإجابة: (ج) $\frac{1}{2}$

التلميح: القيمة c يجب أن تقع داخل الفترة المفتوحة $(0, 1)$، وهذا وحده يستبعد ثلاثة خيارات.

الحل:

١. نطبق نظرية القيمة المتوسطة:

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

٢. بالتعويض:

$$2c = \frac{2 - 1}{1 - 0} = 1$$

٣. إذن:

$$c = \frac{1}{2} \in (0,1)$$

س893 **التكامل المثلثي** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x}\,dx = \cdots$

الخيارات:

أ) $\frac{3\sin^2 x}{\cos^3 x} + c$

ب) $\ln|\sin x| + c$

ج) $\frac{1}{\cos^3 x} + c$

د) $\frac{1}{\cos x} + c$

الإجابة: (د) $\frac{1}{\cos x} + c$

التلميح: فكّك المقدار إلى $\tan x \sec x$ الذي تكامله معروف مباشرة.

الحل:

١. نفكّك المقدار:

$$\frac{\sin x}{\cos^2 x} = \frac{\sin x}{\cos x} \times \frac{1}{\cos x} = \tan x \sec x$$

٢. وتكامله:

$$\int \tan x \sec x\,dx = \sec x + c$$

٣. أي:

$$= \frac{1}{\cos x} + c$$

س894 **دالة الكثافة الاحتمالية** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان x متغيراً عشوائياً متصلاً دالة كثافته الاحتمالية $f(x) = c(1-x)$ حيث $0 \le x \le 1$ والدالة تساوي صفراً خارج هذه الفترة، فما مقدار الثابت c؟

الخيارات:

أ) 8

ب) 6

ج) 4

د) 2

الإجابة: (د) 2

التلميح: الشرط الأساسي لدالة الكثافة أن تكون المساحة الكلية تحت المنحنى تساوي 1

الحل:

١. نطبق شرط دالة الكثافة:

$$\int_0^1 c(1-x)dx = 1$$

٢. بالتكامل:

$$c\left[x - \frac{x^2}{2}\right]_0^1 = 1 \;\Rightarrow\; c\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 1$$

٣. إذن:

$$\frac{c}{2} = 1 \;\Rightarrow\; c = 2$$

س895 **التكامل الثنائي** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\int_0^1 \int_0^1 xy\,dx\,dy = \cdots$

الخيارات:

أ) 2

ب) 1

ج) $\frac{1}{2}$

د) $\frac{1}{4}$

الإجابة: (د) $\frac{1}{4}$

التلميح: ابدأ بالتكامل الداخلي معتبراً y ثابتاً، ثم كامل الناتج بالنسبة لـ y

الحل:

١. التكامل الداخلي بالنسبة لـ x:

$$\int_0^1 xy\,dx = y\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 = \frac{y}{2}$$

٢. ثم التكامل الخارجي بالنسبة لـ y:

$$\int_0^1 \frac{y}{2}dy = \frac{1}{2}\left[\frac{y^2}{2}\right]_0^1$$

٣. إذن:

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

س896 **نهايات دوال القيمة المطلقة** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: قيمة النهاية $\lim_{x\to 0} \frac{|x|}{x}$

الخيارات:

أ) -1

ب) 0

ج) 1

د) غير موجودة

الإجابة: (د) غير موجودة

التلميح: الدالة تساوي 1 يميناً و -1 يساراً، فماذا يعني ذلك عن النهاية؟

الحل:

١. نعيد تعريف الدالة:

$$\frac{|x|}{x} = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

٢. النهاية من اليمين تساوي 1، ومن اليسار تساوي -1

٣. لم تتساوَ النهايتان، إذن النهاية غير موجودة

س897 نهايات الدوال اللوغاريتمية – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: قيمة النهاية $\lim_{n\to\infty}\{\ln(n+1)-\ln(n)\}$

الخيارات:

أ) $\ln 2$

ب) 0

ج) 1

د) 2

الإجابة: (ب) 0

التلميح: حوّل الطرح إلى قسمة داخل اللوغاريتم، ثم لاحظ أن درجة البسط تساوي درجة المقام.

الحل:

١. بخاصية اللوغاريتم:

$$\ln(n+1)-\ln(n)=\ln\frac{n+1}{n}$$

٢. وبما أن درجة البسط تساوي درجة المقام:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{n}=1$$

٣. إذن:

$$\ln(1)=0$$

س898 النهايات والضرب في المرافق – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: قيمة النهاية $\lim_{x\to\infty}\left\{\sqrt{x^2+1}-x\right\}$

الخيارات:

أ) ∞

ب) 0

ج) 1

د) $\sqrt{2}$

الإجابة: (ب) 0

التلميح: الصيغة $\infty-\infty$ غير محددة؛ اضرب في المرافق بسطاً ومقاماً.

الحل:

١. نضرب في المرافق:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)\times\frac{\sqrt{x^2+1}+x}{\sqrt{x^2+1}+x}$$

٢. بالتبسيط:

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}=\lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$$

٣. والمقام يكبر بلا حدود:

$$=0$$

س899 النهايات والتحليل – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: قيمة النهاية $\lim_{x\to1}\dfrac{x^4-1}{x^2-1}$ تساوي

الخيارات:

أ) 0

ب) $\frac{1}{2}$
ج) 1
د) 2

الإجابة: (د) 2
التلميح: البسط فرق بين مربعين بمربع x^2، فسيظهر عامل (x^2-1) ليختصر.
الحل:
١. بتحليل البسط:

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x^2-1)(x^2+1)}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}(x^2+1)$$

٢. بالتعويض:

$$=1+1=2$$

س900 **النهايات والتحليل** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: قيمة النهاية $\lim_{x\to 0}\frac{(4+x)^2-16}{x}$ تساوي
الخيارات:
أ) -8
ب) 0
ج) 8
د) ∞

الإجابة: (ج) 8
التلميح: البسط فرق بين مربعين: $(4+x)^2-4^2$؛ حلّله واختصر مع المقام.
الحل:
١. بتحليل البسط كفرق بين مربعين:

$$(4+x-4)(4+x+4)=x(x+8)$$

٢. بالاختصار مع المقام:

$$\lim_{x\to 0}(x+8)$$

٣. بالتعويض:

$$=8$$

س901 **التكامل المحدد وإيجاد ثابت** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $\int_0^1 \left(kx^2+\sqrt{x}\right)dx=1$ فما قيمة k؟
الخيارات:
أ) 1
ب) -1
ج) -2
د) 0

الإجابة: (أ) 1
التلميح: اكتب $\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$ قبل التكامل، فيكون تكامله $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$
الحل:
١. بالتكامل:

$$\left[\frac{kx^3}{3}+\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right]_0^1=1$$

٢. بالتعويض:

$$\frac{k}{3}+\frac{2}{3}=1 \Rightarrow \frac{k+2}{3}=1$$

٣. إذن:

$$k+2=3 \Rightarrow k=1$$

س902 النهايات عند ما لا نهاية – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\lim_{x\to\infty}\frac{x^4+3}{x^3-2}=\cdots$

الخيارات:

أ) 0

ب) 1

ج) ∞

د) $-\infty$

الإجابة: (ج) ∞

التلميح: درجة البسط أكبر، والمعامل الرئيس موجب.

الحل:

١. درجة البسط 4 ودرجة المقام 3

٢. وبما أن درجة البسط أكبر والمعامل الرئيس موجب، فالنهاية تساوي:

$$\infty$$

س903 النهايات بالتعويض المباشر – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: قيمة النهاية $\lim_{x\to0}\frac{|x-2|}{2-x}$

الخيارات:

أ) 1

ب) 0

ج) 2

د) غير موجودة

الإجابة: (أ) 1

التلميح: النقطة $x=0$ ليست صفر المقياس، فالتعويض المباشر آمن هنا.

الحل:

١. بالتعويض المباشر:

$$\frac{|0-2|}{2-0}=\frac{|-2|}{2}$$

٢. إذن:

$$=\frac{2}{2}=1$$

س904 المتسلسلة الهندسية اللانهائية – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: المتسلسلة $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2^n}$ هي متسلسلة

الخيارات:

أ) متقاربة ومجموعها $\frac{1}{2}$

ب) متقاربة ومجموعها 2

ج) متقاربة ومجموعها 1
د) متباعدة
الإجابة: (ب) متقاربة ومجموعها 2
التلميح: الحد الأول عند $n = 0$ يساوي 1، والأساس $\frac{1}{2}$ أقل من الواحد فالمتسلسلة متقاربة.
الحل:
١. حدود المتسلسلة:

$$1,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{8},\dots$$

والأساس $r = \frac{1}{2}$، وبما أن $|r| < 1$ فالمتسلسلة متقاربة
٢. بقانون المجموع:

$$S = \frac{a_1}{1-r} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

س905 **تقارب المتتابعات** — خاص بالمستوى الثاني
السؤال: أي المتتابعات الآتية متقاربة؟
الخيارات:
أ) $\left(\frac{n^2+1}{n}\right)$
ب) $\left(\frac{1}{n^n}\right)$
ج) $((-1)^n)$
د) $\left(\frac{2^n}{n}\right)$
الإجابة: (ب) $\left(\frac{1}{n^n}\right)$
التلميح: المتتابعة متقاربة إذا كانت نهايتها عدداً محدداً، احسب نهاية كل خيار عند $n \to \infty$
الحل:
١. في (أ) درجة البسط أكبر من المقام فنهايتها ∞، أي متباعدة
٢. وفي (ب):

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^n} = 0$$

أي متقاربة
٣. و(ج) متذبذبة بين 1 و -1، و(د) متباعدة لأن الأسّي ينمو أسرع من الخطي

س906 **تكامل الدوال الزوجية** — خاص بالمستوى الثاني (1444)
السؤال: إذا كانت $g(x)$ دالة متصلة وزوجية فإن $\int_{-1}^{-2} g(x)dx + \int_{1}^{2} g(x)dx$ يساوي
الخيارات:
أ) 0
ب) 1
ج) $\int_{-1}^{-2} 2g(x)dx$
د) $2\int_{-2}^{2} g(x)dx$
الإجابة: (أ) 0
التلميح: التكامل الثاني حدوده معكوسة (من -1 إلى -2)، وهذا يقلب إشارته، جرّب بأبسط دالة زوجية.

الحل:

١. نجرّب بأبسط دالة متصلة وزوجية $g(x) = x^2$:

$$\int_1^2 x^2 dx = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

٢. والتكامل الثاني:

$$\int_{-1}^{-2} x^2 dx = \frac{-8}{3} - \frac{-1}{3} = -\frac{7}{3}$$

٣. بالجمع:

$$\frac{7}{3} - \frac{7}{3} = 0$$

س907 **معادلة المماس** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = x^2 + 3$ عند النقطة $(1, 4)$

الخيارات:

أ) $y = 4x + 2$

ب) $y = 4x - 2$

ج) $y = 2x - 2$

د) $y = 2x + 2$

الإجابة: (د) $y = 2x + 2$

التلميح: الميل من المشتقة عند $x = 1$، ثم عوّض في صيغة النقطة والميل.

الحل:

١. بالاشتقاق:

$$y' = 2x \;\Rightarrow\; y'(1) = 2$$

٢. بصيغة النقطة والميل:

$$y - 4 = 2(x - 1) \;\Rightarrow\; y = 2x + 2$$

س908 **النهايات عند ما لا نهاية** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\lim_{x \to \infty} \sin\left(\frac{x+1}{x^2+1}\right)$

الخيارات:

أ) ∞

ب) 0

ج) 1

د) $-\infty$

الإجابة: (ب) 0

التلميح: أدخل النهاية على ما بداخل الجيب؛ درجة البسط أقل من درجة المقام.

الحل:

١. ندخل النهاية داخل الدالة المتصلة:

$$\sin\left(\lim_{x \to \infty} \frac{x+1}{x^2+1}\right) = \sin(0)$$

٢. إذن:

$$= 0$$

س909 شرط تقارب المتسلسلة الهندسية — خاص بالمستوى الثاني (1444)

السؤال: لكي تكون المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{k}{2}\right)^n$ متقاربة يجب أن تقع k في الفترة

الخيارات:

أ) $(0,4)$

ب) $(2,\infty)$

ج) $(-2,2)$

د) $(-\infty,-2)$

الإجابة: (ج) $(-2,2)$

التلميح: شرط التقارب أن تكون القيمة المطلقة للأساس أقل من الواحد، ثم اضرب أطراف المتباينة في 2

الحل:

١. شرط التقارب:

$$\left|\frac{k}{2}\right|<1 \;\Rightarrow\; -1<\frac{k}{2}<1$$

٢. بالضرب في 2:

$$-2<k<2$$

س910 التكامل المحدد وإيجاد ثابت — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $\int_0^c (2cx-x^2)\,dx=18$، فما قيمة c؟

الخيارات:

أ) 9

ب) 3

ج) -3

د) -9

الإجابة: (ب) 3

التلميح: الثابت c يظهر في المُكامَل وفي حدّ التكامل معاً، فستنتج معادلة من الدرجة الثالثة.

الحل:

١. بالتكامل:

$$\left[cx^2-\frac{x^3}{3}\right]_0^c=c^3-\frac{c^3}{3}$$

٢. بالتعويض:

$$\frac{2c^3}{3}=18 \;\Rightarrow\; 2c^3=54$$

٣. إذن:

$$c^3=27 \;\Rightarrow\; c=3$$

س911 النهايات عند ما لا نهاية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\lim_{x\to-\infty}\dfrac{x+8x^2}{2x^2+x}$

الخيارات:

أ) 4

ب) -4

ج) 0

د) ∞

الإجابة: (أ) 4
التلميح: الدرجتان متساويتان، فالنهاية نسبة المعاملين الرئيسين بغضّ النظر عن اتجاه ما لا نهاية.
الحل:
١. درجة البسط تساوي درجة المقام
٢. النهاية هي نسبة معامل أكبر أسّ في البسط إلى نظيره في المقام:

$$\frac{8}{2} = 4$$

س912 اشتقاق اللوغاريتم الطبيعي — خاص بالمستوى الثاني (1444)

السؤال: إذا كانت $y = \ln(3x) + x$ فإن $\dfrac{dy}{dx}$
الخيارات:
أ) $\dfrac{1}{x} + 1$
ب) $\dfrac{3}{x} + 1$
ج) $\dfrac{3}{x} + 3$
د) $\dfrac{1+3x}{x}$
الإجابة: (أ) $\dfrac{1}{x} + 1$
التلميح: مشتقة $\ln(u)$ هي $\dfrac{u'}{u}$؛ سيختصر المعامل 3
الحل:
١. بقاعدة اشتقاق اللوغاريتم:

$$\frac{d}{dx}\ln(3x) = \frac{3}{3x} = \frac{1}{x}$$

٢. بإضافة مشتقة x:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} + 1$$

٣. تنبيه: الخيار (د) يساوي $\dfrac{1+3x}{x} = \dfrac{1}{x} + 3$، فهو لا يطابق الناتج.

س913 الاتصال وقابلية الاشتقاق — خاص بالمستوى الثاني (1444)

السؤال: الدالة $f(x) = 2|x-1|$ عند النقطة $x = 1$
الخيارات:
أ) متصلة وقابلة للاشتقاق
ب) متصلة وغير قابلة للاشتقاق
ج) غير متصلة وقابلة للاشتقاق
د) غير متصلة وغير قابلة للاشتقاق
الإجابة: (ب) متصلة وغير قابلة للاشتقاق
التلميح: منحنى القيمة المطلقة له رأس حاد عند صفر المقياس، والرأس الحاد لا يقبل مماساً واحداً.
الحل:
١. الدالة معرّفة عند $x = 1$ ونهايتها من الجهتين تساوي 0، إذن هي متصلة
٢. لكن ميل المماس من اليمين يساوي 2 ومن اليسار يساوي -2
٣. اختلاف الميلين يعني أن الدالة غير قابلة للاشتقاق عند $x = 1$

س914 **الصيغ غير المحددة** – خاص بالمستوى الثاني (1444)

السؤال: إذا كانت $\lim_{x\to a} g(x)=0$ و $\lim_{x\to a} f(x)=0$، فإن $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}$

الخيارات:

أ) 0

ب) 1

ج) غير موجودة

د) معطيات السؤال غير كافية

الإجابة: (د) معطيات السؤال غير كافية

التلميح: الصيغة $\dfrac{0}{0}$ لا تحدّد النتيجة؛ قد تكون أي عدد أو لا توجد أصلاً.

الحل:

١. بالتعويض تنتج الصيغة غير المحددة:

$$\frac{0}{0}$$

٢. وهذه الصيغة قد تعطي أي قيمة حسب الدالتين نفسيهما

٣. إذن المعطيات غير كافية لتحديد النهاية

س915 **القيم القصوى المحلية** – خاص بالمستوى الثاني (1444)

السؤال: قيمة a التي تجعل للدالة $f(x)=2x^3+ax^2-72x+5$ قيمة صغرى محلية عند $x=a$

الخيارات:

أ) -3

ب) -2

ج) 2

د) 3

الإجابة: (د) 3

التلميح: ساوِ المشتقة الأولى بالصفر عند $x=a$، ثم استخدم خط الإشارة لتمييز الصغرى من العظمى.

الحل:

١. بالاشتقاق:

$$f'(x)=6x^2+2ax-72$$

٢. عند $x=a$ نساوي بالصفر:

$$6a^2+2a^2-72=0 \;\Rightarrow\; 8a^2=72 \;\Rightarrow\; a^2=9$$

٣. إذن $a=3$ أو $a=-3$

٤. وبدراسة خط الإشارة تكون القيمة الصغرى المحلية عند:

$$a=3$$

س916 **اشتقاق الضرب مع قاعدة السلسلة** – خاص بالمستوى الثاني (1444)

السؤال: إذا كانت $y=x\sin 2x$، فإن y' يساوي

الخيارات:

أ) $2\sin 2x$

ب) $4\cos 2x$

ج) $\sin 2x+2x\cos 2x$

د) $\sin 2x-2x\cos 2x$

الإجابة: (ج) $\sin 2x+2x\cos 2x$

التلميح: طبّق قاعدة الضرب، ولا تنسَ ضرب مشتقة $\sin 2x$ في 2

الحل:

٠١ بقاعدة مشتقة الضرب:

$$y' = x \cdot \cos 2x \cdot 2 + \sin 2x \cdot 1$$

٠٢ بالترتيب:

$$= 2x \cos 2x + \sin 2x$$

س917 خواص التكامل المحدد – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $\int_{-1}^{5} f(x)dx = 8$ ، $\int_{-3}^{2} f(x)dx = -1$ ، $\int_{-3}^{5} f(x)dx = 6$ ، أوجد $\int_{-1}^{2} f(x)dx$

الخيارات:

أ) 3

ب) 2

ج) 1

د) -1

الإجابة: (ج) 1

التلميح: جزّئ الفترة $[-3, 5]$ إلى ثلاث فترات متتالية، ثم استفد من المعطيات لحذف المجاهيل.

الحل:

٠١ بتجزئة الفترة:

$$\int_{-3}^{-1} + \int_{-1}^{2} + \int_{2}^{5} = 6$$

٠٢ ومن المعطى الثاني:

$$\int_{-3}^{-1} + \int_{-1}^{2} = -1 \Rightarrow \int_{2}^{5} = 7$$

٠٣ ومن المعطى الأول:

$$\int_{-1}^{2} + \int_{2}^{5} = 8 \Rightarrow \int_{-1}^{2} + 7 = 8$$

٠٤ إذن:

$$\int_{-1}^{2} f(x)dx = 1$$

س918 النهايات من جهة واحدة – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\lim\limits_{x \to \sqrt{3}^{+}} \dfrac{|x - \sqrt{3}|}{3 - x^2}$

الخيارات:

أ) 0

ب) $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$

ج) $\dfrac{-1}{2\sqrt{3}}$

د) ∞

الإجابة: (ج) $\dfrac{-1}{2\sqrt{3}}$

التلميح: الاقتراب من اليمين يعني $x > \sqrt{3}$ فتُحذف القيمة المطلقة كما هي، وحلّل المقام كفرق بين مربعين.

الحل:

٠١ من اليمين يكون $x > \sqrt{3}$ فتصبح القيمة المطلقة $x - \sqrt{3}$

٢. بتحليل المقام:

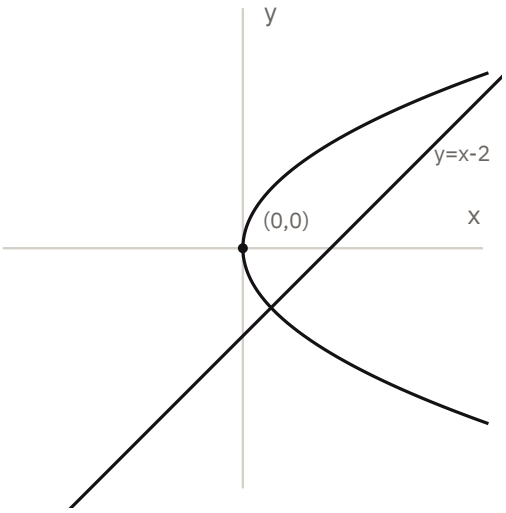
$$\frac{x-\sqrt{3}}{(\sqrt{3}-x)(\sqrt{3}+x)} = \frac{-1}{\sqrt{3}+x}$$

٣. بالتعويض:

$$= \frac{-1}{2\sqrt{3}}$$

س919 **المساحة المحصورة بين منحنيين** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: أي التكاملات التالية تمثل مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين $y = x - 2$ و $y^2 = x$؟



الخيارات:

أ) $\int_{-1}^{2} (y + 2 - y^2)\, dy$

ب) $\int_{-1}^{2} (y^2 - y - 2)\, dy$

ج) $\int_{1}^{4} (\sqrt{x} - x + 2)\, dx$

د) $\int_{1}^{4} (x - 2 - \sqrt{x})\, dx$

الإجابة: أ) $\int_{-1}^{2} (y + 2 - y^2)\, dy$

التلميح: التكامل بالنسبة لـ y أبسط هنا؛ حدوده $[-1, 2]$ ونطرح الدالة اليسرى من اليمنى.

الحل:

١. نوجد نقطتي التقاطع بالتكامل على y:

$$y + 2 = y^2 \;\Rightarrow\; y = -1 \text{ أو } y = 2$$

٢. عند التكامل على y نطرح الدالة اليسرى من اليمنى:

$$\int_{-1}^{2} (y + 2 - y^2)\, dy$$

س920 **اختبار المشتقة الثانية** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت الدالة $f(x)$ قابلة للاشتقاق مرتين، فإن لها قيمة عظمى محلية إذا كان

الخيارات:

أ) $f'(x)=0$ و $f'(x)>0$

ب) $f'(x)=0$ و $f'(x)<0$

ج) $f'(x)=0$ و $f''(x)>0$

د) $f'(x)=0$ و $f''(x)<0$

الإجابة: (د) $f'(x)=0$ و $f''(x)<0$

التلميح: المشتقة الثانية السالبة تعني تقعّراً لأسفل، وهذا شكل القمة لا القاع.

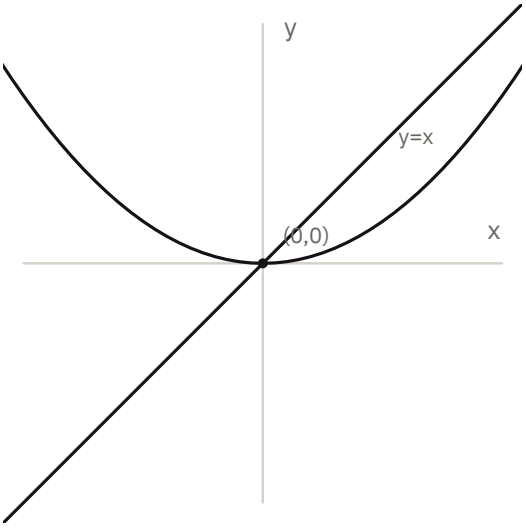
الحل:

١. باختبار المشتقة الثانية: إذا كانت $f''(x)<0$ عند النقطة الحرجة فالمنحنى مقعّر لأسفل

٢. وهذا يعني أن للدالة قيمة عظمى محلية عندها

س921 **المساحة المحصورة بين منحنيين** – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: إذا كان $\int_0^b x\,dx = \int_0^b x^2 dx$ حيث $b>0$، أوجد مساحة المنطقة المظللة المحصورة بين $y=x$ و $y=x^2$



الخيارات:

أ) $\frac{1}{2}$

ب) $\frac{1}{3}$

ج) $\frac{1}{6}$

د) $\frac{1}{9}$

الإجابة: (ج) $\frac{1}{6}$

التلميح: نقطتا التقاطع بين $y=x$ و $y=x^2$ هما 0 و 1، وهما حدّا التكامل للمساحة.

الحل:

١. نوجد نقطتي تقاطع المنحنيين:

$$x^2 - x = 0 \;\Rightarrow\; x(x-1)=0 \;\Rightarrow\; x=0 \text{ أو } x=1$$

٢. المساحة المحصورة:

$$\int_0^1 (x - x^2)\,dx = \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right]_0^1$$

٣. بالتعويض:

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

س922 **تعريف المشتقة بالنهاية** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $f(x) = \sin x^2$، أوجد $f'(0)$ بالتعريف

الخيارات:

أ) $\lim_{h \to 0} \frac{\sin(x+h)^2 - \sin x^2}{h}$

ب) $\lim_{h \to 0} \frac{1 + \cos h}{h}$

ج) $\lim_{h \to 0} \frac{\sin h}{h}$

د) 1

الإجابة: (أ) $\lim_{h \to 0} \frac{\sin(x+h)^2 - \sin x^2}{h}$

التلميح: التعريف الأساسي للمشتقة هو $\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$؛ ابحث عن الصيغة المطابقة.

الحل:

١. من التعريف الأساسي للمشتقة:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

٢. بالتعويض عن $f(x) = \sin x^2$:

$$\lim_{h \to 0} \frac{\sin(x+h)^2 - \sin x^2}{h}$$

س923 **النهايات والصيغ غير المحددة** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: ما قيمة $\lim_{x \to 0} \frac{\frac{1}{x+3} - \frac{1}{3}}{x}$

الخيارات:

أ) $\frac{1}{9}$

ب) $\frac{-1}{9}$

ج) 0

د) 1

الإجابة: (ب) $\frac{-1}{9}$

التلميح: التعويض يعطي $\frac{0}{0}$؛ استخدم لوبيتال أو وحّد مقامي البسط أولاً.

الحل:

١. التعويض المباشر يعطي صيغة غير معيّنة $\frac{0}{0}$

٢. بقاعدة لوبيتال (اشتقاق البسط والمقام):

$$\lim_{x \to 0} \frac{\frac{-1}{(x+3)^2}}{1}$$

٣. بالتعويض:

$$= \frac{-1}{9}$$

س924 **الاشتقاق الضمني** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كان $x^{\frac{1}{7}} + y^{\frac{1}{7}} = 1$ فإن $\frac{dy}{dx}$ يساوي

الخيارات:

أ) $\left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{7}{6}}$

ب) $\left(\frac{-y}{x}\right)^{\frac{7}{6}}$

ج) $\left(\frac{-y}{x}\right)^{\frac{6}{7}}$

د) $\left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{6}{7}}$

الإجابة: (ج) $\left(\frac{-y}{x}\right)^{\frac{6}{7}}$

التلميح: اشتق ضمنياً ثم اعزل $\frac{dy}{dx}$؛ الأسس السالبة تنقلب عند القسمة.

الحل:

١. بالاشتقاق الضمني:

$$\frac{1}{7}x^{\frac{-6}{7}} + \frac{1}{7}y^{\frac{-6}{7}}\frac{dy}{dx} = 0$$

٢. بالعزل:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x^{\frac{-6}{7}}}{y^{\frac{-6}{7}}} = -\left(\frac{y}{x}\right)^{\frac{6}{7}}$$

٣. أي:

$$= \left(\frac{-y}{x}\right)^{\frac{6}{7}}$$

س925 **التكامل المحدد للوغاريتم** — خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: قيمة $\int_{e^3}^{1} \frac{1}{x}dx = \cdots$

الخيارات:

أ) 3

ب) -3

ج) 2

د) -2

الإجابة: (ب) -3

التلميح: تكامل $\frac{1}{x}$ هو $\ln x$، وانتبه أن الحد الأدنى أكبر من الأعلى فالإشارة تنقلب.

الحل:

١. بالتكامل:

$$[\ln x]_{e^3}^{1} = \ln 1 - \ln e^3$$

٢. بالتعويض:

$$= 0 - 3 = -3$$

س926 **النهايات عند ما لا نهاية** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: ما قيمة $\lim_{x\to-\infty}\dfrac{-4x+5}{2x+\sqrt{2}}$

الخيارات:

أ) 2

ب) -2

ج) 0

د) $-\infty$

الإجابة: (ب) -2

التلميح: الدرجتان متساويتان، نأخذ نسبة معاملي x فقط.

الحل:

١. درجة البسط تساوي درجة المقام

٢. النهاية هي نسبة المعاملين الرئيسين:

$$\frac{-4}{2}=-2$$

س927 **قاعدة السلسلة وميل المماس** – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: أوجد ميل المماس للدالة $y=\cos x^3$ عند $x=\left(\dfrac{5\pi}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$

الخيارات:

أ) $3\left(\dfrac{5\pi}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$

ب) $-3\left(\dfrac{5\pi}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$

ج) 0

د) 1

الإجابة: (ب) $-3\left(\dfrac{5\pi}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$

التلميح: بعد التعويض يصبح $x^3=\dfrac{5\pi}{2}$، و $\sin\dfrac{5\pi}{2}=1$

الحل:

١. بالاشتقاق مع قاعدة السلسلة:

$$y'=-\sin\left(x^3\right)\cdot 3x^2$$

٢. بالتعويض يكون $x^3=\dfrac{5\pi}{2}$ و $\sin\dfrac{5\pi}{2}=1$:

$$y'=-(1)\cdot 3\left(\left(\frac{5\pi}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^2$$

٣. إذن:

$$=-3\left(\frac{5\pi}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$$

س928 **اشتقاق الدوال الأسية واللوغاريتمية** – خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت $f(t)=a^{\ln(t+1)}-1$ دالة المسافة، أوجد السرعة بعد 3 ثوانٍ

الخيارات:

أ) $\dfrac{a^{\ln 3}}{3}$

ب) $\dfrac{a^{\ln 4}\cdot \ln a}{4}$
ج) $4a^{\ln 4}$
د) $3a^{\ln 3}$

الإجابة: (ب) $\dfrac{a^{\ln 4}\cdot \ln a}{4}$

التلميح: السرعة هي المشتقة الأولى، طبّق قاعدة اشتقاق a^u مع قاعدة السلسلة، ثم عوّض $t=3$

الحل:

١. بقاعدة اشتقاق الدالة الأسية مع السلسلة:

$$f'(t)=a^{\ln(t+1)}\cdot\frac{1}{t+1}\cdot\ln a$$

٢. بالتعويض $t=3$:

$$f'(3)=a^{\ln 4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\ln a$$

٣. إذن:

$$=\frac{a^{\ln 4}\cdot\ln a}{4}$$

س929 النهايات مع الجذور عند ما لا نهاية – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-4x}{\sqrt{4x^2+2}}=\cdots$

الخيارات:
أ) 2
ب) -2
ج) 0
د) $-\infty$

الإجابة: (أ) 2

التلميح: عند إخراج x^2 من الجذر يصبح $|x|$، وعندما $x\to-\infty$ فإن $|x|=-x$

الحل:

١. نخرج x^2 من الجذر:

$$\frac{-4x}{|x|\sqrt{4+\frac{2}{x^2}}}$$

٢. وبما أن $x\to-\infty$ فإن $|x|=-x$:

$$=\frac{-4x}{-x\sqrt{4+0}}$$

٣. إذن:

$$=\frac{4}{2}=2$$

س930 نقاط الانقلاب – خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: إذا كانت الدالة $f(x)=x^4-2ax^2$ لها نقطة انقلاب عند $x=2$، أوجد قيمة a

الخيارات:
أ) 48
ب) 36
ج) 24
د) 12

الإجابة: (د) 12
التلميح: ساوِ المشتقة الثانية بالصفر عند $x = 2$
الحل:
١. المشتقة الأولى:

$$f'(x) = 4x^3 - 4ax$$

٢. المشتقة الثانية:

$$f''(x) = 12x^2 - 4a$$

٣. عند $x = 2$ نساوي بالصفر:

$$48 - 4a = 0 \Rightarrow a = 12$$

س931 **المتتابعات الحسابية** – خاص بالمستوى الثاني (1446)
السؤال: أوجد الحد الحادي والعشرين في المتتابعة $6, 11, 16, 21, \ldots$
الخيارات:
أ) 101
ب) 102
ج) 105
د) 106
الإجابة: (د) 106
التلميح: الأساس 5، والأس في القانون هو $n - 1$ أي 20 لا 21
الحل:
١. بقانون الحد النوني:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

٢. بالتعويض:

$$a_{21} = 6 + 20 \times 5 = 106$$

س932 **تزايد الدوال وتناقصها** – خاص بالمستوى الثاني (1446)
السؤال: الدالة $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$
الخيارات:
أ) متزايدة في الفترة $(-1, 2)$
ب) متناقصة في الفترة $(-1, 2)$
ج) متناقصة في الفترة $(-2, 1)$
د) متزايدة في الفترة $(-2, 1)$
الإجابة: (ج) متناقصة في الفترة $(-2, 1)$
التلميح: أوجد النقاط الحرجة من المشتقة الأولى، ثم ادرس إشارتها على خط الأعداد.
الحل:
١. بالاشتقاق والمساواة بالصفر:

$$6x^2 + 6x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

٢. بالتحليل:

$$(x-1)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ أو } x = -2$$

٣. بدراسة خط الإشارة تكون المشتقة سالبة بين الجذرين
٤. إذن الدالة متناقصة في الفترة $(-2, 1)$

س933 **التكامل بالتعويض** — خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: قيمة $\int_{1}^{\frac{1}{\sqrt{\ln 3}}} \frac{6e^{\frac{1}{x^2}}}{x^3} dx = \cdots$

الخيارات:

أ) $3(e+3)$

ب) $3(e-3)$

ج) $3e$

د) e

الإجابة: (ب) $3(e-3)$

التلميح: افرض $u = \frac{1}{x^2}$ فيكون $du = \frac{-2}{x^3}dx$، وهذا يطابق ما في البسط بمعامل.

الحل:

١. نفرض $u = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$ فيكون $du = -2x^{-3}dx$

٢. بإعادة كتابة التكامل:

$$-3 \int e^u du = -3e^u$$

٣. بالتعويض بالحدود:

$$-3\left(e^{\ln 3} - e\right) = -3(3-e)$$

٤. إذن:

$$= 3(e-3)$$

س934 **النهايات والصيغ غير المحددة** — خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: ما قيمة $\lim_{x \to -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$

الخيارات:

أ) 2

ب) -2

ج) 0

د) $-\infty$

الإجابة: (أ) 2

التلميح: التعويض يعطي $\frac{0}{0}$؛ استخدم لوبيتال أو حلّل البسط والمقام واختصر $(x+1)$

الحل:

١. التعويض المباشر يعطي $\frac{0}{0}$

٢. بقاعدة لوبيتال:

$$\lim_{x \to -1} \frac{2x-2}{2x} = \frac{-4}{-2}$$

٣. إذن:

$$= 2$$

س935 **التكامل بعد التبسيط** — خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: $\int \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x}(x-2)} dx$

الخيارات:

أ) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 4x^{\frac{1}{2}} + c$

ب) $\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}}+2x^{\frac{1}{2}}+c$

ج) $x^{\frac{3}{2}}+x^{\frac{1}{2}}+c$

د) $x^3-x^{\frac{1}{2}}+c$

الإجابة: أ) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+4x^{\frac{1}{2}}+c$

التلميح: حلّل البسط كفرق بين مربعين واختصر $(x-2)$ قبل التكامل.

الحل:

١. بالتحليل والاختصار:

$$\int \frac{(x-2)(x+2)}{x^{\frac{1}{2}}(x-2)}dx=\int (x+2)x^{-\frac{1}{2}}dx$$

٢. بالتوزيع:

$$=\int \left(x^{\frac{1}{2}}+2x^{-\frac{1}{2}}\right)dx$$

٣. بالتكامل:

$$=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+4x^{\frac{1}{2}}+c$$

س936 **المتسلسلة الهندسية اللانهائية** — خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: أوجد $\sum_{k=-1}^{\infty} 2\left(\frac{1}{3}\right)^{k-1}$

الخيارات:

أ) 27

ب) 18

ج) 9

د) متباعدة وليس لها نهاية

الإجابة: أ) 27

التلميح: انتبه أن البداية من $k=-1$ لا $k=1$، فالحد الأول يُحسب بأس سالب.

الحل:

١. الحد الأول عند $k=-1$:

$$a_1=2\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}=2\times 9=18$$

٢. والأساس $r=\frac{1}{3}$ فالمتسلسلة متقاربة

٣. بقانون المجموع:

$$S=\frac{18}{1-\frac{1}{3}}=\frac{18}{\frac{2}{3}}=27$$

س937 **اشتقاق قسمة دالتين** — خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: إذا كانت $f(x)=x^{-2}\ln x$، أوجد $f'\left(e^{-2}\right)$

الخيارات:

أ) $6e^5$

ب) $5e^6$

ج) $-5e^6$

د) $-6e^5$

الإجابة: ب) $5e^6$

التلميح: اكتب الدالة على صورة $\frac{\ln x}{x^2}$ وطبّق قاعدة القسمة، وتذكّر أن $\ln e^{-2} = -2$

الحل:

١. نكتب الدالة:

$$f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$$

٢. بقاعدة اشتقاق القسمة:

$$f'(x) = \frac{x^2 \cdot \frac{1}{x} - \ln x \cdot 2x}{x^4} = \frac{1 - 2\ln x}{x^3}$$

٣. بالتعويض $x = e^{-2}$:

$$f'\left(e^{-2}\right) = \frac{1 - 2(-2)}{e^{-6}} = \frac{5}{e^{-6}}$$

٤. إذن:

$$= 5e^{6}$$

س938 اختبار الحد النوني للتباعد — خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: إذا كانت المتسلسلة اللانهائية $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ متقاربة فإن $\lim_{k\to\infty} a_k = 0$. أي العبارات الآتية صحيحة؟

الخيارات:

أ) إذا كانت $\lim_{k\to\infty} a_k \neq 0$ فإن المتسلسلة اللانهائية $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ متباعدة

ب) إذا كانت $\lim_{k\to\infty} a_k \neq 0$ فإن المتسلسلة تساوي صفراً

ج) إذا كانت $\lim_{k\to\infty} a_k \neq 0$ فإن المتسلسلة لا تساوي صفراً

د) إذا كانت $\lim_{k\to\infty} a_k \neq 0$ فإن المتسلسلة اللانهائية $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ متقاربة

الإجابة: (أ) إذا كانت $\lim_{k\to\infty} a_k \neq 0$ فإن المتسلسلة اللانهائية $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ متباعدة

التلميح: العبارة المعطاة شرطية، والصحيح دائماً هو معاكسها الإيجابي لا عكسها.

الحل:

١. العبارة المعطاة: إذا تقاربت المتسلسلة فإن نهاية حدها النوني تساوي صفراً

٢. والمكافئ العكسي لها: إذا لم تكن نهاية الحد النوني صفراً فإن المتسلسلة متباعدة

٣. وهذا ما يُعرف باختبار الحد النوني للتباعد

س1055 نهايات كثيرات الحدود عند ما لا نهاية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: $\lim_{x\to-\infty} \left(3x^3 + 5x^2 - 7\right) = \cdots$

الخيارات:

أ) 2

ب) 1

ج) ∞

د) $-\infty$

الإجابة: (د) $-\infty$

التلميح: نهاية كثيرة الحدود عند ما لا نهاية تُحدَّد بحدّها الأعلى رتبة وحده؛ وبما أن الأس فردي (3) ومعامله موجب، فإشارة النهاية عند $-\infty$ تعاكس إشارة x

الحل:

١. عند $x \to -\infty$، يُهيمن الحد الأعلى رتبة $3x^3$ على قيمة كثيرة الحدود:

$$\lim_{x\to-\infty}\left(3x^3+5x^2-7\right)=\lim_{x\to-\infty}3x^3$$

٢. بما أن الأس 3 فردي، فإن $x^3 \to -\infty$ عندما $x \to -\infty$

٣. ومعامل 3 موجب فلا يغيّر الإشارة:

$$3x^3 \to -\infty$$

س1089 **النهايات (الصيغ غير المحددة)** — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: ما هي قيمة النهاية (Limit) التالية؟

$$\lim_{x\to0}\frac{x\sin(2x)}{(x+\sin x)^2}$$

الخيارات:

أ) 1

ب) $\frac{1}{2}$

ج) 2

د) $\frac{1}{4}$

الإجابة: (ب) $\frac{1}{2}$

التلميح: عند $x \to 0$، استعمل التقريب $\sin\theta \approx \theta$ للبسط والمقام.

الحل:

١. عند $x \to 0$: $\sin(2x) \approx 2x$، فالبسط $\approx x(2x) = 2x^2$

٢. وأيضاً $\sin x \approx x$، فالمقام $\approx (x+x)^2 = (2x)^2 = 4x^2$

٣. النهاية:

$$\lim_{x\to0}\frac{2x^2}{4x^2}=\frac{1}{2}$$

س1090 **المتسلسلات الهندسية اللانهائية** — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: أوجد قيمة المجموع (Summation) التالي:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n$$

الخيارات:

أ) 2

ب) 3

ج) 1

د) 1.5

الإجابة: (ب) 3

التلميح: هذه متسلسلة هندسية لانهائية أساسها $\frac{2}{3}$ (أصغر من 1 مطلقاً)، فهي متقاربة ومجموعها $\frac{a}{1-r}$

الحل:

١. الحد الأول عند $n=0$: $a=\left(\frac{2}{3}\right)^0=1$

٢. أساس المتسلسلة: $r=\frac{2}{3}$

٣. مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية المتقاربة:

$$S = \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$$

س1091 **النقاط الحرجة للدالة** — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: ما هي النقاط الحرجة للدالة $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$؟

الخيارات:

أ) $\{-1, 3\}$

ب) $\{1, -3\}$

ج) $\{1, 3\}$

د) $\{0, -3\}$

الإجابة: (ب) $\{1, -3\}$

التلميح: النقاط الحرجة هي القيم التي تصفّر عندها المشتقة الأولى، حلّل المشتقة إلى عاملين.

الحل:

١. المشتقة الأولى:

$$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x^2 + 2x - 3) = 3(x+3)(x-1)$$

٢. نساوي بالصفر:

$$x = 1 \quad \text{أو} \quad x = -3$$

٣. إذن النقاط الحرجة: $\{1, -3\}$

س1092 **ميل المماس لمنحنى دالة** — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة $f(x) = x^2 - \frac{4}{x}$ عند النقطة التي فيها $x = 1$

الخيارات:

أ) 2

ب) 4

ج) 6

د) 0

الإجابة: (ج) 6

التلميح: اكتب $\frac{4}{x}$ كقوة سالبة $(4x^{-1})$ قبل الاشتقاق، وتذكّر أن اشتقاق $-4x^{-1}$ يعطي حداً موجباً.

الحل:

١. نعيد كتابة الدالة: $f(x) = x^2 - 4x^{-1}$

٢. المشتقة:

$$f'(x) = 2x + 4x^{-2} = 2x + \frac{4}{x^2}$$

٣. نعوّض $x = 1$:

$$f'(1) = 2(1) + \frac{4}{1} = 2 + 4 = 6$$

س1093 **تقنيات التكامل — التعويض** — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: أوجد قيمة التكامل التالي:

$$\int \frac{e^x}{2e^x + 1}\, dx$$

الخيارات:

أ) $\frac{1}{2}\ln|2e^x+1|+C$
ب) $\ln|2e^x+1|+C$
ج) $2\ln|2e^x+1|+C$
د) $e^x\ln|2e^x+1|+C$

الإجابة: (أ) $\frac{1}{2}\ln|2e^x+1|+C$

التلميح: عوّض $u=2e^x+1$، ولاحظ أن $du=2e^x\,dx$ فيلزم قسمة البسط على 2

الحل:

١. نعوّض $u=2e^x+1$، فيكون $du=2e^x dx \Rightarrow e^x dx=\frac{du}{2}$

٢. يصبح التكامل:

$$\int \frac{1}{u}\cdot\frac{du}{2}=\frac{1}{2}\int\frac{du}{u}=\frac{1}{2}\ln|u|+C$$

٣. نعيد التعويض:

$$=\frac{1}{2}\ln|2e^x+1|+C$$

س1094 مشتقة الدالة الأسية — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: ما هي مشتقة الدالة $f(x)=2^{4x+7}$ بالنسبة لـ x؟

الخيارات:

أ) $f'(x)=(4x+7)\cdot 2^{4x+6}$
ب) $f'(x)=4\cdot 2^{4x+7}$
ج) $f'(x)=4\cdot\ln(2)\cdot 2^{4x+7}$
د) $f'(x)=\ln(2)\cdot 2^{4x+7}$

الإجابة: (ج) $f'(x)=4\cdot\ln(2)\cdot 2^{4x+7}$

التلميح: قاعدة اشتقاق الدالة الأسية ذات الأساس الثابت: $\frac{d}{dx}a^{g(x)}=a^{g(x)}\cdot\ln(a)\cdot g'(x)$

الحل:

١. نطبّق قاعدة اشتقاق $a^{g(x)}$:

$$f'(x)=2^{4x+7}\cdot\ln(2)\cdot\frac{d}{dx}(4x+7)$$

٢. مشتقة الأس: $\frac{d}{dx}(4x+7)=4$

٣. إذن:

$$f'(x)=4\cdot\ln(2)\cdot 2^{4x+7}$$

س1095 الاشتقاق اللوغاريتمي — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: ما هي مشتقة الدالة $f(x)=\frac{x^{2x}}{x}$؟

الخيارات:

أ) $x^{2x-1}\left(2\ln(x)+2-\frac{1}{x}\right)$
ب) $x^{2x}(2\ln(x)+2)$
ج) $(2x-1)x^{2x-2}$
د) $x^{2x-1}(2\ln(x))$

الإجابة: (أ) $x^{2x-1}\left(2\ln(x)+2-\frac{1}{x}\right)$

التلميح: بسّط الدالة إلى x^{2x-1} أولاً، ثم استعمل الاشتقاق اللوغاريتمي لأن الأس نفسه متغير.

الحل:

١. نبسّط الدالة: $f(x) = \dfrac{x^{2x}}{x} = x^{2x-1}$

٢. نأخذ لوغاريتم الطرفين لدالة $y = x^{2x-1}$:

$$\ln y = (2x-1)\ln x$$

٣. نشتق ضمنياً الطرفين بالنسبة لـ x (الطرف الأيمن حاصل ضرب دالتين):

$$\frac{y'}{y} = 2\ln x + (2x-1)\cdot\frac{1}{x} = 2\ln x + 2 - \frac{1}{x}$$

٤. نضرب في $y = x^{2x-1}$:

$$y' = x^{2x-1}\left(2\ln x + 2 - \frac{1}{x}\right)$$

س1145 **نقاط الانقلاب** – خاص بالمستوى الثاني (1446)

السؤال: إذا كانت النقطة $(1, 7)$ هي نقطة الانقلاب لمنحنى الدالة $f(x) = 2x^3 - ax^2 + 6x + 5$، فإن قيمة a تساوي

الخيارات:

أ) 4

ب) 5

ج) 6

د) 8

الإجابة: (ج) 6

التلميح: عند نقطة الانقلاب تنعدم المشتقة الثانية، ويمكنك التحقق من أن النقطة تقع على المنحنى.

الحل:

١. المشتقة الأولى والثانية:

$$f'(x) = 6x^2 - 2ax + 6, \qquad f''(x) = 12x - 2a$$

٢. عند نقطة الانقلاب $x = 1$:

$$f''(1) = 12 - 2a = 0 \;\Rightarrow\; a = 6$$

٣. تحقق القيمة: $f(1) = 2 - 6 + 6 + 5 = 7$ ✓

٤. تحقق التقعر: $f''(x) = 12x - 12$ تغيّر إشارتها عند $x = 1$

٥. إذن النقطة $(1, 7)$ نقطة انقلاب فعلاً.

س1146 **التكامل بالتعويض** – خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: إذا كان $\displaystyle\int_0^1 e^{x^2}\,dx = K$، فإن $\displaystyle\int_1^2 e^{(x-1)^2}\,dx$ يساوي

الخيارات:

أ) K

ب) $K - 1$

ج) $2K$

د) $K + 1$

الإجابة: (أ) K

التلميح: جرّب التعويض $u = x - 1$ وانتبه لتغيير حدود التكامل.

الحل:

١. نضع $u = x - 1$ فيكون $du = dx$

٢. عندما $x = 1$ تكون $u = 0$

٣. عندما $x = 2$ تكون $u = 1$

٤.

$$\int_1^2 e^{(x-1)^2}dx = \int_0^1 e^{u^2}du = K$$

س1147 **اشتقاق اللوغاريتم الطبيعي** – خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: إذا كانت $f(x) = \ln x$ حيث $x > 0$، فإن $f'(x)$ تساوي

الخيارات:

أ) $e^{-f(x)}$

ب) $e^{f(x)}$

ج) $x\,e^{-f(x)}$

د) $-x\,e^{-f(x)}$

الإجابة: (أ) $e^{-f(x)}$

التلميح: احسب $f'(x)$ مباشرة، ثم بسّط كل خيار باستخدام $e^{\ln x} = x$

الحل:

١.

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$

٢.

$$e^{-f(x)} = e^{-\ln x} = e^{\ln \frac{1}{x}} = \frac{1}{x}$$

٣. بينما $e^{f(x)} = x$

٤. و $x\,e^{-f(x)} = 1$

٥. و $-x\,e^{-f(x)} = -1$

٦. إذن $f'(x) = e^{-f(x)}$

س1148 **ميل المماس لمنحنى دالة** – خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: النقطة التي يكون عندها ميل المماس لمنحنى الدالة $y = \frac{4}{x^2}$ مساويًا 1 هي

الخيارات:

أ) $(-2, 1)$

ب) $(-8, 16)$

ج) $\left(8, \frac{1}{16}\right)$

د) $(8, 16)$

الإجابة: (أ) $(-2, 1)$

التلميح: ميل المماس هو المشتقة الأولى، ساوِها بـ 1 ثم أوجد الإحداثي الصادي من الدالة نفسها.

الحل:

١.

$$y = 4x^{-2} \Rightarrow y' = -8x^{-3} = -\frac{8}{x^3}$$

٢.

$$-\frac{8}{x^3} = 1 \Rightarrow x^3 = -8 \Rightarrow x = -2$$

٣. $y = \frac{4}{(-2)^2} = 1$، إذن النقطة $(-2, 1)$

س1149 **المساحة المحصورة بين منحنيين** — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الدالتين $f(x)=(x-1)^2$ و $g(x)=-x+1$ تساوي

الخيارات:

أ) $\frac{1}{6}$

ب) $\frac{1}{3}$

ج) $\frac{1}{2}$

د) $\frac{5}{6}$

الإجابة: (أ) $\frac{1}{6}$

التلميح: أوجد نقطتي التقاطع لتحديد حدود التكامل، ثم كامل (الدالة العليا − الدالة السفلى).

الحل:

١. التقاطع:

$$(x-1)^2=1-x \Rightarrow (x-1)(x-1+1)=0 \Rightarrow x=0 \text{ أو } x=1$$

٢. على $[0,1]$ يكون $g(x)\geq f(x)$ (مثلًا عند $x=\frac{1}{2}$: $g=\frac{1}{2}$ و $f=\frac{1}{4}$)

٣.

$$\int_0^1 \left[(1-x)-(x-1)^2\right]dx=\int_0^1 (x-x^2)\,dx$$

٤.

$$=\left[\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right]_0^1=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$$

س1150 **الاشتقاق اللوغاريتمي** — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: المشتقة الأولى للدالة $y=x^x$ حيث $x>0$ هي

الخيارات:

أ) $x\cdot x^{x-1}$

ب) $x^x\ln x$

ج) $x^x(\ln x+1)$

د) $x^x(\ln x-1)$

الإجابة: (ج) $x^x(\ln x+1)$

التلميح: الأساس والأس كلاهما متغير؛ خذ اللوغاريتم الطبيعي للطرفين ثم اشتق ضمنيًا.

الحل:

١.

$$\ln y=x\ln x$$

٢. بالاشتقاق:

$$\frac{1}{y}y'=\ln x+x\cdot\frac{1}{x}=\ln x+1$$

٣.

$$y'=y(\ln x+1)=x^x(\ln x+1)$$

س1151 النهايات عند ما لا نهاية — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: قيمة $\lim_{n\to\infty} \dfrac{4n^2 + n\sin n + 8}{1 - n^2}$ تساوي

الخيارات:

أ) 4

ب) -4

ج) 0

د) غير موجودة

الإجابة: (ب) -4

التلميح: اقسم البسط والمقام على n^2، واستخدم أن $\sin n$ محدودة بين -1 و 1

الحل:

١. بالقسمة على n^2:

$$\frac{4 + \frac{\sin n}{n} + \frac{8}{n^2}}{\frac{1}{n^2} - 1}$$

٢. من نظرية الساندويتش: $-\dfrac{1}{n} \le \dfrac{\sin n}{n} \le \dfrac{1}{n}$ إذن $\dfrac{\sin n}{n} \to 0$

٣. النهاية:

$$\frac{4 + 0 + 0}{0 - 1} = -4$$

س1152 تزايد الدوال وتناقصها — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: إذا كانت f قابلة للاشتقاق على $[-2, 4]$، وكانت $f(1) = 3$ و $f'(x) \ge 0$ لكل x في الفترة، فأوجد أكبر قيمة ممكنة لـ $f(0)$

الخيارات:

أ) 2

ب) 3

ج) 4

د) 8

الإجابة: (ب) 3

التلميح: ماذا تخبرك إشارة المشتقة عن سلوك الدالة؟ وما العلاقة بين $f(0)$ و $f(1)$ عندئذ؟

الحل:

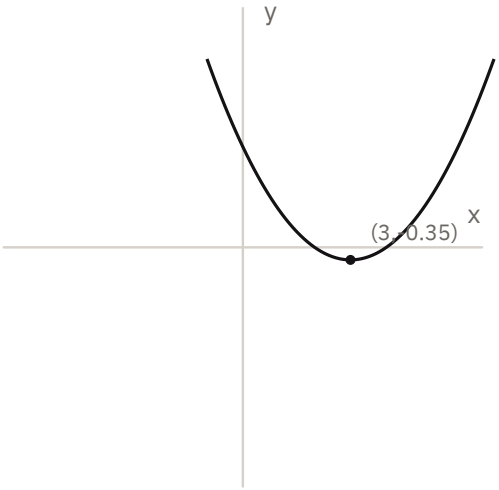
١. $f'(x) \ge 0$ إذن f متزايدة (غير متناقصة) على الفترة

٢. $0 < 1 \Rightarrow f(0) \le f(1) = 3$

٣. أكبر قيمة ممكنة هي 3 (تتحقق مثلًا للدالة الثابتة $f(x) = 3$)

س1153 قراءة التمثيلات البيانية للمشتقات — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: الشكل المقابل يمثل منحنى المشتقة الأولى $f'(x)$ لدالة f متصلة، وهو قطع مكافئ يقطع محور x عند $x = 2$ و $x = 4$ فقط، ويقع تحت المحور بينهما وفوقه خارجهما. أي العبارات التالية صحيحة؟



الخيارات:
أ) $f(0) > f(2)$
ب) $f(4) < f(3)$
ج) $f(2) = f(4)$
د) $f(3) < f(1)$

الإجابة: (ب) $f(4) < f(3)$

التلميح: حيث يكون منحنى f' فوق محور x تكون f متزايدة، وحيث يكون تحته تكون f متناقصة.

الحل:

١. $f'(x) > 0$ على $(-\infty, 2)$ فالدالة f متزايدة قبل $x = 2$، لذا $f(0) < f(2)$ والخيار (أ) خاطئ

٢. $f'(x) < 0$ على $(2, 4)$ فالدالة f متناقصة بين 2 و 4، لذا $f(2) > f(4)$ والخيار (ج) خاطئ

٣. بما أن $3 < 4$ وكلاهما في فترة التناقص فإن $f(4) < f(3)$، فالخيار (ب) صحيح

٤. الخيار (د): تتزايد f من 1 إلى 2 ثم تتناقص من 2 إلى 3، والمنحنى متماثل حول $x = 3$ فقيم f' على $[1, 2]$ أكبر بكثير من القيمة المطلقة لـ f' على $[2, 3]$، أي أن الزيادة أكبر من النقصان، إذن $f(3) > f(1)$ والخيار (د) خاطئ

س1164 التكامل المحدد — المساحة تحت المنحنى — خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنى $y = \dfrac{1}{x}$ والمستقيمات $y = 0$ و $x = 1$ و $x = e$ تساوي

الخيارات:
أ) 1
ب) 2
ج) $e + 1$
د) e

الإجابة: (أ) 1

التلميح: المنحنى فوق محور x في الفترة $[1, e]$، فالمساحة تكامل محدد للدالة، وتذكّر أن الدالة الأصلية لـ $\dfrac{1}{x}$ هي $\ln|x|$

الحل:

١. المساحة:

$$\int_1^e \frac{1}{x}\,dx = \Big[\ln|x|\Big]_1^e$$

٢. بالتعويض:

$$\ln e - \ln 1 = 1 - 0 = 1$$

س1165 **قواعد الاشتقاق** — خاص بالمستوى الثاني (1442)

السؤال: إذا كانت $y = (\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{x})$ فإن y' تساوي

الخيارات:

أ) x

ب) 1

ج) -1

د) $\sqrt{x}$

الإجابة: (ج) -1

التلميح: بسّط الدالة أولًا: حاصل الضرب على صورة $(1+a)(1-a)$

الحل:

١. بالتبسيط (فرق بين مربعين):

$$y = (1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x}) = 1-x$$

٢. بالاشتقاق:

$$y' = -1$$

س1170 **النهايات — التحليل والاختصار** — خاص بالمستوى الثاني (1444)

السؤال: أوجد $\displaystyle\lim_{x\to\sqrt{3}} \frac{x-\sqrt{3}}{x^2-3}$

الخيارات:

أ) $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$

ب) $2\sqrt{3}$

ج) 0

د) غير موجودة

الإجابة: (أ) $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$

التلميح: التعويض المباشر يعطي $\frac{0}{0}$؛ حلّل المقام كفرق بين مربعين ثم اختصر.

الحل:

١. تحليل المقام:

$$x^2-3 = (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$$

٢. الاختصار (لأن $x \neq \sqrt{3}$ عند حساب النهاية):

$$\frac{x-\sqrt{3}}{(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})} = \frac{1}{x+\sqrt{3}}$$

٣. التعويض:

$$\lim_{x\to\sqrt{3}} \frac{1}{x+\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

س1208 **النهايات من الجهتين (دوال متعددة التعريف)** — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: إذا كانت

$$f(x) = \begin{cases} x+5, & x \geq 3 \\ x^2+1, & x < 3 \end{cases}$$

فإن $\displaystyle\lim_{x\to 3} f(x)$ تساوي

الخيارات:

أ) 8

ب) 9
ج) 10
د) غير موجودة

الإجابة: (د) غير موجودة

التلميح: احسب النهاية من اليمين ومن اليسار كلًّا على حدة، وقارن بينهما قبل الحكم على وجود النهاية.

الحل:

١. النهاية من اليمين ($x \geq 3$): $\lim_{x \to 3^+} (x + 5) = 3 + 5 = 8$

٢. النهاية من اليسار ($x < 3$): $\lim_{x \to 3^-} (x^2 + 1) = 9 + 1 = 10$

٣. بما أن النهايتين الجانبيتين مختلفتان ($8 \neq 10$)، فإن النهاية عند $x = 3$ غير موجودة.

س1209 النهايات عند ما لا نهاية — خاص بالمستوى الثاني

السؤال: قيمة $\lim_{x \to \infty} \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}$ تساوي

الخيارات:

أ) 10
ب) ∞
ج) 2
د) غير موجودة

الإجابة: (ب) ∞

التلميح: بسّط المقدار كسريًا أولاً قبل أخذ النهاية، ثم لاحظ درجة الحد الناتج بدلالة x

الحل:

١. حلّل البسط: $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$

٢. بسّط: $\dfrac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = x + 2$ (لأن $x \neq 2$ عند أخذ النهاية إلى اللانهاية).

٣. $\lim_{x \to \infty} (x + 2) = \infty$

س1283 مشتقة الدالة اللوغاريتمية — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: إذا كانت $f(x) = \ln(x)$ حيث $x > 0$، أوجد $f'(x)$

الخيارات:

أ) $e^{f(x)}$
ب) $e^{-f(x)}$
ج) $-e^{f(x)}$
د) $-xe^{f(x)}$

الإجابة: (ب) $e^{-f(x)}$

التلميح: أوجد $f'(x)$ بالصيغة المعتادة أولًا، ثم اكتب الناتج بدلالة $f(x)$ نفسها.

الحل:

١. $f'(x) = \dfrac{1}{x}$

٢. $e^{-f(x)} = e^{-\ln x} = \dfrac{1}{x}$، وهذا يطابق $f'(x)$

س1292 نظرية القيمة المتوسطة — تطبيق متباينة — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: إذا كانت f قابلة للاشتقاق على $(-4, 2)$، وكانت $f'(x) \geq 0$ لكل x في هذه الفترة، وكان $f(1) = 3$، أوجد أكبر قيمة ممكنة لـ $f(0)$

الخيارات:

أ) 2
ب) 3

ج) 4
د) 8

الإجابة: (ب) 3

التلميح: طبّق نظرية القيمة المتوسطة بين 0 و1، واستخدم أن $f' \geq 0$ يعني أن f غير متناقصة.

الحل:

١. بما أن $f'(x) \geq 0$ على الفترة، فإن f دالة غير متناقصة (تزايدية أو ثابتة).

٢. وبما أن $0 < 1$، فإن:

$$f(0) \leq f(1)$$

٣. أكبر قيمة ممكنة لـ $f(0)$ هي $f(1) = 3$

س1297 نهايات باستخدام نهايات مثلثية معيارية — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: أوجد $\lim_{x \to 0} \dfrac{x \sin 2x}{(x + \sin x)^2}$

الخيارات:

أ) 1
ب) 0
ج) $\dfrac{1}{2}$
د) 2

الإجابة: (ج) $\dfrac{1}{2}$

التلميح: استخدم أن $\sin\theta \approx \theta$ عند $\theta \to 0$ لتبسيط البسط والمقام.

الحل:

١. عند $x \to 0$: $\sin 2x \approx 2x$ و $\sin x \approx x$

٢. البسط $\approx x(2x) = 2x^2$، والمقام $\approx (x + x)^2 = 4x^2$

٣. النهاية $= \dfrac{2x^2}{4x^2} = \dfrac{1}{2}$

س1300 ميل المماس بالمشتقة — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة $f(x) = x^2 - \dfrac{9}{x}$ عند النقطة $x = 1$

الخيارات:

أ) 4
ب) 5
ج) 9
د) 11

الإجابة: (د) 11

التلميح: اكتب $\dfrac{9}{x}$ على صورة $9x^{-1}$ لتشتقها بقانون القوة.

الحل:

١. $f(x) = x^2 - 9x^{-1} \Rightarrow f'(x) = 2x + 9x^{-2}$

٢. $f'(1) = 2(1) + 9(1)^{-2} = 2 + 9 = 11$

س1311 فترات التزايد والتناقص — خاص بالمستوى الثاني (1447)

السؤال: الدالة $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x$ تناقصية فعلًا على الفترة

الخيارات:

أ) $(-\infty, -3) \cup (1, \infty)$
ب) $(-3, 1)$

ج) $(-1,3)$
د) $(-\infty,-1)\cup(3,\infty)$
الإجابة: (ب) $(-3,1)$
التلميح: أوجد $f'(x)$ وحلّل علاماتها بين جذورها.
الحل:
١.

$$f'(x)=3x^2+6x-9=3(x^2+2x-3)=3(x+3)(x-1)$$

٢. $f'(x)<0$ بين الجذرين: عندما $-3<x<1$، فالدالة تناقصية هناك.

س1457 **التكاملات المعتلة** – خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: أوجد قيمة التكامل المعتل الآتي، ثم حدّد سلوكه عند حدَّي التكامل: $\displaystyle\int_0^{\infty}\frac{dx}{x(\ln x)^{-2}}$

الخيارات:
أ) $+\infty$
ب) $-\infty$
ج) 0
د) 1

الإجابة: (أ) $+\infty$
التلميح: حوّل الأس السالب إلى مقلوب، ثم استعمل التعويض $u=\ln x$، وادرس النهاية عند كلٍّ من الحدّين 0^+ و ∞.
الحل:
١. الأس السالب يعني المقلوب:

$$\frac{1}{(\ln x)^{-2}}=(\ln x)^2$$

٢. فيصبح التكامل:

$$\int_0^{\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}\,dx$$

٣. نستعمل التعويض $u=\ln x$، فيكون $du=\dfrac{1}{x}\,dx$
٤. التكامل غير المحدد:

$$\int u^2\,du=\frac{u^3}{3}+C=\frac{(\ln x)^3}{3}+C$$

٥. التكامل معتل عند الحدّين معًا، فنقسمه عند $x=1$ إلى جزأين
٦. الجزء الأعلى:

$$\int_1^{\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}\,dx=\lim_{b\to\infty}\frac{(\ln b)^3}{3}=+\infty$$

٧. الجزء الأدنى:

$$\int_0^{1}\frac{(\ln x)^2}{x}\,dx=\lim_{a\to0^+}\left(0-\frac{(\ln a)^3}{3}\right)$$

٨. عندما $a\to0^+$ يكون $\ln a\to-\infty$، فيؤول $-\dfrac{(\ln a)^3}{3}$ إلى $+\infty$
٩. الجزآن كلاهما يتباعد إلى $+\infty$، فالتكامل يتباعد إلى $+\infty$

س1458 نهايات باستخدام نهايات مثلثية معيارية — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: أوجد قيمة النهاية $\lim_{x\to 0} \dfrac{\tan x}{x \sec x}$

الخيارات:

أ) 0

ب) 1

ج) -1

د) -2

الإجابة: (ب) 1

التلميح: اكتب $\tan x$ و $\sec x$ بدلالة $\sin x$ و $\cos x$، ثم اختصر وطبّق نهاية معيارية معروفة.

الحل:

١. المتطابقة الأولى:

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

٢. المتطابقة الثانية:

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

٣. بالتعويض واختصار $\cos x$ من البسط والمقام:

$$\frac{\tan x}{x \sec x} = \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{x}{\cos x}} = \frac{\sin x}{x}$$

٤. النهاية المعيارية:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

س1459 اتصال الدالة — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة عند الصفر، وكان:

$$f(0) = 1, \qquad g(0) = 2$$

$$\lim_{x\to 0^+} \big(f(x) + g(x)\big) = 3$$

$$\lim_{x\to 0^-} \big(f(x) + g(x)\big) = 3$$

فما حالة الدالة $g(x)$ عند الصفر؟

الخيارات:

أ) متصلة

ب) غير متصلة

ج) متصلة من اليمين فقط

د) متصلة من اليسار فقط

الإجابة: (أ) متصلة

التلميح: اكتب $g(x)$ على صورة $(f(x)+g(x)) - f(x)$، واستعمل نهاية الفرق، ثم قارن النهاية بقيمة $g(0)$.

الحل:

١. النهايتان من اليمين واليسار متساويتان، إذن:

$$\lim_{x\to 0} \big(f(x) + g(x)\big) = 3$$

٢. الدالة f متصلة عند الصفر، إذن:

$$\lim_{x\to 0} f(x) = f(0) = 1$$

٣. نكتب g على صورة فرق:

$$g(x) = \big(f(x) + g(x)\big) - f(x)$$

٤. بقانون نهاية الفرق:

$$\lim_{x\to 0} g(x) = 3 - 1 = 2$$

٥. قيمة الدالة عند الصفر:

$$g(0) = 2$$

٦. النهاية تساوي قيمة الدالة، فالدالة g متصلة عند الصفر

س1460 **تزايد الدوال وتناقصها** – خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: إذا كانت $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$، فأوجد فترات التزايد والتناقص للدالة.

الخيارات:

أ) متزايدة على $(-\infty, +\infty)$

ب) متناقصة على $(-\infty, +\infty)$

ج) متزايدة على $(-\infty, 1)$ ومتناقصة على $(1, +\infty)$

د) متناقصة على $(-\infty, 1)$ ومتزايدة على $(1, +\infty)$

الإجابة: (أ) متزايدة على $(-\infty, +\infty)$

التلميح: أوجد المشتقة وحلّلها، ثم انظر هل تتغيّر إشارتها عند النقطة الحرجة أم لا.

الحل:

١. المشتقة الأولى:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 3$$

٢. بإخراج العامل المشترك والتحليل:

$$f'(x) = 3\left(x^2 - 2x + 1\right) = 3(x-1)^2$$

٣. المشتقة تساوي صفرًا عند $x = 1$ فقط

٤. لكل قيم x:

$$3(x-1)^2 \geq 0$$

٥. المشتقة لا تغيّر إشارتها عند $x = 1$، فهي موجبة قبلها وبعدها

٦. إذن الدالة متزايدة على $(-\infty, +\infty)$، ولا توجد فترة تناقص

س1461 **قاعدة السلسلة ومعادلة المماس** – خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: إذا كانت $f(x) = \left(2x^3 - 1\right)^5$، فأوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند $x = 1$

الخيارات:

أ) $y = 30x + 29$

ب) $y = 30x - 29$

ج) $y = 5x - 4$

د) $y = 5x + 4$

الإجابة: (ب) $y = 30x - 29$

التلميح: أوجد نقطة التماس بالتعويض في الدالة، والميل بالتعويض في المشتقة المحسوبة بقاعدة السلسلة، ثم استعمل صيغة النقطة والميل.

الحل:

١. نقطة التماس:

$$f(1) = \left(2(1)^3 - 1\right)^5 = 1$$

٢. إذن نقطة التماس $(1, 1)$

٣. بقاعدة السلسلة:

$$f'(x) = 5\left(2x^3 - 1\right)^4 \left(6x^2\right) = 30x^2\left(2x^3 - 1\right)^4$$

٤. ميل المماس:

$$f'(1) = 30(1)^2(1)^4 = 30$$

٥. صيغة النقطة والميل:

$$y - 1 = 30(x - 1)$$

٦. بالتبسيط:

$$y = 30x - 29$$

س1462 **تقارب المتتابعات والمتسلسلات** — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: إذا كانت المتتابعة معرّفة بالعلاقة $S_n = \dfrac{n-2}{n}$، فما حالة المتسلسلة $\sum S_n$ والمتتابعة S_n من حيث التقارب والتباعد؟

الخيارات:

أ) المتسلسلة $\sum S_n$ والمتتابعة S_n متباعدتان

ب) المتسلسلة $\sum S_n$ والمتتابعة S_n متقاربتان

ج) المتسلسلة $\sum S_n$ متباعدة والمتتابعة S_n متقاربة

د) المتسلسلة $\sum S_n$ متقاربة والمتتابعة S_n متباعدة

الإجابة: (ج) المتسلسلة $\sum S_n$ متباعدة والمتتابعة S_n متقاربة

التلميح: أوجد نهاية الحد العام أولًا؛ فهي تحدد حالة المتتابعة، وتكشف شرطًا ضروريًا لتقارب المتسلسلة.

الحل:

١. نقسم البسط والمقام على n:

$$S_n = 1 - \frac{2}{n}$$

٢. نهاية الحد العام:

$$\lim_{n\to\infty} S_n = 1 - 0 = 1$$

٣. النهاية عدد حقيقي، فالمتتابعة S_n متقاربة

٤. الشرط الضروري لتقارب المتسلسلة أن يؤول حدها العام إلى 0

٥. الحد العام يؤول إلى $1 \neq 0$، فالمتسلسلة $\sum S_n$ متباعدة

س1463 **النهايات والصيغ غير المحددة** — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: أوجد قيمة الثابت c الذي يجعل $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3x^2 - 5x + c}{x - 1} = 1$

الخيارات:

أ) 1

ب) 2

ج) 3

د) 4

الإجابة: (ب) 2

التلميح: المقام يساوي صفرًا عند $x = 1$، فما الذي يجب أن يحدث للبسط عندها كي تكون النهاية عددًا حقيقيًا؟

الحل:

١. المقام يساوي 0 عند $x = 1$

٢. لتكون النهاية عددًا حقيقيًا يجب أن يساوي البسط 0 عند $x = 1$ أيضًا

٣. بالتعويض في البسط:

$$3(1)^2 - 5(1) + c = 0$$

٤. إذن:

$$c = 2$$

٥. للتحقق نحلّل البسط ونختصر:

$$\frac{3x^2-5x+2}{x-1}=\frac{(3x-2)(x-1)}{x-1}=3x-2$$

٦. النهاية:

$$\lim_{x\to 1}(3x-2)=1$$

س1536 **قاعدة اشتقاق الثابت** – خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: أوجد مشتقة الدالة الثابتة $f(x)=5\pi^2$

الخيارات:

أ) 0

ب) 5π

ج) 10π

د) 1

الإجابة: (أ) 0

التلميح: هل يحتوي المقدار $5\pi^2$ على المتغير x؟

الحل:

١. المقدار $5\pi^2$ عدد ثابت لا يحتوي على المتغير x

٢. مشتقة أي ثابت تساوي صفرًا:

$$\frac{d}{dx}(c)=0$$

٣. إذن:

$$f'(x)=\frac{d}{dx}\left(5\pi^2\right)=0$$

٤. الخيار 10π ناتج اشتقاق خاطئ يعامل π كأنها متغير

س1537 **التكامل بالتعويض** – خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: احسب قيمة التكامل المحدد $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x}\,dx$

الخيارات:

أ) 0

ب) $\frac{1}{4}$

ج) $\frac{1}{2}$

د) 1

الإجابة: (ج) $\frac{1}{2}$

التلميح: لاحظ أن $\frac{1}{x}$ هي مشتقة $\ln x$، فاستعمل التعويض $u=\ln x$.

الحل:

١. نستعمل التعويض:

$$u=\ln x$$

٢. فيكون:

$$du=\frac{1}{x}\,dx$$

٣. نغيّر حدّي التكامل، فالحد الأدنى:

$$x=1\Rightarrow u=\ln 1=0$$

٤. والحد الأعلى:

$$x = e \Rightarrow u = \ln e = 1$$

٥. فيصبح التكامل:

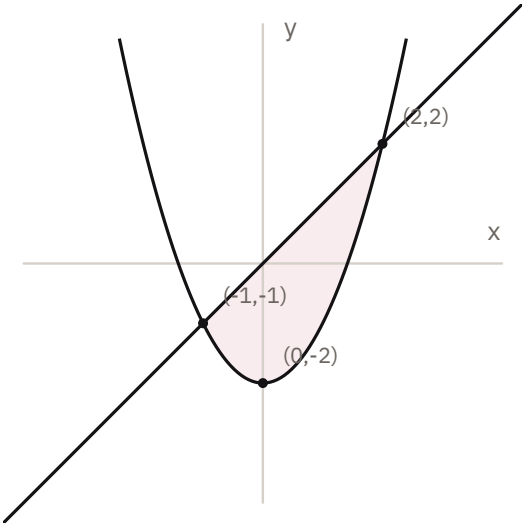
$$\int_0^1 u\,du$$

٦. بالتكامل والتعويض بالحدين:

$$\left[\frac{u^2}{2}\right]_0^1 = \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$$

س1538 **التكامل والمساحة بين منحنيين** – خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: أي التكاملات الآتية يمثل مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين $y = x^2 - 2$ و $y = x$ المرسومين، بين نقطتي تقاطعهما؟



الخيارات:

أ) $\int_{-1}^{2} (x - x^2 + 2)\,dx$

ب) $\int_{-1}^{2} (x^2 - x - 2)\,dx$

ج) $\int_{0}^{2} (x - x^2 + 2)\,dx$

د) $\int_{-1}^{2} (x + x^2 - 2)\,dx$

الإجابة: أ) $\int_{-1}^{2} (x - x^2 + 2)\,dx$

التلميح: أوجد نقطتي التقاطع لتكونا حدّي التكامل، ثم اطرح المنحنى الأسفل من الأعلى.

الحل:

١. نوجد نقطتي التقاطع بمساواة المنحنيين:

$$x^2 - 2 = x$$

٢. بنقل الحدود إلى طرف واحد:

$$x^2 - x - 2 = 0$$

٣. بالتحليل:

$$(x - 2)(x + 1) = 0$$

٠٤. إذن حدّا التكامل:

$$x = -1 \quad , \quad x = 2$$

٠٥. نختبر نقطة بين الحدين هي $x = 0$

٠٦. قيمة المستقيم عندها 0، وقيمة القطع المكافئ -2

٠٧. إذن المستقيم $y = x$ هو المنحنى الأعلى في هذه الفترة

٠٨. المساحة تكامل الفرق (الأعلى ناقص الأسفل):

$$A = \int_{-1}^{2} \left(x - (x^2 - 2)\right) dx$$

٠٩. بالتبسيط:

$$A = \int_{-1}^{2} \left(x - x^2 + 2\right) dx$$

٠١٠. وقيمة هذه المساحة:

$$\left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 2x\right]_{-1}^{2} = \frac{10}{3} + \frac{7}{6} = \frac{9}{2}$$

٠١١. تكامل الخيار ب هو سالب التكامل الصحيح، فناتجه $-\dfrac{9}{2}$

٠٢١. الخيار ج يبدأ من 0 بدل نقطة التقاطع -1

س1539 النهايات عند ما لا نهاية – خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: احسب النهاية $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{4n^2 + n\sin n + 20}{n^2}$

الخيارات:

أ) 0

ب) 1

ج) 4

د) ∞

الإجابة: (ج) 4

التلميح: اقسم كل حد في البسط على n^2، وتذكّر أن $\sin n$ محصورة بين -1 و1.

الحل:

٠١. نقسم كل حد في البسط على n^2:

$$\frac{4n^2 + n\sin n + 20}{n^2} = 4 + \frac{\sin n}{n} + \frac{20}{n^2}$$

٠٢. بما أن $-1 \le \sin n \le 1$، فإن:

$$-\frac{1}{n} \le \frac{\sin n}{n} \le \frac{1}{n}$$

٠٣. الطرفان يؤولان إلى 0، فبنظرية الإحصار:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sin n}{n} = 0$$

٠٤. والحد الأخير:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{20}{n^2} = 0$$

٠٥. إذن النهاية:

$$4 + 0 + 0 = 4$$

س1540 المتتابعات الحسابية — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: متتابعة حسابية حدها الثالث $a_3 = 11$، وحدها السادس $a_6 = 20$. إذا كان $a_n = 35$، فما قيمة n التي تمثل رتبة الحد الأخير؟

الخيارات:

أ) 9

ب) 10

ج) 11

د) 12

الإجابة: (ج) 11

التلميح: الفرق بين الحدين السادس والثالث يساوي ثلاثة أضعاف أساس المتتابعة.

الحل:

١. بين الحد الثالث والسادس ثلاث خطوات، فالفرق بينهما ثلاثة أضعاف الأساس:

$$a_6 - a_3 = 3d$$

٢. بالتعويض:

$$20 - 11 = 3d$$

٣. إذن:

$$d = \frac{9}{3} = 3$$

٤. الحد العام للمتتابعة الحسابية:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

٥. من الحد الثالث:

$$11 = a_1 + 2(3)$$

٦. إذن الحد الأول:

$$a_1 = 5$$

٧. نعوّض عن الحد الأخير:

$$35 = 5 + (n-1)(3)$$

٨. بطرح 5 من الطرفين:

$$30 = 3(n-1)$$

٩. بالقسمة على 3:

$$n - 1 = 10$$

١٠. إذن:

$$n = 11$$

س1541 النقاط الحرجة — خاص بالمستوى الثاني (1448)

السؤال: إذا كانت $f'(0) = 0$ لدالة قابلة للاشتقاق عند الصفر، فكيف تُصنَّف النقطة $x = 0$؟

الخيارات:

أ) نقطة حرجة

ب) نقطة عدم اتصال

ج) قيمة عظمى حتمًا

د) نقطة انعطاف حتمًا

الإجابة: (أ) نقطة حرجة

التلميح: تذكّر تعريف النقطة الحرجة، وانتبه لكلمة «حتمًا» في الخيارين الأخيرين.

الحل:

٠١. النقطة الحرجة نقطة في مجال الدالة تكون عندها المشتقة الأولى صفراً أو غير موجودة
٠٢. المشتقة عند الصفر تساوي صفراً، فالنقطة $x = 0$ نقطة حرجة
٠٣. الدالة قابلة للاشتقاق عند الصفر، فهي متصلة عنده، فليست نقطة عدم اتصال
٠٤. ولا يمكن الجزم بنوع النقطة الحرجة دون معلومات إضافية
٠٥. فمثلًا الدالة $f(x) = x^2$ لها قيمة صغرى عند الصفر
٠٦. والدالة $f(x) = x^3$ لها نقطة انعطاف أفقية عند الصفر
٠٧. وفي الدالتين كلتيهما تساوي المشتقة صفراً عند الصفر

المعيار الثامن: استراتيجيات التعليم والتعلّم

عدد الأسئلة: 39

س939 المعرفة الرياضية (1442، 1444)

السؤال: أي من الآتي لا يُعدّ من عناصر المعرفة الرياضية؟
الخيارات:
أ) المفاهيم
ب) العمليات
ج) التعاميم
د) المهارات
الإجابة: (ب) العمليات
التلميح: عناصر المعرفة الرياضية أربعة، والعمليات إجراء حسابي لا عنصراً معرفياً مستقلاً.
الحل:
عناصر المعرفة الرياضية هي: المفاهيم، التعاميم، المهارات، والخوارزميات. أما العمليات فهي إجراءات تُنفَّذ داخل هذه العناصر ولا تُعدّ عنصراً منها.

س940 طرق التدريس (1442)

السؤال: إذا قام المعلم بتوزيع عدة مثلثات مختلفة الأشكال على طلابه ثم توصّلوا من خلال قياسهم لزواياه الداخلية إلى أن مجموع الزوايا الداخلية في أي مثلث يساوي $180°$، فما هي طريقة التدريس التي وظّفها المعلم؟
الخيارات:
أ) الاستقرائية
ب) الاستنتاجية
ج) حل المشكلات
د) الإلقاء
الإجابة: (أ) الاستقرائية
التلميح: الانتقال من حالات جزئية متعددة إلى قاعدة عامة هو جوهر إحدى الطريقتين.
الحل:
الطالب انتقل من أمثلة جزئية (مثلثات متعددة) إلى قاعدة عامة، وهذا هو الاستقراء. أما الاستنتاجية فتبدأ من القاعدة العامة ثم تُطبَّق على الحالات الجزئية.

س941 طرق التدريس

السؤال: معلم أعطى مجموعة من الأرقام $12, 15, 20, 23$ لتعليم الطلاب قاعدة القسمة على 5، ما هي الطريقة المناسبة للاستخدام؟
الخيارات:
أ) الاستنتاج
ب) الاستقراء
ج) الاستدلال
د) حل المشكلات
الإجابة: (ب) الاستقراء
التلميح: البدء بالأمثلة ثم الوصول إلى القاعدة.
الحل:

المعلم بدأ بأمثلة عددية ليصل الطلاب منها إلى القاعدة العامة، وهذا هو الاستقراء.

س942 أساليب التقويم

السؤال: معلم قسّم الفصل إلى مجموعات وأعطى كل مجموعة ورقة عمل، وعند الانتهاء من الحل تبادل الطلاب الأوراق وكل مجموعة صحّحت ورقة المجموعة الأخرى. ما قام به المعلم يسمى

الخيارات:

أ) تقويم ذاتي
ب) تقويم فردي
ج) تقويم الأقران
د) تقويم وثائقي

الإجابة: (ج) تقويم الأقران

التلميح: الطالب لم يصحّح ورقته بنفسه بل ورقة زميله.

الحل:

عندما يقوّم الطالب عمل زميله يُسمّى ذلك تقويم الأقران. أما التقويم الذاتي فيصحّح فيه الطالب عمله هو.

س947 التفكير الرياضي

السؤال: تسمى المهارة التي لا يمكن إدراكها من خلال حواسنا الخمس

الخيارات:

أ) البرهان الرياضي
ب) التمثيل الرياضي
ج) التواصل الرياضي
د) التفكير الرياضي

الإجابة: (د) التفكير الرياضي

التلميح: المهارة المقصودة عملية ذهنية داخلية لا مخرج ملموساً لها.

الحل:

التفكير الرياضي نوع من الاستنتاج للأفكار الرياضية التي لا يمكن إدراكها بالحواس الخمس، بخلاف التمثيل والتواصل اللذين لهما مخرجات ملموسة.

س951 مستويات بلوم

السؤال: اختبر معلم طلابه بطرح أسئلة سابقة مع تغيير الأرقام. يقيس المعلم مستوى

الخيارات:

أ) التحليل
ب) التطبيق
ج) الفهم
د) التذكر

الإجابة: (ب) التطبيق

التلميح: استعمال إجراء أو قانون معلوم على معطيات (أرقام) جديدة لم يسبق التدرّب عليها بعينها هو المثال الكلاسيكي لمستوى التطبيق في تصنيف بلوم، لا الفهم.

الحل:

الفهم يقيس شرح الفكرة أو إعادة صياغتها أو ترجمتها بصورة مختلفة، أما استخدام الإجراء نفسه على بيانات رقمية جديدة بنفس الخطوات فهو توظيف لمهارة متعلَّمة في موقف جديد ومحدد — وهذا تعريف مستوى التطبيق تحديدًا.

س954 مستويات بلوم

السؤال: معلم حل مثالاً مع طلابه ثم أعاد صياغته بتغيير الأفكار، يريد قياس
الخيارات:
أ) الفهم
ب) التذكر
ج) التطبيق
د) التحليل
الإجابة: (ج) التطبيق
التلميح: تغيير الأفكار (لا الأرقام فقط) يعني نقل المعرفة إلى موقف جديد.
الحل:
توظيف ما تعلّمه الطالب في موقف جديد مختلف الصياغة هو مستوى التطبيق.

س956 الوسائل واليدويات (1448)

السؤال: تُستخدم العيدان الملوّنة في
الخيارات:
أ) منازل الأعداد
ب) الكسور
ج) التفكير المنطقي
د) الأطوال
الإجابة: (ب) الكسور
التلميح: فكّر في أداة بأطوال وألوان متدرّجة تمثّل كل منها جزءًا من الكل بنسبة ثابتة.
الحل:
العيدان الملوّنة (عيدان كوزنير) تمثّل أجزاء الكل بأطوال وألوان متدرّجة، فيقارن الطالب بصريًا بين عود وآخر، وهذا ما يوضّح مفهوم الكسر كجزء من كل.

س958 المفاهيم الرياضية

السؤال: مفهوم التطبيق هو نفسه مفهوم
الخيارات:
أ) الدالة
ب) العلاقة
ج) التحويل الخطي
د) التشاكل (هوموmorphism)
الإجابة: (أ) الدالة
التلميح: المصطلحان مترادفان في الرياضيات، أحدهما شائع في المغرب العربي والآخر في المشرق.
الحل:
التطبيق والدالة مصطلحان مترادفان يدلّان على المفهوم نفسه: علاقة يرتبط فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط في المدى.

س961 المهام مفتوحة النهاية

السؤال: تُعدّ المهام المفتوحة النهاية من الاتجاهات الحديثة في تعلّم الرياضيات، فأي مما يأتي يمثّل مهمة مفتوحة النهاية؟
الخيارات:
أ) إذا كان قياس زاويتين في مثلث $60°$ و $25°$، أوجد قياس الزاوية الأخرى
ب) إذا كانت نسبة الماء إلى اليابسة في الكرة الأرضية 7 : 3، فما النسبة المئوية للماء؟
ج) إذا كانت 84 كعكة تكفي 28 طفلاً، فكم كعكة تكفي لاحتفال 30 طفلاً؟

د) اكتب ثلاثة كسور اعتيادية يمكن كتابتها على صورة نسبة مئوية تقع بين 50% و 75%

الإجابة: (د) اكتب ثلاثة كسور اعتيادية يمكن كتابتها على صورة نسبة مئوية تقع بين 50% و 75%

التلميح: المهمة المفتوحة لها أكثر من إجابة صحيحة، لا إجابة واحدة.

الحل:

الخيارات (أ) و(ب) و(ج) لكلٍّ منها إجابة وحيدة. أما (د) فيوجد عدد لا نهائي من الكسور بين $\frac{50}{100}$ و $\frac{75}{100}$، فهي مفتوحة النهاية.

س964 المعرفة الرياضية

السؤال: "تفسير البيانات الإحصائية" يُعدّ رياضياً

الخيارات:

أ) مفهوماً

ب) علاقة

ج) تعميماً

د) مهارة

الإجابة: (د) مهارة

التلميح: التفسير أداء يقوم به المتعلم لا مصطلحاً يُعرَّف.

الحل:

المهارة أداء يتقنه المتعلم بالممارسة، والتفسير أداء إجرائي. أما المفهوم فمصطلح له تعريف، والتعميم علاقة ثابتة بين مفهومين.

س965 المعرفة الرياضية

السؤال: المعرفة الرياضية التي تُعرَّف بأنها (علاقة ثابتة بين مفهومين رياضيين أو أكثر) تسمى

الخيارات:

أ) تعميماً رياضياً

ب) مهارة رياضية

ج) مشكلة رياضية

د) مصطلحاً رياضياً

الإجابة: (أ) تعميماً رياضياً

التلميح: التعريف نفسه هو تعريف أحد عناصر المعرفة الرياضية الأربعة.

الحل:

التعميم الرياضي هو علاقة ثابتة بين مفهومين أو أكثر، مثل القوانين والنظريات والقواعد.

س974 المعرفة الرياضية

السؤال: تُصنَّف كلٌّ من: "الزاوية، المثلث، التوازي" على أنها

الخيارات:

أ) تعميمات

ب) مهارات

ج) نظريات

د) مفاهيم

الإجابة: (د) مفاهيم

التلميح: كلٌّ منها مصطلح له تعريف وأمثلة ولا أمثلة.

الحل:

المفهوم مصطلح رياضي له تعريف وخصائص وأمثلة، وهذه الثلاثة كذلك. أما التعميم فعلاقة ثابتة بين مفهومين أو أكثر.

س976 مهارات التفكير الإبداعي

السؤال: عندما تبتكر طرقاً جديدة، تنمّي لديك مهارة
الخيارات:
أ) المرونة
ب) الأصالة
ج) الطلاقة
د) الإفاضة
الإجابة: (ب) الأصالة
التلميح: كلمة "جديدة وغير مألوفة" هي المفتاح.
الحل:
الأصالة قدرة الفرد على إنتاج أفكار أو حلول جديدة غير مألوفة للمشكلة. أما المرونة فتغيير التفكير بتغيّر الموقف، والطلاقة إنتاج أكبر عدد من الأفكار.

س977 المفاهيم الرياضية

السؤال: أيهما صحيحة؟
الخيارات:
أ) كل علاقة تطبيق وكل تطبيق تقابل
ب) كل تطبيق تقابل وكل علاقة تطبيق
ج) كل تقابل تطبيق وكل تطبيق علاقة
د) كل علاقة تقابل وكل تطبيق تقابل
الإجابة: (ج) كل تقابل تطبيق وكل تطبيق علاقة
التلميح: رتّب المفاهيم من الأعمّ إلى الأخصّ: علاقة ← تطبيق ← تقابل.
الحل:
العلاقة أعمّ من التطبيق (الدالة)، والتطبيق أعمّ من التقابل. فكل تقابل تطبيق، وكل تطبيق علاقة، والعكس غير صحيح.

س978 طرق التدريس

السؤال: أعطى معلم طلابه منقلة، وطلب منهم قياس الزوايا حول مركز عدة دوائر وجمع قياساتها بأنفسهم في كل دائرة، دون أن يخبرهم مسبقًا بأي قاعدة. فتوصّل الطلاب من نتائج قياساتهم المتكررة إلى أن مجموع الزوايا حول المركز يساوي 360° في كل مرة. ما طريقة التدريس التي طبّقها المعلم؟
الخيارات:
أ) التركيبية
ب) التحليلية
ج) الاستقرائية
د) الاستنتاجية
الإجابة: (ج) الاستقرائية
التلميح: الطلاب قاسوا بأنفسهم قبل الوصول إلى القاعدة.
الحل:
القياس العملي المتكرّر للوصول إلى القاعدة العامة هو الاستقراء.

س986 نظريات التعلّم (1444)

السؤال: يمكن اكتساب المعلومات الرياضية من خلال المراحل الستة للمفاهيم الرياضية وتبدأ من اللعب الحر إلى الترميز، للعالم
الخيارات:
أ) بياجيه

ب) جانييه
ج) برونر
د) دينز
الإجابة: (د) دينز
التلميح: صاحب المراحل الست واللعب الحر متخصّص في تعلّم الرياضيات تحديداً.
الحل:
دينز صاحب نظرية المراحل الست لتعلّم المفاهيم الرياضية، وتبدأ باللعب الحر وتنتهي بالترميز.

س992 تدريس المفاهيم

السؤال: عرض معلم مثالاً على شبه المنحرف بعد أن عرض عدة أمثلة على متوازي الأضلاع. إن المعلم بذلك يريد توصيل المعلومة إلى طلابه عن طريق
الخيارات:
أ) المفاهيم
ب) القواعد
ج) التعاميم
د) الحقائق
الإجابة: (أ) المفاهيم
التلميح: الأمثلة واللاأمثلة أسلوب تدريس أحد عناصر المعرفة تحديداً.
الحل:
تدريس المفاهيم يعتمد على الأمثلة واللاأمثلة، وشبه المنحرف هنا لا مثال لمتوازي الأضلاع.

س995 البراعة الرياضية

السؤال: يُعدّ التقدير والحساب الذهني
الخيارات:
أ) حسّاً عددياً
ب) تفكيراً رياضياً
ج) تفكيراً حاسوبياً
د) استنتاجياً
الإجابة: (أ) حسّاً عددياً
التلميح: المصطلح يدلّ على الإحساس بمعقولية الأعداد وعلاقاتها.
الحل:
الحسّ العددي هو القدرة على فهم الأعداد وعلاقاتها والحكم على معقولية النتائج، ويشمل التقدير والحساب الذهني.

س996 نظريات التعلّم (1444)

السؤال: صاحب نظرية التعلّم بالاكتشاف
الخيارات:
أ) بياجيه
ب) أوزبل
ج) برونر
د) دينز
الإجابة: (ج) برونر
التلميح: أوزبل صاحب التعلّم ذي المعنى، وبياجيه صاحب مراحل النمو المعرفي.
الحل:

برونر صاحب نظرية التعلّم بالاكتشاف، التي يصل فيها المتعلم إلى المعرفة بنفسه.

س997 معالجة صعوبات التعلّم

السؤال: معلم لا يفرّق طلابه بين تمثيلات الدوال الخطية، ما هي الطريقة الصحيحة التي يجب على المعلم اتّباعها؟
الخيارات:
أ) يعطي أمثلة من واقع الحياة
ب) عرض أشكال مختلفة للدالة الخطية بيانياً
ج) تمثيل الدوال على نفس الرسمة
الإجابة: (ب) عرض أشكال مختلفة للدالة الخطية بيانياً
التلميح: المشكلة في التمييز بين التمثيلات، فالعلاج يكون بعرضها متمايزة.
الحل:
عرض أشكال مختلفة للدالة الخطية بيانياً يساعد الطالب على تمييز الفروق بين التمثيلات، وهو علاج مباشر للصعوبة.

س999 مقاييس التشتت

السؤال: أي المقاييس التالية يقيس تباعد وتقارب البيانات؟
الخيارات:
أ) الوسيط
ب) المتوسط الحسابي
ج) المنوال
د) الانحراف المعياري
الإجابة: (د) الانحراف المعياري
التلميح: ثلاثة من الخيارات مقاييس نزعة مركزية لا تشتت.
الحل:
الوسيط والمتوسط والمنوال مقاييس نزعة مركزية تصف مركز البيانات. أما الانحراف المعياري فمقياس تشتت يصف تباعد البيانات عن متوسطها.

س1000 تدريس المفاهيم (1446)

السؤال: شرحت المعلمة للطالبات نظرية فيثاغورس على مثلث غير قائم الزاوية لتثبت لهم أن النظرية تنطبق فقط على المثلث قائم الزاوية، الذي طبّقته المعلمة هو
الخيارات:
أ) التعميم
ب) اللاأمثلة
ج) التهيئة
د) التفسير
الإجابة: (ب) اللاأمثلة
التلميح: المثال المعروض لا ينتمي للمفهوم بل يوضّح حدوده.
الحل:
اللاأمثلة هي الحالات التي لا ينطبق عليها المفهوم، وتُستخدم لتحديد حدود المفهوم ومنع التعميم الخاطئ.

س1002 طرق التدريس

السؤال: الطريقة التي يبدأ فيها المعلم بإعطاء أمثلة للوصول إلى القاعدة تسمى
الخيارات:
أ) الاستقراء
ب) الاستنتاج

ج) الاستدلال
د) حل المشكلات
الإجابة: (أ) الاستقراء
التلميح: من الجزئي إلى الكلي.
الحل:
الاستقراء هو الانتقال من الأمثلة الجزئية إلى القاعدة العامة، والاستنتاج عكسه.

س1005 تصنيف المفاهيم

السؤال: المساحة مفهوم
الخيارات:
أ) رمزي
ب) تجريدي
ج) تطبيقي
د) بحت
الإجابة: (ج) تطبيقي
التلميح: فكّر في نشأة المفهوم: هل يرتبط مباشرة بقياس شيء محسوس في الواقع، أم هو بناء رياضي مجرّد لا مقابل مادي مباشر له؟
الحل:
المساحة مفهوم تطبيقي؛ فهي مرتبطة مباشرة بقياس سطوح حقيقية محسوسة (الأرض، الغرفة، القطعة...)، على عكس المفاهيم المجردة البحتة التي تُبنى داخل الرياضيات دون مقابل مادي مباشر (كالمجموعة أو الدالة بصورتها المجردة).

س1012 نظريات التعلّم (1446)

السؤال: عندما يقوم طالب بحل مسألة رياضية لكنه لا يركّز على التفاصيل الصغيرة لكل خطوة لحفظها، ولكنه فاهم حل المسألة ككل بصورتها النهائية. أي عالم يصنّف له هذا النوع من التفكير؟
الخيارات:
أ) الجشطلت
ب) جليفورد
ج) فيجوتسكي
د) بياجيه
الإجابة: (أ) الجشطلت
التلميح: المدرسة التي ترى أن الكل أكبر من مجموع أجزائه.
الحل:
نظرية الجشطلت ترى أن الإدراك يكون للكل قبل الأجزاء، وأن فهم البنية الكلية أهم من حفظ التفاصيل الجزئية.

س1154 نظريات التعلّم (مراحل بياجيه) (1447)

السؤال: حسب تصنيف بياجيه لمراحل النمو المعرفي، يُفترض أن يكون طالب المرحلة الثانوية قد وصل إلى مرحلة
الخيارات:
أ) الحسية الحركية
ب) ما قبل العمليات
ج) العمليات المادية (المحسوسة)
د) العمليات المجردة (الشكلية)
الإجابة: (د) العمليات المجردة (الشكلية)
التلميح: رتّب مراحل بياجيه زمنيًا، وحدّد المرحلة التي تبدأ نحو سن الحادية عشرة أو الثانية عشرة.
الحل:
١. مراحل بياجيه: الحسية الحركية (0–2)، ما قبل العمليات (2–7)، العمليات المادية (7–11)، العمليات المجردة (11 فما فوق)

٢. طالب المرحلة الثانوية يتجاوز 15 سنة غالبًا، فهو في مرحلة العمليات المجردة (الشكلية) القادرة على التفكير الافتراضي والاستدلال المجرد

س1183 مكوّنات الكفاءة الرياضية (1448)

السؤال: حلّ معلّم مسألتين رياضيتين بطريقتين مختلفتين أمام طلابه، ثم طلب منهم حل أكبر عدد ممكن من المسائل المشابهة خلال أسئلة (تأكّد وتدرّب). أي مكوّنات الكفاءة الرياضية يُنمّيها هذا النشاط بشكل أساسي؟

الخيارات:

أ) الطلاقة الإجرائية
ب) الكفاءة الاستراتيجية
ج) استيعاب مفاهيمي
د) استدلال تكيّفي

الإجابة: (أ) الطلاقة الإجرائية

التلميح: فكّر في الفرق بين فهم المفهوم لأول مرة، وبين إتقان تنفيذ خطواته بسرعة ودقة ومرونة بعد تكرار التمرين.

الحل:

١. عرض المعلّم طريقتين مختلفتين للحل يُظهر مرونة في الإجراء، وطلبه حل أكبر عدد من المسائل عبر "تأكّد وتدرّب" يبني السرعة والدقة في التنفيذ.

٢. الجمع بين الدقة والكفاءة والمرونة في تنفيذ الإجراءات هو تعريف "الطلاقة الإجرائية" (fluency procedural)، أحد مكوّنات الكفاءة الرياضية الخمسة.

س1184 أدوات تدريس الكسور (1448)

السؤال: للمقارنة بين الكسور، أي الأدوات الآتية يستخدمها المعلّم؟

الخيارات:

أ) النمذجة
ب) القائمة المنظمة
ج) قطع العدّ
د) الميزان الحاسوبي

الإجابة: (أ) النمذجة

التلميح: فكّر في تمثيل حسّي أو بصري يوضّح حجم كل كسر من الكل، كأشرطة الكسور أو الرسوم التوضيحية.

الحل:

١. مقارنة الكسور تتطلب تمثيلها حسيًا أو بصريًا عبر نماذج توضح حجم كل جزء مقارنة بالكل (مثل أشرطة الكسور أو الرسوم التوضيحية).

٢. هذا هو دور "النمذجة"، بخلاف القائمة المنظمة (لتنظيم الحالات في حل المسائل)، وقطع العدّ والميزان الحاسوبي (أدوات لا تمثّل الخيار الأنسب لتوضيح مقارنة الكسور).

س1210 الكفاءة الرياضية ومكوّناتها

السؤال: أي التالي ليس من مكوّنات البراعة الرياضية؟

الخيارات:

أ) الاستيعاب المفاهيمي
ب) التفكير الرياضي
ج) الاستدلال التكيّفي
د) الكفاءة الاستراتيجية

الإجابة: (ب) التفكير الرياضي

التلميح: مكوّنات البراعة الرياضية خمسة محدّدة بالاسم؛ تذكّرها وابحث عن الخيار الذي ليس منها.

الحل:

مكوّنات البراعة الرياضية الخمسة هي: الاستيعاب المفاهيمي، والطلاقة الإجرائية، والكفاءة الاستراتيجية، والاستدلال التكيّفي، والرغبة المنتجة.

"التفكير الرياضي" مصطلح تربوي أعمّ وليس أحد هذه المكوّنات الخمسة بالتحديد.

س1211 المفاهيم الرياضية وأنواعها

السؤال: المفهوم الذي يدلّ على شيء معيّن يميّزه عن غيره من الأشياء

الخيارات:

أ) المفهوم المجرد
ب) المفهوم الوصفي
ج) المفهوم الحسي
د) المفهوم الدلالي

الإجابة: (ج) المفهوم الحسي

التلميح: فكّر في مفهوم يُدرَك بالحواس ويشير إلى شيء بعينه، لا إلى صفة مشتركة بين مجموعة أشياء.

الحل:

المفهوم الحسي يرتبط بشيء محسوس محدَّد يمكن إدراكه وتمييزه عن غيره (مثل "هذا المثلث")، بخلاف المفهوم المجرد الذي يصف خاصية مشتركة لا شيئًا بعينه.

س1212 المفاهيم الرياضية وأنواعها

السؤال: المفهوم الذي لا يدلّ على شيء معيّن، إنما يحدّد خاصية معيّنة تتصف بها مجموعة من الأشياء

الخيارات:

أ) المفهوم المجرد
ب) المفهوم الوصفي
ج) المفهوم الحسي
د) المفهوم الدلالي

الإجابة: (أ) المفهوم المجرد

التلميح: عكس المفهوم الحسي تمامًا: لا يشير إلى شيء واحد بعينه، بل إلى خاصية تجمع عدة أشياء.

الحل:

المفهوم المجرد يصف خاصية أو علاقة مشتركة بين مجموعة من الأشياء (مثل "الزوجية" أو "التوازي")، لا شيئًا محسوسًا بعينه، وهذا عكس المفهوم الحسي تمامًا.

س1213 التقويم وأساليب التدريس

السؤال: عندما يتبادل طلاب المجموعات حلولهم، يُسمّى ذلك

الخيارات:

أ) تدريس الأقران
ب) تقويم الأقران
ج) تقويم تكويني
د) تقويم نهائي

الإجابة: (ب) تقويم الأقران

التلميح: تبادل الحلول بين الطلاب يعني أن كل طالب يراجع وينقد حلّ زميله، لا أن يعلّمه مفهومًا جديدًا.

الحل:

عندما يراجع الطلاب حلول بعضهم بعضًا ويقيّمونها، يُسمّى ذلك "تقويم الأقران"، وهو أسلوب تقويمي يعتمد على الطلاب أنفسهم بدلًا من المعلّم وحده.

س1403 مكونات البراعة الرياضية (1447)

السؤال: أحد المكونات الآتية ليس من مكونات البراعة الرياضية
الخيارات:
أ) الاستيعاب المفاهيمي
ب) الرغبة المنتجة
ج) التعميمات
د) الكفاءة الاستراتيجية
الإجابة: (ج) التعميمات
التلميح: مكونات البراعة الرياضية الخمسة: الاستيعاب المفاهيمي، الطلاقة الإجرائية، الكفاءة الاستراتيجية، الاستدلال التكيفي، والميل الإنتاجي (الرغبة المنتجة).
الحل:
١. "التعميمات" ليست أحد المكونات الخمسة المعتمدة للبراعة الرياضية، بل هي مهارة استدلال عامة.

س1406 المفاهيم الهندسية (1447)

السؤال: أي شكل من الأشكال الهندسية الآتية إذا علمنا محيطه عرفنا مساحته؟
الخيارات:
أ) المربع
ب) المستطيل
ج) المثلث قائم الزاوية
د) متوازي الأضلاع
الإجابة: (أ) المربع
التلميح: في المربع، المحيط يحدد طول الضلع وحيدًا، وطول الضلع يحدد المساحة وحيدة؛ أما بقية الأشكال فمحيطها لا يحدد أبعادها بصورة وحيدة.
الحل:
١. محيط المربع $= 4s$، فمعرفة المحيط تحدد s وحيدًا، ومنه تُحسب المساحة s^2 وحيدة. أما المستطيل أو متوازي الأضلاع فلهما أبعاد متعددة بالمحيط نفسه ومساحات مختلفة.

س1407 تصنيف المفاهيم (1447)

السؤال: مفهوم التوازي والتعامد والتقاطع من المفاهيم
الخيارات:
أ) الحسية
ب) الوصفية
ج) الدلالية
د) المجردة
الإجابة: (د) المجردة
التلميح: هذه مفاهيم علاقية بين عناصر هندسية مجردة (مستقيمات)، لا ترتبط بخاصية محسوسة مباشرة لجسم واحد.
الحل:
١. التوازي والتعامد والتقاطع علاقات مجردة بين مستقيمات، تُدرك ذهنيًا لا عبر خاصية حسية مباشرة، فتصنَّف مفاهيم مجردة.

س1542 البراعة الرياضية (1448)

السؤال: إذا كان المعلم يحل المعادلة $x + 4 = 7$، وذلك بطرح العدد 4 من الطرفين مباشرة، فما الجانب الذي تفتقده هذه الاستراتيجية؟
الخيارات:
أ) الطلاقة الإجرائية
ب) الترابط الرياضي

ج) الاستيعاب المفاهيمي
د) الكفاءة الاستراتيجية
الإجابة: (ج) الاستيعاب المفاهيمي
التلميح: الإجراء نفسه صحيح وسريع، فما الذي لا يظهر للطالب حين يُنفَّذ الإجراء مباشرة؟
الحل:
١. المعلم يطرح العدد 4 من الطرفين:

$$x + 4 - 4 = 7 - 4$$

٢. فيصل إلى الحل:

$$x = 3$$

٣. الإجراء صحيح ومباشر، فالطلاقة الإجرائية متحققة
٤. لكن الاكتفاء بالخطوة لا يوضح سببها، وهو الحفاظ على تساوي طرفي المعادلة
٥. فهم المبادئ والأسباب الرياضية وراء الإجراء هو الاستيعاب المفاهيمي، وهو الجانب المفقود

س1544 طرق التدريس (1448)

السؤال: عرض معلم مجسمات مخروطية متعددة على الطلاب، ثم توصّل الطلاب إلى قاعدة عامة. ما الأسلوب المستخدم؟
الخيارات:
أ) الاستنتاج
ب) الاستقراء
ج) البرهان المباشر
د) التعلم بالتلقين
الإجابة: (ب) الاستقراء
التلميح: هل بدأ الدرس بالقاعدة العامة أم بأمثلة خاصة متعددة؟
الحل:
١. الاستقراء ينطلق من ملاحظة أمثلة وحالات خاصة متعددة للوصول إلى قاعدة أو تعميم عام
٢. المعلم عرض أمثلة متعددة هي المجسمات المخروطية
٣. ثم توصّل الطلاب منها إلى قاعدة عامة
٤. الانتقال هنا من الخاص إلى العام، فالأسلوب هو الاستقراء
٥. الاستنتاج عكسه، إذ يبدأ بالقاعدة العامة ثم يطبقها على الحالات الخاصة

س1546 المعرفة الرياضية (1448)

السؤال: «مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأي مضلع رباعي يساوي 360°». كيف تُصنَّف هذه العبارة؟
الخيارات:
أ) مفهوم رياضي
ب) تعميم رياضي
ج) إجراء حسابي
د) تعريف اصطلاحي
الإجابة: (ب) تعميم رياضي
التلميح: العبارة تصف خاصية مشتركة تنطبق على جميع المضلعات الرباعية.
الحل:
١. التعميم الرياضي عبارة تصف علاقة أو خاصية مشتركة تنطبق على مجموعة من الحالات
٢. العبارة تصف خاصية تنطبق على جميع المضلعات الرباعية، هي مجموع زواياها الداخلية
٣. وهي تربط بين مفهومين (المضلع الرباعي وقياس الزاوية) بعلاقة ثابتة، فهي تعميم رياضي

٠٤. المفهوم الرياضي فكرة مجردة مفردة كالمضلع الرباعي نفسه، والعبارة هنا علاقة لا مفهوم مفرد

المعيار التاسع: حل المسألة واستراتيجياتها

عدد الأسئلة: 28

س944 خطوات بوليا (1442)

السؤال: تحديد الاستراتيجية المناسبة للحل تقع عند العالم بوليا في مرحلة

الخيارات:

أ) الفهم

ب) التخطيط

ج) التنفيذ

د) التحقق

الإجابة: (ب) التخطيط

التلميح: اختيار الطريقة يسبق تنفيذها.

الحل:

خطوات بوليا: الفهم، ثم التخطيط (وفيه تُختار الاستراتيجية)، ثم التنفيذ، ثم التحقق من الحل.

س945 استراتيجيات حل المسألة

السؤال: الطريقة الأنسب لإيجاد الحد التالي في $8, 12, 15, 17, \ldots$

الخيارات:

أ) البحث عن نمط

ب) الرسم

ج) الحل العكسي

د) التخمين والتحقق

الإجابة: (أ) البحث عن نمط

التلميح: المطلوب اكتشاف القاعدة التي تربط الحدود المتتالية.

الحل:

الفروق بين الحدود هي $4, 3, 2$ وهي متناقصة بانتظام، فالمطلوب استكشاف النمط لإيجاد الحد التالي.

س948 استراتيجيات حل المسألة

السؤال: الاستراتيجية المناسبة لحل السؤال "يبيع مطعم 3 أصناف من الطعام أسعارها $25, 35, 60$ ريالاً، إذا كانت مبيعات المطعم 5040 ريالاً في اليوم، فما المبيعات من كل صنف؟"

الخيارات:

أ) الحل العكسي

ب) التبرير المنطقي

ج) التخمين والتحقق

د) حل مسألة أبسط

الإجابة: (ج) التخمين والتحقق

التلميح: الناتج النهائي معلوم ومكوّن من كميات مجهولة متعددة.

الحل:

تُستخدم استراتيجية التخمين والتحقق عندما يكون لدينا ناتج نهائي مكوّن من كميات ونريد معرفة مقدار كل كمية.

س950 استراتيجيات حل المسألة

السؤال: إذا كان عمر سعيد أكبر من عمر محمد بخمس سنوات، ومحمد أكبر من فيصل بخمس عشرة سنة، وفيصل أكبر من أسامة بعشر سنوات، وكان عمر أسامة 15، فكم عمر سعيد؟ أفضل طريقة للحل

الخيارات:

أ) البحث عن نمط
ب) الرسم
ج) الحل العكسي
د) التخمين والتحقق

الإجابة: (ج) الحل العكسي

التلميح: المعلومة المعطاة تخصّ آخر شخص في السلسلة والمطلوب أولها.

الحل:

العمر المعلوم هو عمر أسامة (آخر السلسلة) والمطلوب عمر سعيد (أولها)، فنتراجع بعكس اتجاه العلاقات.

س960 خطوات بوليا

السؤال: عندما يحل الطالب مسألة رياضية، يأخذ بعين الاعتبار المعلومات المهمة والمعلومات ذات العلاقة بالمسألة. ما المرحلة المناسبة لهذا الإجراء؟

الخيارات:

أ) فهم المسألة
ب) وضع الخطة
ج) تنفيذ الخطة
د) التحقق من الحل

الإجابة: (أ) فهم المسألة

التلميح: تمييز المعطيات عن المعلومات الزائدة يسبق التفكير في طريقة الحل.

الحل:

في مرحلة فهم المسألة يتم تحديد المعطيات والشروط والمطلوب، وتمييز المهم من الزائد.

س962 خطوات بوليا

السؤال: طُرح هذا التساؤل في حل المسألة الرياضية: "هل رأيت المشكلة نفسها من قبل بشكل مختلف ولو كان اختلافاً قليلاً؟" يناسب خطوة

الخيارات:

أ) تنفيذ الحل
ب) فهم المشكلة
ج) التخطيط لحل المشكلة
د) مراجعة الحل والتأكد منه

الإجابة: (ج) التخطيط لحل المشكلة

التلميح: استدعاء مسائل مشابهة يهدف إلى اختيار طريقة الحل.

الحل:

استدعاء مسائل سابقة مشابهة أسلوب يساعد في اختيار الاستراتيجية، وهذا يقع في مرحلة التخطيط.

س966 خطوات بوليا

السؤال: الخطوة الأولى في حل المسألة عند (جورج بوليا)

الخيارات:

أ) الحل
ب) الفهم
ج) التحقق

د) التخطيط
الإجابة: (ب) الفهم
التلميح: لا يمكن التخطيط لحل مسألة لم تُفهم بعد.
الحل:
خطوات بوليا بالترتيب: الفهم، التخطيط، التنفيذ، التحقق.

س972 خطوات حل المسألة

السؤال: أي مما يلي ليس من خطوات حل المسألة؟
الخيارات:
أ) الفهم
ب) التحقق
ج) التخطيط للحل
د) العصف الذهني
الإجابة: (د) العصف الذهني
التلميح: ثلاثة من الخيارات من خطوات بوليا الأربع.
الحل:
خطوات بوليا هي: الفهم، التخطيط، التنفيذ، التحقق. أما العصف الذهني فاستراتيجية تدريس عامة لا خطوة من خطوات حل المسألة.

س975 استراتيجيات حل المسألة

السؤال: فيصل أقصر من حاتم بمقدار 15 cm، وحاتم أطول من أسامة بمقدار 10 cm، وأسامة أقصر من نواف بمقدار 20 cm، فإذا كان طول نواف 170 cm، فما طول فيصل؟ الاستراتيجية الأنسب
الخيارات:
أ) البحث عن نمط
ب) التخمين والتحقق
ج) الحل العكسي
د) إنشاء قائمة
الإجابة: (ج) الحل العكسي
التلميح: المعلومة المعطاة في آخر السلسلة والمطلوب في أولها.
الحل:
يُستخدم الحل العكسي في المسائل التي تعطي شروطاً وحقائق ونتيجة نهائية وتطلب شيئاً حدث قبل تلك النتيجة.

س979 استراتيجيات حل المسألة

السؤال: ما الاستراتيجية المناسبة لحل المسألة: إذا كان كل صندوق صغير يحتوي على 4 كرات، وكل صندوق متوسط يحتوي على 6 صناديق صغيرة، وكان لدى المحل 50 صندوقاً متوسط الحجم، فما عدد الكرات الموجودة؟
الخيارات:
أ) الحل العكسي
ب) التبرير المنطقي
ج) حل مسألة أسهل
د) التخمين والتحقق
الإجابة: (ج) حل مسألة أسهل
التلميح: لا يوجد في المسألة أي تخمين — المعطيات كلها محددة بدقة، والمطلوب سلسلة ضرب مباشرة.
الحل:
١. المسألة لا تحتاج تخميناً ولا تحققاً، فكل المعطيات رقمية محددة (4 كرات، 6 صناديق، 50 صندوقاً) والعلاقة بينها ضرب مباشر، فاستراتيجية

"التخمين والتحقق" لا تناسبها.
٢. استراتيجية "حل مسألة أسهل" تناسبها تماماً: نبسّط المسألة أولاً بإيجاد عدد الكرات في صندوق متوسط واحد ($6 \times 4 = 24$ كرة)، وهي مسألة فرعية أبسط من المسألة الكلية.
٣. ثم نعمّم الحل على الخمسين صندوقاً: $24 \times 50 = 1200$ كرة.

س980 استراتيجيات حل المسألة

السؤال: إذا كان عدد الخراف والطيور 64، فكم خروفاً وكم طائراً؟ الاستراتيجية المستخدمة لحل هذه المسألة هي
الخيارات:
أ) الرسم
ب) التخمين والتحقق
ج) النمط
د) الاستنتاج الرياضي
الإجابة: (ب) التخمين والتحقق
التلميح: المجموع معلوم والكميات المكوّنة له مجهولة.
الحل:
عند معرفة الناتج النهائي المكوّن من كميتين مجهولتين، نخمّن قيماً ونتحقق من تحقّقها للشرط.

س987 استراتيجيات حل المسألة

السؤال: إذا اجتمع 8 لاعبين للتدريب على كرة التنس، كم فريقاً مكوّناً من 3 لاعبين يمكن تكوينه منهم؟ ما الاستراتيجية الأنسب لحل هذه المسألة؟
الخيارات:
أ) التبرير المنطقي
ب) الحل عكسياً
ج) قائمة منظّمة
د) أشكال فن
الإجابة: (ج) قائمة منظّمة
التلميح: الحصر المنظّم يمنع التكرار والإغفال عند العدّ.
الحل:
إنشاء قائمة منظّمة يضمن حصر كل الاحتمالات دون تكرار أو إغفال، وهي الاستراتيجية المناسبة لمسائل العدّ.

س989 استراتيجيات حل المسألة

السؤال: إذا لم نجد طريقة مناسبة لحل المسائل نستخدم
الخيارات:
أ) الحل العكسي
ب) البحث عن نمط
ج) التخمين والتحقق
د) الاستدلال المنطقي
الإجابة: (ج) التخمين والتحقق
التلميح: الاستراتيجية التي لا تتطلّب معرفة مسبقة بطريقة الحل.
الحل:
التخمين والتحقق هي الاستراتيجية التي يُلجأ إليها عند عدم وجود طريقة مباشرة، إذ نجرّب ونختبر حتى نصل للحل.

س990 خطوات بوليا

السؤال: يتم ربط معطيات المسألة مع المطلوب عند جورج بوليا في الخطوة

الخيارات:

أ) الفهم
ب) التخطيط
ج) الحل
د) التحقق

الإجابة: (ب) التخطيط

التلميح: فرّق بين "تحديد" المعطيات و"ربطها" بالمطلوب.

الحل:

تحديد المعطيات والمطلوب يقع في مرحلة الفهم، أما ربطهما معاً لرسم مسار الحل فيقع في مرحلة التخطيط.

س994 مفهوم المسألة (1446، 1447)

السؤال: موقف جديد يتعرّض له المتعلم وليس له حل جاهز في ذهنه

الخيارات:

أ) المسألة
ب) المفهوم
ج) التمرين
د) المهارة

الإجابة: (أ) المسألة

التلميح: الفرق الجوهري بين المسألة والتمرين هو وجود طريقة حل جاهزة من عدمه.

الحل:

المسألة موقف جديد ليس للمتعلم حل جاهز له، بخلاف التمرين الذي يعرف الطالب طريقة حله مسبقاً.

س1001 استراتيجيات حل المسألة

السؤال: بكم طريقة يمكن تكوين مستطيل من عدة مستطيلات في صف واحد؟ الاستراتيجية المناسبة للحل

الخيارات:

أ) إنشاء نموذج
ب) التخمين والتحقق
ج) الحل العكسي
د) التبرير المنطقي

الإجابة: (أ) إنشاء نموذج

التلميح: المسألة بصرية تركيبية، فالتجسيد المادي أو الرسمي أنسب.

الحل:

إنشاء نموذج مادي أو رسمي للمستطيلات يسهّل استكشاف الترتيبات الممكنة وعدّها.

س1003 خطوات بوليا

السؤال: تحديد العملية الحسابية لحل المسألة تأتي تحت خطوة

الخيارات:

أ) الفهم
ب) التخطيط
ج) الحل
د) التحقق

الإجابة: (ب) التخطيط

التلميح: اختيار العملية يسبق تنفيذها.
الحل:
تحديد العملية الحسابية المناسبة جزء من رسم خطة الحل، فيقع في مرحلة التخطيط لا التنفيذ.

س1006 خطوات بوليا (1446)

السؤال: الخطوة التي يتم فيها مراجعة الحل في حل المسألة
الخيارات:
أ) الفهم
ب) التخطيط
ج) التنفيذ
د) التحقق
الإجابة: (د) التحقق
التلميح: المراجعة تأتي بعد الوصول إلى الناتج.
الحل:
التحقق هو الخطوة الرابعة والأخيرة عند بوليا، وفيها يُراجَع الحل ويُتأكَّد من معقولية النتيجة.

س1010 استراتيجيات حل المسألة (1446)

السؤال: طالب يركض حول الملعب 18 خطوة للأمام و8 خطوات للخلف، وكان طول المضمار 80 متراً. ما أفضل استراتيجية لمعرفة متى يبلغ الطالب نهاية المضمار؟
الخيارات:
أ) البحث عن نمط
ب) الحل العكسي
ج) تمثيل المسألة
د) التبرير المنطقي
الإجابة: (ج) تمثيل المسألة
التلميح: الحركة ذهاباً وإياباً يصعب تتبّعها ذهنياً دون تجسيد.
الحل:
تمثيل المسألة برسم خط الحركة يوضّح التقدّم الصافي في كل دورة ويسهّل تتبّع موقع الطالب.

س1086 استراتيجيات حل المسألة (1447)

السؤال: يريد مصمم إنشاء علبة عصير "ربيع" على شكل مستطيل، أبعاده الأصلية هي الطول $8\frac{1}{3}$ والعرض $6\frac{2}{4}$. إذا تقرر طرح $1/2$ من كل طرف من أطراف الطول والعرض، فما هي أفضل استراتيجية للحل؟
الخيارات:
أ) إنشاء نموذج (رسم توضيحي).
ب) التخمين والتحقق.
ج) الحل عكسياً.
د) البحث عن نمط.
الإجابة: (أ) إنشاء نموذج (رسم توضيحي).
التلميح: المسألة تصف إعادة تصميم شكل هندسي بتغيير أبعاده من عدة أطراف، فتصوّر التغيير برسم يوضّح أي الأطراف تتغيّر هو أنسب مدخل للحل.
الحل:
١. المسألة تتعلق بتغيّر أبعاد شكل مستطيل (الطول والعرض) بطرح كمية محددة من كل طرف
٢. تصوّر هذا التغيير الهندسي وتتبّع أثره على كل بعد يكون أوضح برسم نموذج (مخطط) للمستطيل قبل التعديل وبعده

٣. أما التخمين والتحقق أو البحث عن نمط أو الحل العكسي فلا تناسب طبيعة المسألة (تعديل مباشر ومعطى لا يحتاج تخميناً ولا عكساً ولا نمطاً متكرراً)

س1155 خطوات بوليا (1447)

السؤال: الطالب الذي يستخدم أسلوب التخمين ويُعطي حلًا للمسألة، في أي مرحلة من مراحل حل المسألة يكون؟

الخيارات:

أ) فهم المسألة
ب) وضع خطة الحل
ج) تنفيذ الخطة
د) مراجعة الحل

الإجابة: (ج) تنفيذ الخطة

التلميح: فرّق بين اختيار الاستراتيجية وبين تطبيقها فعليًا للوصول إلى الناتج.

الحل:

١. مراحل بوليا: فهم المسألة، وضع خطة، تنفيذ الخطة، مراجعة الحل

٢. الطالب هنا يطبّق أسلوب التخمين فعليًا ويقدّم حلًا، أي ينفّذ الخطة

س1166 استراتيجيات حل المسألة (1442)

السؤال: أيٌّ مما يأتي ليس من استراتيجيات حل المسألة؟

الخيارات:

أ) رسم صورة
ب) التخمين والتحقق
ج) البحث عن نمط
د) البرهان الرياضي

الإجابة: (د) البرهان الرياضي

التلميح: ثلاثة من الخيارات طرق يختارها الطالب في مرحلة وضع الخطة لحل المسألة، والرابع معيار من معايير العمليات الرياضية.

الحل:

١. رسم صورة، والتخمين والتحقق، والبحث عن نمط من استراتيجيات حل المسألة المعروفة التي تُختار في مرحلة وضع الخطة.

٢. البرهان الرياضي معيار من معايير العمليات (الاستدلال والبرهان) وليس استراتيجية لحل المسألة.

س1172 استراتيجيات حل المسألة

السؤال: طلب معلّم من طلابه كتابة قصة رياضية تحتوي على عمليتي جمع وطرح، وينتمي ناتجها إلى العدد 24. أي استراتيجيات حل المسألة الآتية يستخدمها الطلاب في هذا النشاط؟

الخيارات:

أ) البحث عن نمط
ب) الرسم
ج) إنشاء نموذج
د) التمثيل بالصور

الإجابة: (د) التمثيل بالصور

التلميح: النشاط يحوّل المسألة الرياضية إلى سياق حكائي (قصة) لا إلى شكل أو رسم هندسي.

الحل:

١. كتابة قصة تجسّد عملية حسابية هو تحويل للمسألة من صيغتها الرمزية إلى موقف أو سياق يمثّلها.

٢. هذا التمثيل السياقي/الوصفي هو استراتيجية "التمثيل بالصور" (تمثيل المسألة بموقف أو قصة مصوَّرة)، لا الرسم الهندسي المباشر ولا إنشاء نموذج

مادي.

س1294 مهارات التفكير الرياضي (1447)

السؤال: الاستقراء، والاستنتاج، والتعميمات، والبرهان، والتحليل والتفسير، مهارات من

الخيارات:

أ) التفكير الرياضي
ب) الترابط الرياضي
ج) التواصل الرياضي
د) التمثيل الرياضي

الإجابة: (أ) التفكير الرياضي

التلميح: هذه العمليات العقلية (الاستقراء، الاستنتاج، البرهان...) هي أدوات التفكير نفسه، لا وسائل ربط مفاهيم أو نقلها أو تمثيلها.

الحل:

١. الترابط الرياضي يخص ربط المفاهيم الرياضية ببعضها أو بمجالات أخرى، والتواصل الرياضي يخص نقل الأفكار الرياضية (قراءة/كتابة/استماع)، والتمثيل الرياضي يخص صور عرض الفكرة (رمزي/بياني/محسوس).

٢. أما الاستقراء والاستنتاج والتعميم والبرهان والتحليل والتفسير فهي عمليات عقلية تُعرِّف جوهر "التفكير الرياضي" نفسه.

س1296 استراتيجيات حل المسألة (1447)

السؤال: تخمين حل المسألة ثم التحقق منه يكون في أي مرحلة من مراحل حل المسألة عند جورج بوليا؟

الخيارات:

أ) الفهم
ب) التخطيط
ج) التنفيذ
د) التحقق من الحل

الإجابة: (ب) التخطيط

التلميح: التخمين والتحقق أسلوب من أساليب اختيار استراتيجية الحل، لا تنفيذها ولا مراجعتها بعد الانتهاء.

الحل:

١. خطوات بوليا الأربع: الفهم، التخطيط (اختيار استراتيجية الحل مثل التخمين والتحقق أو الرسم أو حل مسألة أسهل)، التنفيذ (تطبيق الاستراتيجية المختارة فعليًا)، والتحقق من الحل (مراجعة النتيجة النهائية).

٢. "التخمين والتحقق" هو اسم استراتيجية تُختار ضمن مرحلة التخطيط، فهي جزء من هذه المرحلة لا مرحلة منفصلة.

س1316 استراتيجيات حل المسألة (1447)

السؤال: يتم استعمال قطعة مستطيلة الشكل طولها 11 سم وعرضها $8\frac{1}{2}$ سم لصناعة علبة عصير من الكرتون، وذلك بقطع $1\frac{1}{2}$ سم من رؤوس المستطيل. ما الاستراتيجية المناسبة لحل هذه المسألة (إيجاد حجم العلبة)؟

الخيارات:

أ) البحث عن نمط
ب) الحل العكسي
ج) إنشاء نموذج
د) التخمين والتحقق

الإجابة: (ج) إنشاء نموذج

التلميح: المسألة تتطلب تصوّر الشكل ثلاثي الأبعاد الناتج عن القطع والطي، لا حسابًا مباشرًا ولا تخمينًا.

الحل:

بناء العلبة من القطعة المستوية (بعد قطع الزوايا وطي الأضلاع) يتطلب تمثيل الموقف بنموذج هندسي ثلاثي الأبعاد لفهم أبعاده قبل حساب

حجمه، وهذا جوهر استراتيجية "إنشاء نموذج".

س1344 استراتيجيات حل المسألة (1446)

السؤال: عدد مقسوم على 2، وطُرح منه 6، كان الناتج 18، فما أفضل استراتيجية لحل هذا السؤال؟
الخيارات:
أ) الحل العكسي
ب) التخمين والتحقق
ج) القائمة المنظمة
د) الاستدلال الرياضي

الإجابة: (أ) الحل العكسي

التلميح: المسألة تعطي ناتج العمليات المتتالية وتطلب العدد الأصلي؛ هذا يناسب عكس العمليات بدءًا من الناتج.
الحل:
١. نعكس العمليات بالترتيب المعاكس بدءًا من الناتج 18: نضيف 6 ثم نضرب في 2
٢. $(18 + 6) \times 2 = 48$، وهذا هو العدد الأصلي — وهذا تحديدًا أسلوب "الحل العكسي".

س1543 استراتيجيات حل المسألة (1448)

السؤال: ملعب طوله 84 مترًا، إذا مشى طالب 20 مترًا للأمام، ثم مشى 8 أمتار للخلف، فما الطريقة المناسبة لحل المسألة؟
الخيارات:
أ) التخمين
ب) الحل العكسي
ج) البحث عن نمط
د) الرسم أو التمثيل

الإجابة: (د) الرسم أو التمثيل

التلميح: المسألة تصف حركة في اتجاهين متعاكسين على مسار مستقيم؛ ما الذي يوضح ذلك بصريًا؟
الحل:
١. المسألة تصف حركة للأمام ثم للخلف على مسار مستقيم
٢. رسم خط أعداد يمثل الحركة يوضح الاتجاهين ويميّز التقدم من التراجع بصريًا
٣. يبدأ الطالب من نقطة البداية فيتقدم 20 مترًا ثم يرجع 8 أمتار
٤. فيكون بُعده عن نقطة البداية:

$$20 - 8 = 12$$

٥. طول الملعب 84 مترًا معلومة لا تلزم للحل
٦. الحل العكسي يناسب معرفة النهاية والبحث عن البداية، والبحث عن نمط يناسب التكرار المنتظم، ولا شيء منهما في المسألة

المعيار العاشر: التواصل الرياضي

عدد الأسئلة: 26

س946 التمثيل الرياضي

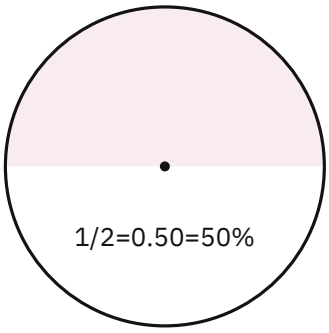
السؤال: تُعدّ مهارة التعبير بالرمز إحدى مهارات
الخيارات:
أ) التفكير الرياضي
ب) التفكير المنطقي
ج) التمثيل الرياضي
د) التواصل الرياضي
الإجابة: (ج) التمثيل الرياضي
التلميح: الرمز أحد أشكال تمثيل الفكرة الرياضية.
الحل:
التمثيل الرياضي هو التعبير عن الفكرة الرياضية بصور متعددة: رمزية، لفظية، جدولية، بيانية. والتعبير بالرمز أحد هذه الصور.

س949 مهارات التواصل

السؤال: عندما يقوم معلم الرياضيات بقراءة قصة للطلاب تتضمن مفهوماً رياضياً، فأي أنواع التواصل الرياضي يريد تنميته لدى الطلاب؟
الخيارات:
أ) القراءة
ب) التمثيل
ج) التحدث
د) الاستماع
الإجابة: (د) الاستماع
التلميح: انظر إلى دور الطالب لا دور المعلم.
الحل:
المعلم هو من قرأ، أما الطالب فدوره الاستماع. ولو قرأ الطالب بنفسه لكانت المهارة هي القراءة.

س953 التمثيل الرياضي

السؤال: معلم شرح للطلاب بهذا الشكل: دائرة مملوءة بالماء إلى نصفها، مع كتابة $\frac{1}{2} = 0.50 = 50\%$



الخيارات:
أ) تواصل
ب) ترابط
ج) تمثيل
د) استنتاج
الإجابة: (ج) تمثيل
التلميح: الفكرة الواحدة عُرضت بأكثر من صورة: شكل، وكسر، وعشري، ونسبة.
الحل:
عرض المفهوم نفسه بصور متعددة (بصرية ورمزية) هو التمثيل الرياضي.

س957 التواصل الرياضي

السؤال: معلم طلب من طلابه كتابة قصة تحوي جمع وطرح الرقم 24، ينمي لديهم مهارة
الخيارات:
أ) التواصل
ب) الترابط
ج) التحليل
د) التمثيل
الإجابة: (أ) التواصل
التلميح: الكتابة إحدى مهارات التواصل الأربع.
الحل:
التواصل الرياضي هو التعبير عن الأفكار الرياضية شفاهةً وكتابةً، وكتابة القصة تنمّي مهارة الكتابة منه.

س967 التواصل الرياضي (1442، 1444)

السؤال: قدرة الطالب على شرح مفهوم بأسلوبه الخاص يُعتبر من أساليب
الخيارات:
أ) الاستنتاج الرياضي
ب) الترابط الرياضي
ج) التواصل الرياضي
د) التمثيل الرياضي
الإجابة: (ج) التواصل الرياضي
التلميح: الشرح بلغة الطالب الخاصة هو تعبير عن الفكرة لا تمثيل لها بصورة أخرى.
الحل:

التواصل الرياضي هو قدرة الطالب على التعبير عن الأفكار الرياضية بلغته، قراءةً وكتابةً وتحدثاً واستماعاً.

س970 التمثيل والترابط

السؤال: عرض كتاب الرياضيات إحدى العلاقات الرياضية بثلاث صور: أزواج مرتبة $\{(1,2),(-1,-2),(0,0)\}$، وجدول قيم، ومخطط سهمي. إن العرض السابق ينّي لدى الطالب مهارات

الخيارات:

أ) التمثيل والترابط الرياضي

ب) التمثيل والتواصل الرياضي

ج) الترابط والاستدلال الرياضي

د) التواصل والاستدلال الرياضي

الإجابة: (أ) التمثيل والترابط الرياضي

التلميح: تعدّد الصور = تمثيل، والربط بينها = ترابط.

الحل:

عرض العلاقة بصور متعددة ينّي التمثيل الرياضي، وإدراك أن هذه الصور تعبّر عن العلاقة نفسها ينّي الترابط الرياضي.

س973 التواصل الرياضي

السؤال: أي الأسئلة التالية أقلّ تنمية لمهارة التواصل الرياضي لدى الطالب؟

الخيارات:

أ) صف طريقتين لإيجاد محيط المستطيل

ب) استعمل المسطرة لرسم مستطيلين مختلفين لهما المحيط نفسه

ج) اكتب مسألة من واقع الحياة يمكن حلها بإيجاد المحيط، ثم حلّها

د) اذكر أمثلة من واقع الحياة تحتاج منها إلى تقدير محيط الأشكال

الإجابة: (ب) استعمل المسطرة لرسم مستطيلين مختلفين لهما المحيط نفسه

التلميح: ابحث عن السؤال الذي لا يطلب من الطالب تعبيراً لغوياً.

الحل:

التواصل الرياضي هو قدرة الطالب على التواصل بلغة الرياضيات قراءةً وكتابةً وتحدثاً واستماعاً. والخيار (ب) مهمة أدائية رسمية لا تتطلب تعبيراً لغوياً.

س982 التواصل الرياضي

السؤال: ضمن موضوع الاحتمالات والإحصاء، أي التعبيرات الآتية أقلّ تنمية لمهارة التواصل الرياضي؟

الخيارات:

أ) صف موقفاً في حياتك يتضمن حوادث مستقلة وأخرى غير مستقلة

ب) اشرح لماذا يُستخدم الطرح عند حساب احتمال حادثتين غير متنامتين

ج) بكم طريقة يمكن اختيار ثلاثة كتب من بين عشرة كتب موجودة على الرف؟

د) تحدّث عن أوجه الشبه والاختلاف بين الانحراف المعياري والانحراف المتوسط

الإجابة: (ج) بكم طريقة يمكن اختيار ثلاثة كتب من بين عشرة كتب موجودة على الرف؟

التلميح: ابحث عن السؤال الحسابي المباشر الذي جوابه رقم.

الحل:

الخيارات (أ) و(ب) و(د) تطلب وصفاً أو شرحاً أو مقارنة لفظية. أما (ج) فسؤال حسابي مباشر جوابه عدد، فلا يُنّي التواصل.

س984 التواصل الرياضي

السؤال: عند تقديم المعلم لموضوع التكامل، أي العبارات الآتية أكثر ارتباطاً بمهارة التواصل الرياضي؟

الخيارات:

أ) يذكر علاقة بما تعلّموه سابقاً من مساحات الأشكال المشهورة والمركّبة

ب) يقدّم لهم العديد من الأمثلة الحياتية التي توظّف التكامل في حساب المساحات

ج) يكلّفهم بكتابة ملخّص لخطوات تقريب المساحة المحصورة بين المنحنى ومحور x

د) يدرّبهم على استخدام الآلة البيانية في حساب المساحة المحصورة

الإجابة: (ج) يكلّفهم بكتابة ملخّص لخطوات تقريب المساحة المحصورة بين المنحنى ومحور x

التلميح: الكتابة إحدى مهارات التواصل الأربع.

الحل:

تكليف الطلاب بكتابة ملخّص يوظّف مهارة الكتابة من مهارات التواصل الرياضي. أما (أ) فترابط، و(ب) تطبيقات، و(د) توظيف تقنية.

س988 مهارات التواصل

السؤال: عند طلب المعلم من الطلاب عمل مطوية فإنه ينمّي مهارة التواصل لديهم في

الخيارات:

أ) التحدث، القراءة، الكتابة

ب) التحدث، القراءة، الاستماع

ج) الكتابة، القراءة، الاستماع

د) الكتابة، التحدث، الاستماع

الإجابة: (أ) التحدث، القراءة، الكتابة

التلميح: إعداد المطوية يتطلب البحث والكتابة ثم العرض.

الحل:

إعداد المطوية يتطلب القراءة للبحث، والكتابة لتدوين المحتوى، والتحدث لعرضها. أما الاستماع فليس جزءاً أساسياً من إعدادها.

س998 التمثيل الرياضي

السؤال: معلم يطرح أمثلة من غرفة الصف على المربع، إن المعلم ينمّي لدى الطلاب

الخيارات:

أ) الترابط الرياضي

ب) التواصل الرياضي

ج) التمثيل الرياضي

د) النمذجة

الإجابة: (أ) الترابط الرياضي

التلميح: فرّق بين تمثيل المفهوم بصورة محسوسة (تمثيل) وبين ربطه بمواقف من واقع الطالب المحيط به (ترابط).

الحل:

طرح أمثلة من بيئة الطالب المحيطة (غرفة الصف) على مفهوم رياضي ينمّي لديه الترابط الرياضي؛ فهو يربط المفهوم المجرّد بسياقات حياتية مألوفة له، وهذا جوهر الترابط الرياضي لا التمثيل الرياضي وحده.

س1004 مهارات التواصل

السؤال: طلب المعلم من الطلاب تحديد المعطيات والمطلوب من المسألة، يريد المعلم تنمية مهارة

الخيارات:

أ) القراءة

ب) التمثيل

ج) التحدث

د) الاستماع

الإجابة: (أ) القراءة

التلميح: استخراج المعطيات يتطلّب قراءة واعية للنص.

الحل:

تحديد المعطيات والمطلوب يتطلّب من الطالب قراءة نص المسألة وفهمه، فهو ينمّي مهارة القراءة.

س1008 مهارات التواصل (1446)

السؤال: استخدام المعلم لغة صحيحة وسليمة لتوصيل المفاهيم للطلاب ترتبط بمهارة

الخيارات:

أ) التحدث

ب) القراءة

ج) الاستماع

د) التمثيل

الإجابة: (أ) التحدث

التلميح: المعلم هنا هو المتكلّم.

الحل:

توصيل المفاهيم شفهياً بلغة سليمة يرتبط بمهارة التحدث من مهارات التواصل الرياضي.

س1011 مهارات التواصل (1446)

السؤال: معلم يريد تنمية مهارة الاستماع لدى طلابه، أفضل طريقة لذلك

الخيارات:

أ) يطلب من الطالب إعادة ما قاله زميله

ب) يطلب من الطالب وصف ما شرحه المعلم

ج) التمثيل الرياضي

د) الاستدلال الرياضي

الإجابة: (أ) يطلب من الطالب إعادة ما قاله زميله

التلميح: الإصغاء للزميل ثم إعادة كلامه اختبار مباشر لمهارة الاستماع.

الحل:

طلب إعادة ما قاله الزميل يلزم الطالب بالإصغاء الدقيق ثم استرجاع ما سمعه، وهذا أفضل ما ينمّي مهارة الاستماع.

س1156 مهارات التواصل (1447)

السؤال: عند وجود صعوبة في قراءة الكلمات غير المألوفة، فإن ذلك يؤدي إلى صعوبة في مهارة

الخيارات:

أ) القراءة

ب) الكتابة

ج) الاستماع

د) التمثيل

الإجابة: (أ) القراءة

التلميح: أيّ مهارات التواصل الرياضي تعتمد مباشرة على فك رموز النص المكتوب؟

الحل:

١. قراءة الكلمات غير المألوفة جزء من فك رموز النص المكتوب

٢. الصعوبة فيها تنعكس على مهارة القراءة (ومنها قراءة المسائل اللفظية وفهم المعطيات)

س1157 مهارات التواصل (1447)

السؤال: طالب لديه صعوبة في مخارج بعض الحروف عند القراءة الجهرية، هذا يعني أن لديه صعوبة في مهارة

الخيارات:

أ) القراءة
ب) الكتابة
ج) الاستماع
د) التمثيل

الإجابة: (أ) القراءة

التلميح: الموقف يحدث أثناء نطق نص مكتوب أمام الآخرين، أي المهارات تشمل ذلك؟

الحل:

١. نطق الحروف بشكل صحيح أثناء القراءة الجهرية من مكوّنات مهارة القراءة
٢. إذن الصعوبة في مخارج الحروف أثناء القراءة تمثل صعوبة في مهارة القراءة

س1202 التمثيل الرياضي

السؤال: تمثيلات في الصور الذهنية التي يكوّنها الطلاب للفكرة أو المفهوم الرياضي هي التمثيلات

الخيارات:

أ) الخارجية
ب) الداخلية
ج) الداخلية والخارجية
د) ليس أي مما سبق

الإجابة: (ب) الداخلية

التلميح: الصورة الذهنية تتكوّن داخل عقل المتعلّم نفسه، لا تُعرض عليه من مصدر خارجي.

الحل:

التمثيلات الداخلية هي الصور الذهنية والنماذج العقلية التي يبنيها المتعلّم في ذهنه عن الفكرة الرياضية، بخلاف التمثيلات الخارجية (الرموز والرسوم والجداول) التي تُعرض عليه فعليًا.

س1203 التمثيل الرياضي

السؤال: تمثيلات في جميع أشكال الفكرة الرياضية التي تُقدَّم للطلاب مثل الصور، والصيغ، والرموز، وغيرها هي التمثيلات

الخيارات:

أ) الخارجية
ب) الداخلية
ج) الداخلية والخارجية
د) جميع ما سبق

الإجابة: (أ) الخارجية

التلميح: هذه الأشكال تُعرض على الطالب من مصدر خارجي (معلّم، كتاب، شاشة)، لا تُولَد داخل ذهنه.

الحل:

التمثيلات الخارجية هي الصور المرئية الفعلية للفكرة الرياضية كما تُقدَّم للطالب (صور، صيغ رمزية، رسوم، جداول)، بخلاف التمثيلات الداخلية التي هي صور ذهنية يبنيها الطالب في عقله.

س1205 التمثيل الرياضي

السؤال: مهارة تتضمّن ترجمة المسألة أو الفكرة الرياضية إلى صيغة جديدة

الخيارات:

أ) مهارة التمثيل

ب) مهارة الكتابة
ج) مهارة الاستماع
د) مهارة التحدث

الإجابة: (أ) مهارة التمثيل

التلميح: "ترجمة" فكرة من صيغة إلى أخرى (رمزية إلى بيانية مثلاً) هو جوهر هذه المهارة تحديدًا.

الحل:

مهارة التمثيل هي القدرة على التعبير عن الفكرة الرياضية نفسها بأكثر من صيغة (لفظية، رمزية، بيانية، جدولية) والانتقال بينها، وهذا هو المقصود بـ"ترجمة المسألة إلى صيغة جديدة".

س1206 مهارات التواصل

السؤال: مهارة تتضمّن التفسير لما يعبّر عنه الآخرون بصورة رياضية، سواء كانت الرسالة المستقبَلة مسموعة أو مرئية

الخيارات:

أ) مهارة القراءة
ب) مهارة التمثيل
ج) مهارة الكتابة والتحدث
د) مهارة القراءة والاستماع

الإجابة: (د) مهارة القراءة والاستماع

التلميح: الرسالة قد تصل مكتوبة (تُقرأ) أو منطوقة (تُسمع)، فالمهارة المطلوبة تغطّي الحالتين معًا.

الحل:

تفسير رسالة رياضية "مرئية" (كالنص المكتوب) يحتاج مهارة القراءة، وتفسير رسالة "مسموعة" يحتاج مهارة الاستماع. بما أن السؤال يشمل الحالتين معًا، فالمهارة المقصودة هي القراءة والاستماع معًا (المهارتان الاستقباليتان في التواصل الرياضي).

س1308 التواصل الرياضي (1447)

السؤال: عندما يدرك المتعلم ما يقصد المتحدّث التعبير عنه، فإن ذلك ينمّي لديه مهارة

الخيارات:

أ) القراءة
ب) الكتابة
ج) الاستماع
د) التمثيل

الإجابة: (ج) الاستماع

التلميح: إدراك قصد المتحدّث يستلزم تلقّي كلامه وفهمه شفهيًا.

الحل:

إدراك ما يقصده المتحدّث من كلامه هو جوهر مهارة الاستماع ضمن مهارات التواصل الرياضي، بخلاف القراءة (نص مكتوب) أو الكتابة أو التمثيل (إنتاج لا تلقٍّ).

س1326 التواصل الرياضي (1444، 1445)

السؤال: أفضل طريقة لتفعيل التواصل الرياضي بين الطلاب

الخيارات:

أ) تقويم الأفراد
ب) النمذجة
ج) تبادل الأدوار
د) التقويم الشخصي

الإجابة: (ج) تبادل الأدوار

التلميح: التواصل يتطلّب تفاعلًا بين طرفين، فابحث عن الخيار الذي يُشرك الطلاب فيما بينهم فعليًا.
الحل:
تبادل الأدوار بين الطلاب (كأن يشرح أحدهم لزميله ثم يتبادلا الأدوار) يفعّل التواصل الرياضي بينهم مباشرة، بخلاف تقويم الأفراد أو التقويم الشخصي (فردي لا تفاعلي) أو النمذجة (ليست أداة تواصل بين الطلاب أنفسهم).

س1345 التواصل الرياضي (1446)

السؤال: طلب المعلم من الطلاب سرد قصة تمثّل الجمع والطرح، فإن المعلم يريد أن ينمّي لدى الطلاب مهارة
الخيارات:
أ) الترابط الرياضي
ب) التواصل الرياضي
ج) التمثيل الرياضي
د) النمذجة
الإجابة: (ب) التواصل الرياضي
التلميح: السرد اللفظي للموقف الرياضي يوظّف مهارات الحديث والاستماع، وهي من صور التواصل الرياضي.
الحل:
سرد قصة لتمثيل عملية رياضية يتطلب التعبير عنها لفظيًا بوضوح، وهذا تدريب على "التواصل الرياضي" (الحديث والاستماع والقراءة والكتابة حول الأفكار الرياضية)، وليس مجرد عرض تمثيل واحد لها.

س1417 التمثيل الرياضي (1444، 1445)

السؤال: معلم لا يفرّق طلابه بين تمثيلات الدوال الخطية، ما هي الطريقة الصحيحة التي يجب على المعلم اتباعها؟
الخيارات:
أ) يعطي أمثلة من واقع الحياة
ب) عرض أشكال مختلفة للدالة الخطية بيانيًا
ج) تمثيل الدوال على نفس الرسمة
د) إعادة تقديم مفهوم الدالة الخطية
الإجابة: (ب) عرض أشكال مختلفة للدالة الخطية بيانيًا
التلميح: مشكلة عدم التفريق بين تمثيلات متعددة تُعالَج بعرضها جنبًا إلى جنب ومقارنتها، لا بتكرار المفهوم نفسه من البداية.
الحل:
١. إذا كان الطلاب لا يميّزون بين تمثيلات مختلفة لنفس نوع الدالة، فالحل المباشر عرض أشكال بيانية متعددة ومتنوعة لدوال خطية مختلفة، ليروا كيف يتغير الشكل (الميل، المقطع) بتغيّر معادلة الدالة.
٢. إعادة تقديم المفهوم (د) لا تعالج مشكلة التمييز بين التمثيلات تحديدًا، وتمثيلها على نفس الرسمة (ج) قد يُربك أكثر لا أقل.

س1466 مهارات التواصل (1448)

السؤال: معلم يطلب من طلابه عمل ملخص لدرس «الزوايا والمضلعات»، هذا يسهم في تنمية
الخيارات:
أ) التواصل الرياضي
ب) الترابط الرياضي
ج) التمثيل الرياضي
الإجابة: (أ) التواصل الرياضي
التلميح: كتابة الملخص تتطلب من الطالب أن يعبّر بلغته عن الأفكار الرياضية التي تعلّمها.
الحل:
١. إعداد ملخص للدرس يتطلب تنظيم الأفكار والمفاهيم الرياضية والتعبير عنها كتابةً بطريقة واضحة

٢. التعبير عن المفاهيم الرياضية وشرح العلاقات بينها باللغة والرموز الرياضية هو مهارة التواصل الرياضي (الكتابة)
٣. إذن النشاط يسهم في تنمية التواصل الرياضي

س1545 التواصل الرياضي (1448)

السؤال: شرح معلم مفهومًا رياضيًا، ثم طلب من أحد الطلاب مناقشة هذا المفهوم مع زميله. ما الممارسة الرياضية التي مارسها الطالب؟
الخيارات:
أ) التواصل الرياضي
ب) التخمين الرياضي
ج) التبرير الاستدلالي
د) القياس المباشر
الإجابة: (أ) التواصل الرياضي
التلميح: مناقشة المفهوم مع الآخرين تعني التعبير عنه وتبادل الأفكار حوله.
الحل:
١. التواصل الرياضي قدرة الطالب على التعبير عن الأفكار والمفاهيم الرياضية ومناقشتها مع الآخرين باللغة والرموز الرياضية
٢. مناقشة الطالب للمفهوم مع زميله تعبير عنه وتبادل للأفكار حوله
٣. إذن الممارسة هي التواصل الرياضي
٤. لم يُطلب من الطالب تخمين نتيجة، ولا تبرير خطوات برهان، ولا قياس كمية

المعيار الحادي عشر: النمذجة والترابط

عدد الأسئلة: 13

س955 الترابط الرياضي

السؤال: سأل معلم طلابه عن عدد ركعات الصلاة، هذا ينمي مهارة

الخيارات:

أ) التواصل الرياضي

ب) التحليل

ج) الترابط الرياضي

د) البرهان الرياضي

الإجابة: (ج) الترابط الرياضي

التلميح: الربط بين الرياضيات ومجال معرفي آخر.

الحل:

الترابط الرياضي هو ربط الرياضيات بالعلوم الأخرى وتوظيفها في حياة الطالب اليومية.

س963 تطبيقات الرياضيات

السؤال: طلب معلم الرياضيات من طلابه تزيين أطراف جدران الصف بشريط لاصق، وحساب عدد الأمتار اللازمة لذلك. هذا يُعدّ مشروعاً تطبيقياً على درس

الخيارات:

أ) التعامد

ب) التناظر

ج) المساحة

د) المحيط

الإجابة: (د) المحيط

التلميح: الشريط يُوضع على الأطراف لا على السطح.

الحل:

قياس الأطراف الخارجية بالأمتار الطولية هو المحيط، أما المساحة فتُقاس بالأمتار المربعة وتخصّ السطح.

س968 الترابط بين المفاهيم

السؤال: أي من أزواج المفاهيم الآتية غير مرتبط؟

الخيارات:

أ) الإبدال والتجميع

ب) الجمع والضرب

ج) النهايات والاشتقاق

د) الدالة الأسية واللوغاريتمية

الإجابة: (أ) الإبدال والتجميع

التلميح: ابحث عن الزوج الذي لا يُشتقّ أحدهما من الآخر ولا يُبنى عليه.

الحل:

الاشتقاق يُعرَّف بالنهايات، واللوغاريتمية معكوس الأسية، والضرب جمع متكرر. أما الإبدال والتجميع فخاصيتان مستقلتان لا يُبنى أحدهما على

الآخر.

س971 النمذجة

السؤال: يسمى التمثيل الرياضي لشكل أو مجسّم أو علاقة

الخيارات:

أ) النمذجة
ب) التمثيل البياني
ج) الرسم الهندسي
د) الرسوم التصويرية

الإجابة: (أ) النمذجة

التلميح: ابحث عن المصطلح الأعم الذي يشمل تمثيل الأشكال والمجسّمات والعلاقات معًا، لا الصورة البيانية وحدها.

الحل:

النمذجة هي المصطلح الأدق لتمثيل شكل أو مجسّم أو علاقة رياضياً؛ فهي تشمل بناء تمثيل (رمزي أو بياني أو مادي) يُحاكي الموقف أو العلاقة. أما "التمثيل البياني" فأضيق، يقتصر على الصورة البصرية فقط.

س983 الترابط الرياضي

السؤال: تمثّل الجمل الآتية أربعة تمارين من موضوع كثيرات الحدود في الصف الثاني ثانوي، حدّد أكثر التمارين ارتباطاً بمهارة الترابط الرياضي

الخيارات:

أ) برهن أن $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
ب) فسّر لماذا تكون 0^{-2} غير معرّفة
ج) وضّح لماذا تكون خصائص الأسس مهمة في دراسة الفلك
د) مثّل بيانياً كثيرة حدود زوجية الدرجة وعدد جذورها 8

الإجابة: (ج) وضّح لماذا تكون خصائص الأسس مهمة في دراسة الفلك

التلميح: الترابط يعني ربط الرياضيات بمجال معرفي آخر.

الحل:

الخيار (ج) يربط خصائص الأسس بعلم الفلك، أي يربط الرياضيات بمجال تعلّم آخر، وهذا هو الترابط الرياضي.

س993 الترابط الرياضي (1444)

السؤال: قدرة الطالب على استخدام مفاهيم الرياضيات في سياقات مختلفة

الخيارات:

أ) الترابط الرياضي
ب) التواصل الرياضي
ج) التمثيل الرياضي
د) الاستنتاج الرياضي

الإجابة: (أ) الترابط الرياضي

التلميح: كلمة "سياقات مختلفة" هي المفتاح.

الحل:

نقل المفهوم الرياضي إلى سياقات ومجالات مختلفة هو جوهر الترابط الرياضي.

س1007 الترابط الرياضي (1446)

السؤال: توظيف المعلم لحساب زكاة المال في مسائل النسبة المئوية يسمى

الخيارات:

أ) الترابط الرياضي
ب) التواصل الرياضي
ج) التمثيل الرياضي
د) الاستدلال الرياضي

الإجابة: (أ) الترابط الرياضي

التلميح: الربط بين الرياضيات ومجال معرفي آخر.

الحل:

ربط النسبة المئوية بحساب الزكاة هو ربط للرياضيات بمجال آخر وبحياة الطالب، وهذا هو الترابط الرياضي.

س1009 النمذجة الرياضية (1446)

السؤال: يمكن القول أن النمذجة الرياضية هي

الخيارات:

أ) مشكلة رياضية
ب) تطبيقات رياضية
ج) مسألة رياضية حياتية
د) مفاهيم وعمليات ومهارات رياضية

الإجابة: (د) مفاهيم وعمليات ومهارات رياضية

التلميح: النمذجة عملية مركّبة تستدعي أكثر من عنصر معرفي.

الحل:

النمذجة الرياضية عملية تتطلّب توظيف المفاهيم والعمليات والمهارات الرياضية معاً لتمثيل موقف حياتي.

س1096 الترابط الرياضي (1447)

السؤال: عندما يستخدم الطالب القوانين والقواعد الرياضية في تطبيقات داخل العلوم الأخرى، فإن هذا يسمى:

الخيارات:

أ) التذوق الرياضي
ب) التواصل
ج) الترابط
د) التمثيل

الإجابة: (ج) الترابط

التلميح: ربط الرياضيات بمجالات وعلوم أخرى غيرها هو جوهر هذا المعيار.

الحل:

الترابط الرياضي هو ربط الرياضيات بالعلوم الأخرى وتوظيف قوانينها وقواعدها في تطبيقات خارج الرياضيات نفسها.

س1158 الترابط الرياضي (1447)

السؤال: إذا قام الطالب بالبحث عن العلاقة بين المضلعات المنتظمة والدائرة ونصف قطرها، فإن الطالب يمارس

الخيارات:

أ) التذوق الرياضي
ب) الترابط الرياضي
ج) التمثيل الرياضي
د) التواصل الرياضي

الإجابة: (ب) الترابط الرياضي
التلميح: البحث عن العلاقات بين مفاهيم رياضية مختلفة يندرج تحت أي معيار من معايير العمليات؟
الحل:
١. الطالب يربط بين مفهومين هندسيين مختلفين (المضلعات المنتظمة والدائرة)
٢. إدراك العلاقات بين المفاهيم والموضوعات الرياضية هو الترابط الرياضي

س1204 النمذجة الرياضية

السؤال: محاولة لوصف بعض أجزاء العالم الحقيقي بدلالات رياضية هي
الخيارات:
أ) التواصل الرياضي
ب) النماذج الرياضية
ج) النمذجة الرياضية
د) التعميم الرياضي
الإجابة: (ج) النمذجة الرياضية
التلميح: فكّر في العملية التي تُترجم موقفًا من الواقع إلى صيغة أو معادلة رياضية.
الحل:
النمذجة الرياضية هي عملية وصف أو تمثيل مواقف وظواهر من العالم الحقيقي باستخدام أدوات ومفاهيم رياضية (معادلات، دوال، رسوم بيانية) لفهمها أو التنبؤ بها.

س1319 النمذجة والترابط (1447)

السؤال: التعميم الرياضي يربط بين
الخيارات:
أ) مفهومين فقط
ب) مفهوم ومهارة
ج) مفهومين على الأقل
د) مفهومين على الأكثر
الإجابة: (ج) مفهومين على الأقل
التلميح: التعميم لا يقتصر على ربط مفهومين اثنين بالضبط، بل يمتد ليشمل أكثر من ذلك.
الحل:
التعميم الرياضي يكشف علاقة مشتركة تربط بين مفهومين أو أكثر (لا بين مفهومين بالضبط فقط)، فالحد الأدنى لعدد المفاهيم المرتبطة هو اثنان، دون سقف أعلى.

س1323 النمذجة والترابط (1447)

السؤال: عندما يستخدم الطالب القوانين والقواعد الرياضية والبراهين في تطبيقات الرياضيات داخل العلوم الأخرى، فإن ذلك يُعدّ
الخيارات:
أ) التفكير الرياضي
ب) التواصل الرياضي
ج) الترابط الرياضي
د) التمثيل الرياضي
الإجابة: (ج) الترابط الرياضي
التلميح: توظيف الرياضيات داخل مجال معرفي آخر هو تجسيد مباشر للربط بين الرياضيات وتطبيقاتها الخارجية.
الحل:
استخدام القوانين والقواعد والبراهين الرياضية في مجالات علمية أخرى (كالفيزياء أو الكيمياء) يُظهر الترابط بين الرياضيات وتطبيقاتها في العلوم

الأخرى، وهذا جوهر "الترابط الرياضي".

المعيار الثاني عشر: الاستدلال والبرهان

عدد الأسئلة: 13

س943 الاستدلال الرياضي

السؤال: إذا لم تجد طريقة مناسبة للحل نستخدم

الخيارات:

أ) البرهان المباشر
ب) الاستدلال
ج) البرهان غير المباشر
د) الاستنتاج

الإجابة: (ب) الاستدلال

التلميح: الإجابة المعتمدة هي الأسلوب العام في التفكير لا نوعاً محدداً من البراهين.

الحل:

الاستدلال هو الأسلوب العام في الوصول إلى نتيجة من مقدمات، ويُلجأ إليه عند عدم توفّر طريقة مباشرة جاهزة للحل.

س952 أساليب البرهان

السؤال: لإثبات $3x+1=4$ حيث $x=1$، نفرض أن $3x+1\neq 4$ ونثبت أن $x\neq 1$. ما هو البرهان المستخدم؟

الخيارات:

أ) تناقض
ب) مباشر
ج) عكس المباشر
د) المثال المضاد

الإجابة: (ج) عكس المباشر

التلميح: نُفي الفرض والنتيجة معاً وعُكس ترتيبهما.

الحل:

عكس المباشر هو نفسه المعاكس الإيجابي أو المكافئ العكسي: نثبت $\sim q\to\sim p$ بدلاً من $p\to q$

س959 الاستقراء

السؤال: يحرص المعلم خالد على تقديم أمثلة عديدة على القاعدة الرياضية قبل صياغتها بالتعاون مع تلاميذه، لأن ذلك ينمي لديهم مهارة

الخيارات:

أ) التحليل
ب) البرهان
ج) الاستقراء
د) الاستنتاج

الإجابة: (ج) الاستقراء

التلميح: الأمثلة أولاً ثم القاعدة.

الحل:

الاستقراء هو تتبّع الأمثلة للوصول إلى القاعدة العامة.

س969 الاستقراء الرياضي

السؤال: عندما نريد استخدام "الاستقراء الرياضي" في إثبات صحة العبارة $1+2+3+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$ فإننا نقوم بما يلي

الخيارات:

أ) نعطي عدداً من الأمثلة المتنوعة التي تؤكد صحة العبارة

ب) نبدأ من الطرف الأيسر ونستخدم القوانين الرياضية لإثبات مساواته للطرف الأيمن

ج) نفرض صحة العبارة عندما $n=1$، $n=k$، ونثبت صحتها عندما $n=k+1$

د) نثبت صحة العبارة عندما $n=1$، وأن صحتها عندما $n=k$ يؤدي لصحتها عندما $n=k+1$

الإجابة: (د) نثبت صحة العبارة عندما $n=1$، وأن صحتها عندما $n=k$ يؤدي لصحتها عندما $n=k+1$

التلميح: الفرق الدقيق بين "نفرض صحتها عند $n=1$" و"نثبت صحتها عند $n=1$" هو مفتاح السؤال.

الحل:

خطوات الاستقراء الرياضي: **نثبت** صحة العبارة عند $n=1$ (خطوة الأساس)، ثم نفرض صحتها عند $n=k$ ونثبت أن ذلك **يؤدي** إلى صحتها عند $n=k+1$ (خطوة الاستقراء).

س981 طرق البرهان

السؤال: أي مما يلي لا يُعدّ من طرق البرهان الرياضي؟

الخيارات:

أ) الاستدلال الرياضي

ب) الاستقراء الرياضي

ج) المثال المضاد

د) نقض الفرض

الإجابة: (أ) الاستدلال الرياضي

التلميح: ثلاثة من الخيارات طرق محدّدة، وواحد منها مفهوم عام.

الحل:

الاستدلال الرياضي أسلوب عام في التفكير يشمل طرق البرهان ولا يُعدّ طريقة برهان محدّدة بذاته.

س985 الاستقراء الرياضي

السؤال: لبرهنة العبارة $1+2+3+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$ نستخدم

الخيارات:

أ) الاستقراء الرياضي

ب) المثال المضاد

ج) الاستنتاج الرياضي

د) التخمين والتحقق

الإجابة: (أ) الاستقراء الرياضي

التلميح: العبارة تخصّ كل عدد طبيعي n، فلا يكفي التحقق من حالات محدودة.

الحل:

العبارات التي تصحّ لكل عدد طبيعي تُبرهن بالاستقراء الرياضي.

س991 طرق البرهان

السؤال: لإثبات عدم صحة العبارة $xy>x+y$ نستخدم

الخيارات:

أ) البرهان المباشر

ب) البرهان غير المباشر

ج) المثال المضاد
د) البرهان العكسي
الإجابة: (ج) المثال المضاد
التلميح: إبطال عبارة عامة يكفيه حالة واحدة تخالفها.
الحل:
لإثبات عدم صحة عبارة عامة يكفي إيجاد مثال واحد يخالفها، مثل $x = 1, y = 1$ حيث $1 > 2$ غير صحيحة.

س1097 طرق التدريس (الاستنتاجية) (1447)

السؤال: عندما ينطلق المعلم من "القاعدة العامة" ثم ينتقل إلى "الأمثلة"، يسمى هذا الأسلوب:
الخيارات:
أ) الاستقراء
ب) الاستنتاج / الاستنباط
ج) الإبداع
د) المنطق
الإجابة: (ب) الاستنتاج / الاستنباط
التلميح: الاتجاه من العام إلى الخاص (القاعدة ثم تطبيقها على حالات جزئية) هو عكس الاستقراء تماماً.
الحل:
الاستنتاج (الاستنباط) ينطلق من القاعدة العامة المعروفة مسبقاً ثم يطبّقها على أمثلة وحالات جزئية، بخلاف الاستقراء الذي يبدأ من أمثلة جزئية للوصول إلى قاعدة عامة.

س1159 الاستدلال الرياضي (التبرير المنطقي) (1446)

السؤال: ربط المعلومات والحقائق بعضها ببعض في حل المسألة يمثّل
الخيارات:
أ) التبرير المنطقي
ب) التخمين
ج) البحث عن نمط
د) الحل العكسي
الإجابة: (أ) التبرير المنطقي
التلميح: ابحث عن العملية التي تبني النتيجة على حقائق معلومة خطوةً بعد خطوة، لا على التجريب أو ملاحظة التكرار.
الحل:
١. التبرير المنطقي هو بناء استنتاجات مترابطة انطلاقًا من معلومات وحقائق معروفة، وهذا هو المقصود بربط المعلومات والحقائق.
٢. التخمين يعتمد على التوقع ثم التحقق، والبحث عن نمط يعتمد على ملاحظة التكرار، والحل العكسي يبدأ من النتيجة رجوعًا إلى المعطيات، وليس أيٌّ منها ربطًا للحقائق بعضها ببعض.

س1201 الاستقراء

السؤال: لاحظت علياء أنه عندما تأخذ دروس تقوية فإن درجاتها تتحسن، وأخذت درس تقوية، ولذلك افترضت أن درجاتها سوف تتحسن. أي أنواع الاستدلال استخدمت لتصل لهذه النتيجة؟
الخيارات:
أ) البرهان الرياضي
ب) الاستدلال الاستنتاجي
ج) الاستدلال الاستقرائي
د) ليس أي مما سبق
الإجابة: (ج) الاستدلال الاستقرائي

التلميح: اعتمدت علياء على نمط لاحظته من خبرتها السابقة لتتوقّع نتيجة حالة جديدة، لا على قاعدة أو بديهية ثابتة.
الحل:
الاستدلال الاستقرائي يعني تعميم أو توقّع نتيجة بناءً على أنماط لوحظت من حالات سابقة، وهذا بالضبط ما فعلته علياء: لاحظت تحسّن درجاتها سابقًا مع دروس التقوية، فتوقّعت تكرار النتيجة. أما البرهان والاستدلال الاستنتاجي فيعتمدان على قواعد أو بديهيات ثابتة تعطي نتيجة مؤكدة لا مجرد توقّع.

س1404 الاستدلال والبرهان (1447)

السؤال: عملية استنتاج الطالب بنفسه من خلال الأمثلة أن الضرب عملية إبدالية تسمى
الخيارات:
أ) استدلال رياضي
ب) استقراء رياضي
ج) ترابط رياضي
د) تواصل رياضي
الإجابة: (ب) استقراء رياضي
التلميح: الانتقال من أمثلة جزئية محدّدة إلى استنتاج قاعدة عامة هو تعريف الاستقراء.
الحل:
١. استنتاج قاعدة عامة (الإبدالية) من ملاحظة أمثلة عديدة هو جوهر "الاستقراء الرياضي".

س1464 الحجج الرياضية ونقدها (1448)

السؤال: قسّم معلم الطلاب إلى قسمين: القسم الأول يقدّم البراهين الرياضية لإثبات صحة العبارات، والقسم الآخر يبحث عن الأخطاء في هذه البراهين ويصحّحها. أي المهارات الرياضية الآتية يساعد هذا النشاط على تنميتها؟
الخيارات:
أ) صياغة القوانين الرياضية
ب) الحجج الرياضية
ج) الاستدلال الرياضي
د) الترابط الرياضي
الإجابة: (ب) الحجج الرياضية
التلميح: النشاط يجمع بين بناء البراهين ونقد براهين الآخرين وتقويم صحتها، فأي مهارة تُعنى بذلك تحديدًا؟
الحل:
١. القسم الأول يبني براهين لإثبات صحة العبارات الرياضية
٢. القسم الثاني يفحص هذه البراهين ويكتشف أخطاءها ويصحّحها
٣. بناء الحجج الرياضية ونقدها وتقويمها هو مهارة الحجج الرياضية بعينها
٤. وهي نص أحد مؤشرات المعيار الثاني عشر: «يبني التخمينات والحجج الرياضية وينقدها ويقوّمها»
٥. الاستدلال الرياضي (ج) مفهوم أعم، والنشاط هنا يركّز تحديدًا على تقديم البراهين ونقدها

س1465 الاستدلال الاستنتاجي (1448)

السؤال: يطلب المعلم من الطلاب الانتقال من المعلوم إلى المجهول، واستخدام المسلّمات لإثبات النظريات، والتحقق من صحة النتائج من خلال الحجج والبراهين المنطقية. ما نوع التفكير الذي يمارسه الطلاب؟
الخيارات:
أ) التفكير التحليلي
ب) التفكير التصوري
ج) التفكير الاستدلالي

الإجابة: (ج) التفكير الاستدلالي

التلميح: الانطلاق من مسلّمات وحقائق معلومة للوصول منطقيًا إلى نتائج جديدة وإثباتها هو سمة نمط تفكير بعينه.

الحل:

٠١ الطلاب ينتقلون من معلومات وحقائق معروفة إلى نتائج جديدة غير معلومة

٠٢ ويستخدمون المسلّمات والنظريات والبراهين في ذلك

٠٣ هذا النمط يعتمد على الاستنتاج المنطقي من المقدمات للوصول إلى نتائج صحيحة وإثباتها

٠٤ إذن هو التفكير الاستدلالي

خاتمة الكتاب

بهذا تكتمل أسئلة بنك «الوجيز» على المعايير الاثني عشر. وما يمنح هذه الأسئلة قيمتها أن تُحلّ بفهم لا بحفظ؛ فالسؤال قد يعود في الاختبار بأرقام أو صياغة مختلفة، ويبقى الفهم هو ما ينقل القارئ من سؤال إلى نظيره.

وللقارئ أن يصل قراءته بالتدريب في موقع المشروع، حيث تتوفر هذه الأسئلة وغيرها من أسئلة البنك للتدرّب التفاعلي ومتابعة التقدّم. ويبقى هذا العمل مساهمة قابلة للتصحيح والتطوير، ورجاءً في أن ينفع معلمي الرياضيات وطلابها.